

Федеральное агентство по образованию  
Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Ульяновский государственный технический университет

**С. А. Курганов, В. В. Филаретов**

**СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ  
ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ  
ЦЕПЕЙ**

Учебное пособие

Ульяновск 2005

УДК 621.372.061 (075)

ББК 31.27.01я7

К 93

Рецензенты:

кафедра микроэлектроники Ульяновского государственного университета (зав. кафедрой доктор физико-математических наук, профессор Н. Т. Гурин);

доктор технических наук, профессор И. В. Семушин

Утверждено редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия

**Курганов, С. А.**

К93

Схемно-алгебраическое моделирование и расчет линейных электрических цепей / С. А. Курганов, В. В. Филаретов : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – 319 с.

ISBN 5-89146-5

Излагаются основы схемно-алгебраического метода, предназначенного для получения символьных выражений токов и напряжений, параметров макромоделей подсхем и параметров неизвестных элементов в линейных электрических цепях. Используется непосредственно схема замещения или принципиальная схема цепи без составления уравнений, и минуя формирование схемных функций. Схемно-алгебраическое моделирование распространяется как на линейные схемы с двухполюсными элементами, так и на линеаризованные активные (электронные) схемы и схемы с многополюсными элементами, включая схемы на переключаемых конденсаторах.

Пособие предназначено для студентов, изучающих теоретические основы электротехники (специальности 180400 «Электропривод и автоматизация промышленных установок», 100400 «Электроснабжение»), основы теории цепей (специальность 200700 «Радиотехника»), электротехнику и электронику (специальность 071900 «Информационные системы и технологии»), и преподавателей, ведущих указанные дисциплины. Учебное пособие может использоваться также студентами других радио- и электротехнических специальностей.

УДК 621.372.061 (075)

ББК 31.27.01я7

ISBN 5-89146-5

© Оформление. УлГТУ, 2005

© Курганов С. А., Филаретов В. В., 2005

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Список условных сокращений и обозначений.....	9
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	11
<b>1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ</b> .....	16
1.1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ .....	16
1.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ .....	25
1.2.1. Законы <i>Кирхгофа</i> .....	25
1.2.2. Вырождение схемы и нейтрализация элементов .....	26
1.2.3. Эквивалентные упрощения электрических схем .....	33
1.3. РАЗЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ СХЕМ ПО ПАРАМЕТРАМ ДВУХПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОДСХЕМ.....	39
1.3.1. Определители простейших схем .....	39
1.3.2. Формулы <i>Фойснера</i> .....	40
1.3.3. Формулы выделения параметров управляемых источников .....	41
1.3.4. Выделение неудаляемых управляемых источников .....	47
1.4. АЛГОРИТМ РАЗЛОЖЕНИЯ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ .....	51
1.5. НАХОЖДЕНИЕ СИМВОЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ОТКЛИКОВ .....	55
1.6. ВЫРАЖЕНИЕ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ЧЕРЕЗ СХЕМНЫЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ .....	58
1.7. ПРИМЕРЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СХЕМ С ДВУХПОЛЮСНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ .....	60
1.7.1. Простейший делитель напряжения .....	60
1.7.2. Мост <i>Уитстона</i> .....	61
1.7.3. Сглаживающий фильтр .....	62
1.7.4. Полосовой <i>RC</i> -фильтр.....	63
1.8. ПРИМЕРЫ ФОРМИРОВАНИЯ ССФ ДЛЯ СХЕМ С УИ .....	64
1.8.1. Анализ активного фильтра .....	64
1.8.2. Анализ <i>уз</i> -схемы с ИТУН .....	66
1.8.3. Анализ <i>уз</i> -схемы с ИТУТ и ИНУН .....	70
1.8.4. Анализ активной <i>RC</i> -цепи с многопетлевой обратной связью .....	73

1.9. О ВЗАИМОСВЯЗИ СХЕМНОГО И МАТРИЧНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ.....	75
1.10. ОТОБРАЖЕНИЕ МАТРИЦЫ Y-СХЕМОЙ И ПОНЯТИЕ СХЕМНОЙ АДЪЮНКТЫ.....	82
1.11. НЕУДАЛЯЕМЫЕ ДУГИ – ОТОБРАЖЕНИЕ НЕУДАЛЯЕМЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ НА УНИСТОРНОМ ГРАФЕ.....	89
<b>2. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ДЕЛЕНИЕМ ИХ НА ЧАСТИ.....</b>	<b>94</b>
2.1. АЛГЕБРА К-ДЕРЕВЬЕВ И СХЕМНЫЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ....	95
2.2. МЕТОД СХЕМНОЙ БИСЕКЦИИ.....	98
2.2.1. Деление схемы на две части по трем узлам .....	100
2.2.1.1. Формула бисекции с операциями вычитания .....	100
2.2.1.2. Безызбыточная формула бисекции .....	102
2.2.2. Общий случай деления на подсхемы .....	103
2.2.3. Деление схемы на две части по четырем узлам .....	104
2.2.3.1. Формула бисекции с операциями вычитания .....	104
2.2.3.2. Безызбыточная формула бисекции .....	105
2.2.4. Метод объединения подсхем.....	106
2.3. АНАЛИЗ АКТИВНОГО ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА .....	109
2.3.1. Анализ подсхем полосового фильтра.....	112
2.3.2. Объединение подсхем полосового фильтра .....	113
2.4. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ.....	116
2.4.1. Понятие об определителе принципиальной схемы .....	116
2.4.2. Схемно-алгебраические формулы для выделения параметров многополюсных элементов .	117
2.4.3. Доказательство схемно-алгебраических формул .....	122
2.4.4. Определители элементарных схем многополюсников ...	128
2.4.5. Анализ двухкаскадного трансформаторного усилителя..	130
2.4.6. Анализ двухкаскадного транзисторного усилителя .....	135
2.4.7. Автоматизированное построение схемно- алгебраических формул выделения многополюсников .....	137
2.5. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕПНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ.....	146
2.6. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА ДЛЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ МНОГОПОЛЮСНИКОВ.....	149

2.6.1. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным ГНУИ.....	151
2.6.1.1. Тождества для многополюсников с внешним базисным узлом.....	154
2.6.2. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным ПНУИ .....	158
2.6.3. Тождества для автономных многополюсников.....	160
2.7. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	161
<b>3. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЯВНОГО ПРИНЦИПА НАЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА, ДИАГНОСТИКИ И ДИАКОПТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ...</b>	167
3.1. ПОНЯТИЕ О ПРИНЦИПЕ НАЛОЖЕНИЯ.....	167
3.2. НЕЯВНЫЙ ПРИНЦИП НАЛОЖЕНИЯ .....	169
3.3. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА.....	171
3.4. СИМВОЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.....	175
3.4.1. Базисная задача диагностики .....	175
3.4.2. Понятие о компенсации электрокомпонентов .....	177
3.4.3. Условия разрешимости задачи диагностики .....	178
3.4.4. Рекомендации по выполнению условий диагностируемости цепи .....	181
3.5. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ.....	184
3.6. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	187
3.6.1. Компенсация на основе собственного опорного источника.....	188
3.6.2. Компенсация на основе дополнительного опорного источника .....	195
3.7. АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА.....	198
3.8. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ .....	204

3.9. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ АВТОНОМНЫХ СХЕМ.....	209
3.9.1. Формулы бисекции автономных схем по двум узлам.....	211
3.9.2 Формулы бисекции автономных схем на подсхемы с произвольным числом узлов.....	214
3.10. МЕТОД СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ.....	215
3.10.1. Схемно-алгебраические формулы для $Y$ -параметров многополюсников.....	218
3.10.2. Топологические условия существования $Y$ -параметров многополюсников.....	221
3.10.3. Схемно-алгебраические формулы для $Z$ -параметров многополюсников.....	223
3.10.4. Топологические условия существования $Z$ -параметров многополюсников.....	226
3.10.5. Расчет электрических цепей с помощью программы REDSYM.....	227
3.11. ДИАКОПТИЧЕСКИЙ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ В СИММЕТРИЧНЫХ КООРДИНАТАХ.....	233
3.11.1. Пример анализа электрической системы при однофазном коротком замыкании .....	234
<b>4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ .....</b>	<b>240</b>
4.1. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYMW.....	240
4.1.1. Ввод данных о схеме .....	241
4.1.2. Особенности cir-файла программы CIRSYMW .....	243
4.1.3. Пример заполнения cir-файла .....	243
4.1.4. Режимы работы программы CIRSYMW.....	245
4.1.5. Примеры использования программы CIRSYMW .....	247
4.1.5.1. Анализ и диагностика схемы транзисторного усилителя .....	247
4.1.5.2. Анализ и диагностика тестовой схемы <i>Бутырина-Васьковской</i> .....	248
4.1.5.3. Анализ схемы полосового активного фильтра ...	249
4.1.6. Комплект поставки программы CIRSYMW .....	251

4.2. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ SCAD .....	251
4.2.1. Способы графического построения элемента..... или узла.....	256
4.2.2. Выделение схемы, ее подсхем и отдельных элементов...	256
4.2.3. Способы перемещения рабочего поля со всеми помещенными на него элементами .....	257
4.2.4. Перемещение отдельного элемента, узла или группы выделенных элементов и узлов .....	258
4.2.5. Установление имени элемента в новом месте .....	259
4.2.6. Добавление ветвей схемы .....	259
4.2.7. Удаление соединений, элементов и узлов.....	261
4.2.8. Порядок расчета при помощи системы SCAD .....	262
4.2.9. Настройка программы SCAD .....	264
4.2.9.1. Опция «Тени».....	265
4.2.9.2. Опция «Водоворот».....	266
4.2.9.3. Опция «Автоматическая загрузка out-файла».....	266
4.2.9.4. Опция «Размер стрелки».....	267
4.2.9.5. Опция «Автоматическое создание элемента».....	267
4.2.9.6. Опция «Движение линий».....	267
4.2.9.7. Опция «Полярность».....	268
4.2.9.8. Опция «Картинки».....	268
4.2.9.9. Опция «Число знаков».....	269
4.2.9.10. Опции «Имена», «Значения», «Номера узлов»...	269
4.2.9.11. Опции «Цвет и толщина линий».....	269
4.2.9.12. Опции «Сетка».....	270
4.2.9.13. Изменение языка надписей интерфейса.....	270
4.2.9.14. Изменение масштаба изображения.....	271
4.2.10. Комплект поставки системы SCAD .....	272
4.2.11. Контактные адреса для консультаций, предложений и рекламаций на программы CIRSYMW и SCAD .....	272
4.3. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ВЗАИМНЫМИ ИНДУКТИВНОСТЯМИ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММ SCAD И CIRMUL.....	273
4.3.1. Применение программы SCAD.....	273
4.3.2. Применение программы CIRMUL.....	274
4.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ...	278
4.4.1. Численный расчет схемных функций при наличии полиномиальных коэффициентов.....	279
4.4.2. Формирование символьных схемных функций кварцевого фильтра .....	281

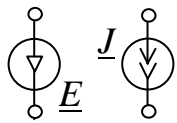
4.4.2.1. Комбинированная дробно-рациональная функция с подвыражениями .....	282
4.4.2.2. Последовательная формула по методу схемно-алгебраической редукции.....	284
4.4.2.3. Последовательная формула по методу блочного Гауссова исключения.....	284
4.4.2.4. Последовательная формула по методу эквивалентного многомерного генератора .....	285
4.4.2.5. Последовательная формула по методу редукции узлов.....	286
4.4.2.6. Последовательная формула с одной операцией деления.....	286
4.4.2.7. Последовательная формула по методу Гаусса.....	287
4.4.2.8. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу неравновесных двоичных векторов....	288
4.4.2.9. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу равновесных двоичных векторов.....	289
4.4.2.10. Каноническая, групповая и развернутая формулы.....	289
4.4.3. Численный эксперимент по расчету передаточной функции кварцевого фильтра.....	290
4.4.3.1. Анализ полученных численных результатов.....	293
4.4.4. Расчет цепи с большим разбросом параметров элементов .....	296
4.4.5. Рекомендации по численному расчету цепей.....	298
4.5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ.....	299
4.5.1. Автоматизированное формирование полиномиальных коэффициентов с помощью программы CIRSWM.....	300
4.5.2. Пример анализа устойчивости активного фильтра третьего порядка.....	300
4.5.3. Пример анализа устойчивости активного фильтра четвертого порядка.....	303
4.5.4. Построение полиномиальных коэффициентов путем разложения определителя по параметрам реактивных элементов.....	305
4.5.5. Алгоритм формирования коэффициентов полиномов путем первоочередного выделения реактивных элементов.....	308
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	311
Предметный указатель .....	312
Библиографический список .....	313



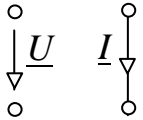
## СПИСОК УСЛОВНЫХ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

АЧХ	амплитудно-частотная характеристика
ДВ	двоичный вектор
ДРФ	дробно-рациональная функция
ГНУИ	генератор неудаляемого управляемого источника
ИДС	исходная диагностируемая схема
ИНУН	источник напряжения, управляемый напряжением
ИНУТ	источник напряжения, управляемый током
ИТУН	источник тока, управляемый напряжением
ИТУТ	источник тока, управляемый током
ЛЭЦ	линейная электрическая цепь
МКК	метод косвенной компенсации
МПК	метод прямой компенсации
МСО	метод схемных определителей
НДВ	неравновесные двоичные вектора
НПН	неявный принцип наложения
НУИ	неудаляемый управляемый источник
ОУ	операционный усилитель
ПНУИ	приемник неудаляемого управляемого источника
ПФ	последовательная формула
РДВ	равновесные двоичные вектора
САВ	схемно-алгебраическое выражение
САФ	схемно-алгебраическая формула
САР	схемно-алгебраическая редукция
СВО	символьное выражение отклика
СВП	символьное выражение параметра
СКЭ	схема с компенсированными элементами
ССФ	символьная схемная (системная) функция
УИ	управляемый источник
ФЧХ	фазо-частотная характеристика
ЭДС	электродвижущая сила
ЭМГ	эквивалентный многомерный генератор
$D$	схемный определитель, знаменатель ССФ или СВО
$e$	мгновенное значение ЭДС
$j$	мгновенное значение функции источника тока
$u, u(t)$	мгновенное значение напряжения
$i, i(t)$	мгновенное значение тока
$j$	мнимая единица $j = \sqrt{-1}$
$\omega$	циклическая (круговая) частота
$p$	оператор дифференцирования ( $p = d/dt$ )

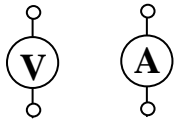
$E(p), J(p)$	или комплексный оператор ( $p = j\omega$ )
$U(p), I(p)$	операторные выражения ЭДС и функции источника тока
$\underline{E}, \underline{J}$	операторные выражения напряжения и тока
$\underline{U}, \underline{I}$	комплексные действующие значения ЭДС и тока
$Z, Y$	комплексные действующие значения напряжения и тока
$Z(p), Y(p)$	комплексные сопротивление и проводимость
	операторные сопротивление и проводимость



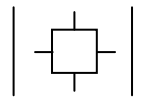
генераторы ЭДС и тока



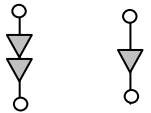
приемники напряжения и тока



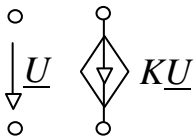
вольтметр и амперметр



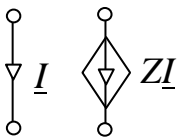
определитель схемы (многополюсника)



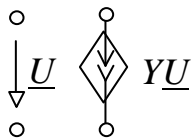
генератор и приемник неудаляемого управляемого источника (ГНУИ и ПНУИ)



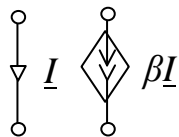
источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН)



источник напряжения, управляемый током (ИНУТ)



источник тока, управляемый напряжением (ИТУН)



источник тока, управляемый током (ИТУТ)

Посвящается Бернарду Телледжену (1900–1990),  
обогатившему теоретическую электротехнику  
идеальным усилителем – нуллором

## ВВЕДЕНИЕ

Анализ и диагностика являются задачами, органично дополняющими друг друга в теории линейных электрических цепей (ЛЭЦ) [19, 20, 22]. Анализ состоит в определении переменных и характеристик электрического режима цепи по известной структуре и параметрам элементов, а диагностика заключается в нахождении переменных электрического режима и части параметров элементов по заданной структуре, известному множеству параметров и дополнительной информации о части измеренных напряжений и токов в диагностируемой цепи. Решать эти задачи желательно символьными методами, чтобы полученные таким образом аналитические выражения позволяли исследовать общие свойства функций и цепей [19], были «понятны самому широкому кругу специалистов и легко проверялись соответствующими экспертизами» [9, с. 44].

Использование символьных методов отличается, как правило, существенно большей трудоемкостью по сравнению с получением решения в численном виде. Это обуславливает целесообразность анализа по частям даже достаточно простых схем, содержащих несколько узлов и элементов. Важный в прикладном отношении раздел теории электрических цепей, предусматривающий исследование схем через их расчленение, то есть через деление схемы на части-подсхемы, анализ подсхем и объединение результатов этого анализа, называется *диакоптической*. До сих пор в учебной литературе рассматривались только частные случаи получения символьных схемных функций на основе диакоптических формул. Существующий пробел призвано заполнить данное пособие, в котором обсуждаются эффективные диакоптические методы, предназначенные как для расчетов вручную, так и компьютерной реализации символьного анализа ЛЭЦ и решения базисной задачи диагностики в символьном виде.

Для символьного анализа электрических цепей разработаны как топологические [52], так и схемно-алгебраические [62, 63] методы. В 1845 году *Кирхгоф*, будучи студентом, опубликовал законы непрерывности токов в узле и равновесия напряжений в контуре электрической схемы [30]. С этого времени появилась возможность выполнять анализ сложных электрических цепей путем решения системы уравнений схемы методом *Крамера*, то есть через раскрытие

определителей двух матриц. Однако и *Кирхгоф* (1847 г.) [30], и *Максвелл* (1873 г.) [43], очевидно, сознавая избыточность учета параметров схемы в ее уравнениях, предложили топологические правила для анализа электрических цепей, исключая составление уравнений и использующие непосредственно схемную модель цепи. Тем самым ставилась задача сделать переход от схемы к выражениям для откликов тока и напряжения более простым и обусловленным структурой схемы.

Результаты *Кирхгофа* и *Максвелла* получили развитие в работах *Фойснера* [87,88], который в 1902 году ввел понятие определителя схемы с двухполюсными элементами. В этом году исполняется 100 лет со времени опубликования четырех формул *Фойснера* [87, 88], предназначенных для разложения определителей линейных электрических схем, которые содержат  $z$ - и  $y$ -ветви (сопротивления и проводимости).

Результаты *Фойснера* получили развитие в работах *Брауна* [80, 81], *Партена* и *Сикета* [99], *Хашемина* [92]. Наиболее подробно методы *Кирхгофа*, *Максвелла*, а также метод *Фойснера*, называемый здесь методом схемных определителей, рассмотрены в учебнике [52]. В 1965 году *Браун* ввел понятие ориентированного нуллора [80], что позволило выразить ССФ через определители схем с нораторами и нуллаторами, а также применить формулы *Фойснера* для анализа электрических цепей, содержащих идеальные операционные усилители (ОУ) [99]. В последние годы метод схемных определителей был усовершенствован и обобщен для анализа схем со всеми типами управляемых источников (УИ) [62, 63] и многополюсных компонентов [36], анализа сложных схем по частям [64], аналитического решения систем линейных алгебраических уравнений [35], получил методическую проработку [35, 37, 65]. В настоящем пособии развивается схемно-алгебраический метод схемных определителей (МСО) применительно к анализу цепей с многополюсниками, несколькими источниками воздействия и общему решению задач диакоптики и диагностики. Критерием, который положен в основу сравнения предлагаемых и известных методов, является вычислительная сложность формируемых выражений ССФ, характеризующаяся количеством требуемых алгебраических операций [85, 100]. При анализе ЛЭЦ используются так называемые схемно-алгебраические выражения (САВ), в которых, наряду с буквенными обозначениями параметров схемы и знаками операций, используются изображения производных схем, отождествляемые с их определителями.

Развитый в пособии неявный принцип наложения (НПН) [38] позволяет формировать на основе МСО символьные выражения откликов (СВО) при анализе ЛЭЦ с произвольным числом источников воздействия, минуя процедуру нахождения ССФ. При этом искомое СВО получается в виде отношения определителей двух схем: схемы числителя и схемы

знаменателя. Заметим, что ССФ в случае нахождения СВО являются побочными результатами анализа ЛЭЦ. Важно подчеркнуть, что до сих пор понятие «схемная функция», которое, начиная с работы *Максвелла* [43], занимало центральное место в символьно-топологическом анализе электрических цепей [52], препятствовало рассмотрению с единых позиций ЛЭЦ с одним и несколькими источниками воздействий.

Применить непосредственно символьные методы анализа ЛЭЦ для их диагностики нельзя, поскольку по условию этой задачи часть параметров элементов не известна. Для преодоления этого препятствия используется компенсация элементов с неизвестными параметрами с помощью компенсационной схемы или *компенсатора*, состоящего из источника напряжения или тока с известным (измеренным) параметром и неудаляемого управляемого источника [32, 37]. Схема, полученная в результате замены компенсаторами всех элементов с неизвестными параметрами, называется *схемой с компенсированными элементами* (СКЭ). Эта схема эквивалентна исходной диагностируемой схеме (ИДС) и в отличие от нее может быть проанализирована МСО. Таким образом, минуя формирование уравнений схемы, получается *прямое решение* задачи символьной диагностики.

Главная цель пособия – помочь студенту освоить символьный анализ линейных электрических цепей, научиться решать практические задачи их диагностики, требующие исследования аналитических выражений, а также выполнять анализ сложных электрических цепей делением их на части. В пособии приведены многочисленные примеры решения задач, в том числе с применением компьютерных программ – программы символьного анализа и диагностики – CIRSYMW и ее графической версии – SCAD, а также программы CIRMUL для генерации схемно-алгебраических формул-шаблонов к методу выделения параметров многополюсных элементов. Даются указания по использованию этих программ при выполнении расчетно-графических работ.

Задачами учебного пособия являются:

1. Сосредоточить внимание и усилия студентов на постижении физического смысла изучаемых явлений, исключив трудоемкое использование вспомогательных математических аппаратов матриц и графов, а также методов решения линейных алгебраических уравнений (*Крамера, Гаусса* и т. д.).

2. Предоставить в распоряжение студентов наглядный и эффективный инструмент для аналитического и численного исследования электрических цепей, который расширяет возможности аналитического представления зависимостей в курсе теоретических основ электротехники и смежных дисциплинах, способствует формированию критического отношения к учебной и справочной литературе.

3. Осуществить попытку изложения разделов ТОО «Методы расчета электрических цепей при установившихся синусоидальном и постоянном токах» и «Диагностика электрических цепей» [20,22], а также раздела «Диакоптика электрических цепей» на собственно схемной основе, то есть ориентируясь на физические схемные представления.

Учебное пособие состоит из четырех разделов.

В первом разделе рассматриваются базовые понятия теории ЛЭЦ, обсуждаются понятие схемного определителя, признаки вырождения схемы, удаление, стягивание и нейтрализация ее элементов [62, 63]. Вводится понятие неудаляемого управляемого источника (НУИ), обобщающее понятие ориентированного нуллора, и формулируются САВ для нахождения ССФ [63]. Выводятся формулы *Фойснера* для разложения определителя схемы путем выделения параметров пассивных элементов и приведения задачи к разложению определителей более простых производных схем. Рассматриваются примеры анализа электрических схем, составленных из двухполюсных элементов. Обсуждается обобщение метода схемных определителей для анализа схем с УИ. Выводятся формулы для разложения определителя схемы путем выделения параметров УИ, подобно параметрам двухполюсных элементов. Предлагаются правила выделения НУИ, позволяющие свести задачу разложения определителя схемы с НУИ к более простой задаче выделения двухполюсных элементов. Даются примеры анализа схем с УИ всех четырех типов и идеальными ОУ.

Во втором разделе обсуждается анализ сложных ЛЭЦ по частям. Предлагается диакоптический метод схемных миноров [64] и его реализации в виде метода бисекции и метода объединения подсхем. Обсуждаются безызыточные формулы (без операций вычитания) для трех- и четырехузловой бисекции схемы, обеспечивающие высокую точность расчетов. Рассматривается метод выделения многополюсников принципиальных схем как обобщение метода выделения параметров двухполюсников и УИ, для трех- и четырехполюсных взаимных и невзаимных элементов: взаимных индуктивностей, идеальных трансформаторов, гираторов, конверторов, инверторов, биполярных, полевых и составных транзисторов, длинных линий и т. д. [36], а также для схем на переключаемых конденсаторах.

Третий раздел посвящен символьному анализу и диагностике ЛЭЦ на основе НПН. Обсуждаются методы опорных источников, в том числе наиболее перспективный из них – метод разомкнутого единичного источника напряжения. Предлагается символьное решение базисной задачи диагностики ЛЭЦ, при которой выполняется однократный анализ СКЭ. Обобщаются топологические необходимые и достаточные условия

диагностируемости ЛЭЦ [32, 37]. Обсуждаются примеры анализа и диагностики электронных усилителей.

Четвертый раздел посвящен символьному и численному анализу электрических и электронных цепей с помощью компьютерных программ и систем.

Подраздел 4.1. содержит руководство по применению компьютерной программы CIRSWM, в которой *В. В. Филаретовым* реализованы методы схемных определителей и символьной диагностики.

В подразделе 4.2 (автор *Р.И.Березуев – Институт геофизики НАН Украины*) дается описание графической оболочки SCAD со схемным редактором для отображения исследуемых схем, разработанной и реализованной *Р. И. Березуевым*. В составе компьютерной системы SCAD, кроме программ моделирования разработанных и реализованных *В.В.Филаретовым* (CIRSWM, CIRMUL, REDSYM и др.), используется интерпретатор сложных выражений, предназначенный для численного расчета токов, напряжений, частотных характеристик, который разработан и реализован *Д. В. Шейным (Ульяновский автомобильный завод)*. Программы обеспечивают вывод выражений, близких к оптимальным выражениям по вычислительной сложности. Важно, что символьные выражения для искомых токов, напряжений, параметров получаются в виде дробно-рациональных функций, удобных для последующего аналитического исследования. Кроме непосредственного учета всех типов УИ, предусматривается задание двухполюсных элементов, как проводимостями, так и сопротивлениями, а также смешанное задание параметров. Это исключает сложные преобразования выражений и обеспечивает экономию интеллектуального труда.

В подразделе 4.3, авторами которого являются *Ф. А. Королев* и *В. В. Филаретов*, рассмотрен анализ цепей с взаимоиנדуктивностями с помощью программ SCAD и CIRMUL.

В подразделе 4.4 всесторонне (в том числе с применением систем SCAD и *Maple*) изложены результаты компьютерного исследования вычислительной сложности и точности выражений передаточной функции кварцевого фильтра, которые получены двенадцатью различными методами.

Подраздел 4.5. включает аналитическую методику расчета устойчивости электрических цепей, реализованную в системе *Maple*.

## 1. ОСНОВЫ ТЕОРИИ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

### 1.1. ОБЩИЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

*Электрической цепью* называется совокупность устройств и объектов, образующих путь для электрического тока, электромагнитные процессы в которых могут быть описаны с помощью понятий об электродвижущей силе (ЭДС), токе и напряжении. В теоретической электротехнике обычно имеют дело со *схемой замещения* электрической цепи или просто *электрической схемой*, которая отображает свойства цепи при определенных условиях. Поэтому здесь, во избежание недоразумений, вместо термина «электрическая цепь» будет преимущественно использоваться термин «электрическая схема» или, кратко, «схема».

Электрическая схема содержит элементы, выполняющие в ней заданные функции. Во многих случаях схема состоит только из двухполюсных элементов или двухполюсников, то есть элементов, имеющих со схемой две точки соединения. Такие элементы называются *ветвями* электрической схемы с указанием их функционального назначения. Границы ветви называются узлами. В результате объединения (отождествления) узлов отдельных ветвей образуется электрическая схема.

Между ветвью и ее узлами существует отношение, называемое отношением инцидентности (соответствия). Узлы ветви связаны другим отношением – отношением смежности. Говорят, что узлы  $i$  и  $j$  инцидентны (соответствуют) некоторой ветви, а сами узлы  $i$  и  $j$  смежны.

Вводятся две операции над ветвями – удаление и стягивание. Операция удаления ветви приводит к образованию отдельных (изолированных) узлов. Если удаляемая ветвь присоединена к схеме, то в результате этой операции ветвь исключается из схемы путем отсоединения обоих ее полюсов. Операция стягивания ветви требует ее удаления и объединения (отождествления) инцидентных ей узлов.

Возможны случаи, когда ветвь подсоединяется к схеме только одним полюсом или обоими полюсами, но к одному узлу схемы. В первом случае ветвь называется *разомкнутой ветвью*, а во втором случае – *замкнутой ветвью* или *петлей*.

Ветви, инцидентные некоторому узлу схемы, называются смежными, а количество таких ветвей – степенью данного узла. Степень ветви схемы равна количеству ветвей, смежных данной ветви. Два узла схемы связаны отношением достижимости, если любой из них можно достичь из



другого, путешествуя (перемещаясь) по смежным ветвям. В частном случае достижимыми являются узлы ветви.

Если все пары узлов некоторой схемы достижимы, то схема называется связной. Несвязную схему можно представить в виде двух или более схем, называемых компонентами связности схемы. В каждой компоненте все пары узлов связаны отношением достижимости. Вырожденным случаем компоненты является изолированный узел, который считается простейшим случаем связной схемы.

Некоторое подмножество узлов и ветвей схемы называется ее подсхемой. Таким образом, подсхема рассматриваемой схемы может быть несвязной и, в предельном случае, пустой схемой, то есть схемой без элементов. Любую схему можно считать подсхемой другой, более сложной схемы. Подмножества ветвей схемы могут образовывать сечения и контуры. Сечение (обобщенный узел связной схемы) – это подсхема, при удалении ветвей которой из исходной схемы получаются две компоненты связности. При этом ни одно подмножество ветвей сечения в случае удаления их из первоначальной схемы не обеспечивает получение несвязной схемы. В простейшем случае сечение образуют ветви, примыкающие к одному из узлов схемы. Удаление этих ветвей делит схему на две подсхемы, одна из которых является *отдельным (изолированным) узлом*.

$K$ -разделимая схема – это схема, которая утрачивает связность или преобразуется в изолированный узел при удалении из нее по меньшей мере  $K$  узлов с инцидентными ветвями. Число  $K$  называется числом делимости графа. При  $K = 1$  получаем схему, называемую шарнирной. Подсхемы этой схемы, имеющие только один общий (шарнирный) узел, также называются шарнирными. Частными случаями шарнирной схемы являются дерево (мультидерево), схема с разомкнутой ветвью (мультиветвью) и схема с мостом. Степень одного из узлов разомкнутой ветви равна единице. Мостом называется ветвь или мультиветвь, оба узла которой являются шарнирными.

Узлы, которые разделяют схему на несвязные части, называются узлами расчленения исходной схемы или внешними узлами (полюсами) подсхем, получаемых в результате ее расчленения по этим узлам. При этом оставшиеся узлы подсхем будем называть их внутренними узлами. В случае 2-разделимой схемы имеем два полюса, поэтому образующиеся подсхемы, сочленение которых приводит к исходной схеме, называются двухполюсными схемами или просто двухполюсниками. Расчленение схемы на две части называется его бисекцией.

Контуром называется схема, имеющая одинаковое число узлов и ветвей, удаление любой ветви которого приводит к образованию путевого

дерева. Из этого определения следует, в частности, что дерево не может содержать контуров, а также, что степени всех узлов контура равны двум.

Контур в схеме – это подсхема, включающая все или часть из узлов исходной схемы и являющаяся контуром. *Контуром схемы* называется замкнутая непрерывная последовательность ветвей, в которой любой узел встречается только один раз.

Мультиветвь – это схема, содержащая два узла, соединенных двумя или более ветвями. Количество ветвей в мультиветви называется ее кратностью. Схема, содержащая хотя бы одну мультиветвь, иногда называется мультисхемой.

Макроветвью будем называть подсхему, образованную последовательно соединенными ветвями. Очевидно, макроветвь можно рассматривать как путевое дерево. Кратностью макроветви называется количество образующих его ветвей. Удаление концевых узлов макроветви, которыми она подсоединяется к оставшейся части схемы, делает ее несвязной. Следовательно, схема, содержащая макроветвь, является 2-разделимой. Следовательно, макроветвь можно рассматривать как двухполюсную схему, полюсами которой являются концевые узлы макроветви. Степени внутренних узлов макроветви-двухполюсника равны двум.

Однородной схемой называется схема, степени всех узлов которой одинаковы. Полная схема – это схема, каждая пара узлов которой соединена ветвью. Например, однородная схема степени два, является также полной схемой с тремя узлами. Очевидно, всякая полная схема однородна, однако обратное неверно. Например, однородная схема степени три (кубическая) не является полной. Число ветвей  $n$  в полной схеме находится как число сочетаний из числа ее узлов  $q$  по два, то есть  $n = q(q - 1)/2$ .

Деревом называется связная схема с  $q$  узлами, содержащая  $q-1$  ветвь. Деревья могут быть путевыми (в виде последовательного соединения ветвей), звездными (одна из узлов – центр такого дерева – смежна со всеми остальными) или иметь произвольную структуру.

Дерево схемы – это ее подсхема, включающая все узлы исходной схемы и являющаяся деревом.

В ряде случаев бывает полезно использовать обобщенные понятия дерева и дерева схемы.

Мультидерево – это связная схема с  $q$  узлами, содержащая  $q-1$  ветвей и мультиветвей. В мультидереве, в отличие от дерева, обязательно наличие хотя бы одной мультиветви. Понятие «мультидерево мультисхемы» вводится аналогично понятию «дерево схемы».

$K$ -лесом называется схема, образованная  $K$  компонентами связности, каждая из которых является деревом. Примером  $K$ -леса может служить пустая схема с  $K$  узлами.

$K$ -дерево – это подсхема, включающая в себя все узлы исходной схемы и являющаяся  $K$ -лесом.  $K$ -дерево содержит  $q-K$  ветвей, где  $q$  – число узлов исходной схемы.

Путь в схеме – это подсхема, представляющая собой путевое дерево.

Дополнением дерева называется подсхема некоторой схемы, оставшаяся после удаления ветвей одного из ее деревьев. Отсюда следует, что количество ветвей в дополнении дерева схемы с  $q$  узлами и  $n$  ветвями равно  $p = n - q + 1$ . Каждая ветвь дополнения, называемая хордой, участвует в образовании с ветвями дерева одного и только одного контура схемы. Такие контура называются независимыми, а их число  $n -$  цикломатическим числом схемы.

Среди схем с низкой связностью (низким заполнением ветвями) выделяются лестничные и цепные схемы. Лестничная схема, содержащая  $p$  независимых контуров, называемых также звеньями, образована  $2(p + 1)$  узлами и  $3p + 1$  ветвями. Число узлов и ветвей цепной схемы можно найти, используя число звеньев, по формулам  $q = p + 2$ ,  $m = 2p + 1$ . Таким образом, число звеньев полностью определяет данные схемы.

Элементы электрической схемы подразделяются на *активные* и *пассивные* элементы. Активными элементами являются *генераторы напряжения* или *генераторы тока*, соответственно,  $e$ - и  $j$ -ветви. ЭДС  $e$  генератора напряжения не зависит от протекающего через него тока, а ток  $j$  генератора тока не зависит от напряжения на его полюсах. Если ЭДС генератора напряжения и ток генератора тока не зависят также от токов или напряжений других ветвей схемы, то такие генераторы называются *независимыми (неуправляемыми) источниками* и служат источниками энергии в схеме.

Независимость  $e$  от протекающего через генератор ЭДС тока требует, чтобы внутреннее сопротивление генератора ЭДС было равно нулю. Аналогично этому неизменность  $j$  достигается в случае, когда внутреннее сопротивление генератора тока принимает бесконечно большое значение. В соответствии с физическим смыслом ориентация генератора ЭДС указывается на схемах непрерывной (замкнутой) стрелкой, а ориентация генератора тока – двойной (разомкнутой) стрелкой, как показано на рис. 1.1.1, где  $u = e$ . При этом условно положительное направление напряжения  $u$  на генераторе ЭДС противоположно ориентации ЭДС, а ориентация генератора тока совпадает с направлением вызванного им тока  $i$ , равного  $j$ .

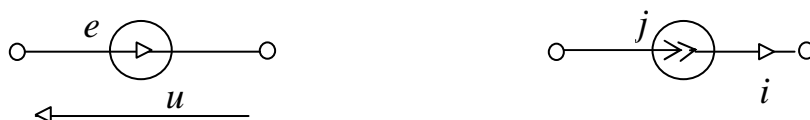


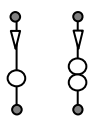
Рис. 1.1.1. Независимые источники напряжения и тока

В табл. 1.1.1. приведены обозначения всех четырех типов УИ. Эти источники перечислены ниже: 1) источник напряжения, управляемый напряжением (ИНУН); 2) источник напряжения, управляемый током (ИНУТ); 3) источник тока, управляемый напряжением (ИТУН); 4) источник тока, управляемый током (ИТУТ). Здесь  $K$  – коэффициент передачи напряжения ИНУН,  $R_y$  – передаточное сопротивление ИНУТ,  $G_y$  – передаточная проводимость ИТУН,  $B$  – коэффициент передачи тока ИТУТ. При значениях параметров, стремящихся к бесконечности, каждый из четырех типов УИ переходит в идеальный ОУ, обозначение которого приведено в пятом столбце табл. 1.1.1. Инвертирующий (помечен кружком) и неинвертирующий входы показаны слева на обозначении ОУ, а выход ОУ находится справа.

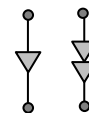
Таблица 1.1.1. Управляемые источники

Наименование	ИНУН	ИНУТ	ИТУН	ИТУТ	НУИ
Обозначение					

При анализе схемы идеальный ОУ замещается ориентированным нулломор или неудаляемым управляемым источником (НУИ), представленными на рис. 1.1.2,а,б. Входу идеального ОУ соответствует нуллятор или приемник НУИ (ПНУИ), а выходу – норатор или генератор НУИ (ГНУИ).



а



б

Рис. 1.1.2. Ориентированный нулмор (а) и НУИ (б)

Идеальный ОУ обычно рассматривается как «некий источник, ток и напряжение на входе которого одновременно равны нулю при любых конечных значениях напряжения и тока на выходе» [48, с. 434] или как управляемый источник при бесконечно большом значении его параметра [15], поэтому использование понятия «НУИ» методически является более предпочтительным, чем использование понятия «нулмор». Кроме того, при необходимости параметру НУИ вместо значения, равного единице, можно присвоить значение, равное параметру некоторого УИ. Это отличает НУИ от обычного нуллора [29] и ориентированного нуллора [80, 99], которые сами по себе не имеют параметров, а моделируют ОУ с коэффициентом усиления, имеющим бесконечно большое значение.

Подключение к схеме независимых источников напряжения и тока обуславливает напряжения на других элементах схемы и токи, протекающие через эти элементы. Чтобы рассчитать напряжение на некотором элементе схемы, параллельно этому элементу подключается *приемник напряжения* – «расчетный вольтметр», внутреннее сопротивление которого имеет бесконечно большое значение. В соответствии с этим приемник напряжения обозначается стрелкой, которая не касается узлов подсоединения элемента, как показано на рис. 1.1.3 (см. также рис. 1.1.1). Для нахождения тока, протекающего через элемент схемы, последовательно с этим элементом включается «*расчетный амперметр*» – *приемник тока*, внутреннее сопротивление которого равно нулю. Его обозначение также приведено на рис. 1.1.3.



Рис. 1.1.3. Приемники напряжения и тока

К пассивным элементам электрической схемы относятся  $z$ - и  $y$ -ветви, которые характеризуются *сопротивлением* и *проводимостью*, измеряемыми в Омах [Ом] и Сименсах [См]. Сопротивление и проводимость называются *параметрами*  $z$ - и  $y$ -ветвей. Электрическая схема является линейной, если параметры ее ветвей не зависят от напряжений и токов схемы. Инвариантная во времени электрическая схема имеет параметры, не зависящие от времени. Условно положительное направление напряжения на  $z$ - и  $y$ -ветвях принимается совпадающим с направлением протекающего через них тока.

Пассивные элементы могут быть элементами, рассеивающими (преобразующими в тепло и другие виды энергии) или накапливающими энергию электромагнитного поля. Параметры  $z$ - и  $y$ -ветвей, рассеивающих энергию, являются вещественными числами и называются соответственно *резистивным сопротивлением*  $R$  и *резистивной проводимостью*  $G$ . Эти параметры связаны с током, протекающим через элемент, и напряжением, падающим на элементе схемы, по закону *Ома*

$$u = Ri \quad \text{и} \quad i = Gu, \quad (1.1.1)$$

что иллюстрирует рис. 1.1.4.



Рис. 1.1.4. Резистивные сопротивление и проводимость

Параметр  $z$ -ветви, накапливающей энергию магнитного поля, называется *индуктивным сопротивлением* и задается в операторной форме как  $pL$ . Здесь  $p$  – *оператор дифференцирования* или при установившемся гармоническом режиме *комплексный оператор*  $j\omega$ , а  $L$  – индуктивность  $z$ -ветви. Параметр  $y$ -ветви, характеризуемой емкостью  $C$  и накапливающей энергию электрического поля, называется *емкостной проводимостью* и задается в операторной форме как  $pC$ .

Операторная форма индуктивного сопротивления и емкостной проводимости вытекает из фундаментальных соотношений между мгновенными напряжением и током для индуктивности и емкости,  $u(t) = Ldi(t)/dt$  и  $i(t) = Cdu(t)/dt$ . Формально заменив  $d/dt$  оператором дифференцирования  $p$ , и перейдя к операторным изображениям напряжений и токов, получаем уравнения

$$U(p) = pLI(p) \quad \text{и} \quad I(p) = pCU(p), \quad (1.1.2)$$

которые иллюстрирует рис. 1.1.5.

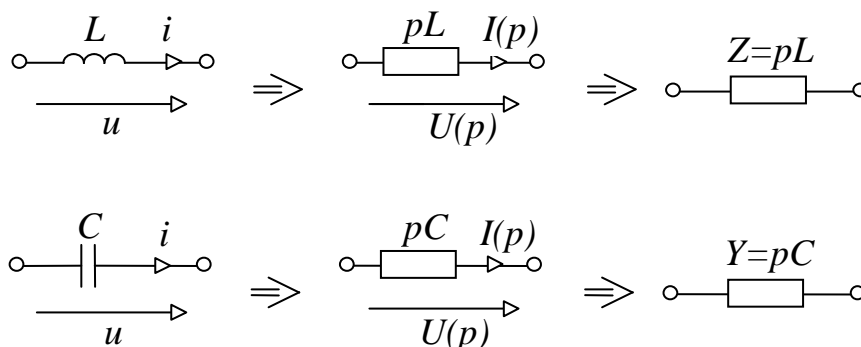


Рис. 1.1.5. Реактивные сопротивление и проводимость

Следует отметить, что МСО не требует указания на схеме условно положительных направлений токов и напряжений (см. рис. 1.1.4 и рис. 1.1.5), если эти токи и напряжения не являются *искомыми* или *управляющими*.

Наряду с перечисленными выше элементами электрическая схема может содержать соединительные проводники – *короткозамкнутые ветви*, сопротивление которых равно нулю. Соединительные проводники отличаются от приемников тока тем, что ток в этих проводниках не представляет интереса, поскольку не является искомым и не управляет генераторами напряжения или тока.

Цепи, содержащие двухполюсные элементы, УИ и НУИ, относятся к *линейным* электрическим цепям (ЛЭЦ). ЛЭЦ, включающие УИ и НУИ, называют обычно *активными*.

Искомыми обычно являются не все, а только некоторые напряжения и токи схемы. Как правило, электрическая схема рассматривается относительно двух пар своих полюсов, как *проходной четырехполюсник* ( $2 \times 2$ -полюсник). При этом первая пара полюсов является *входом*, к которому подключается источник воздействия (генератор напряжения или тока), а со второй пары полюсов, являющейся *выходом*, снимается реакция (отклик) схемы на данное воздействие. Для этого к выходу схемы подсоединяется приемник напряжения или тока.

Отношение значения реакции электрической схемы к заданному значению воздействия, выраженное через параметры элементов схемы, называется ССФ. Численное значение ССФ получается в результате подстановки вместо обозначений параметров их вещественных или комплексных значений. В зависимости от вида реакций и источников воздействия, а также их расположения, различают шесть типов ССФ. Данные выше определения иллюстрирует рис. 1.1.6, где токи, напряжения, ЭДС представлены действующими (комплексными) значениями.

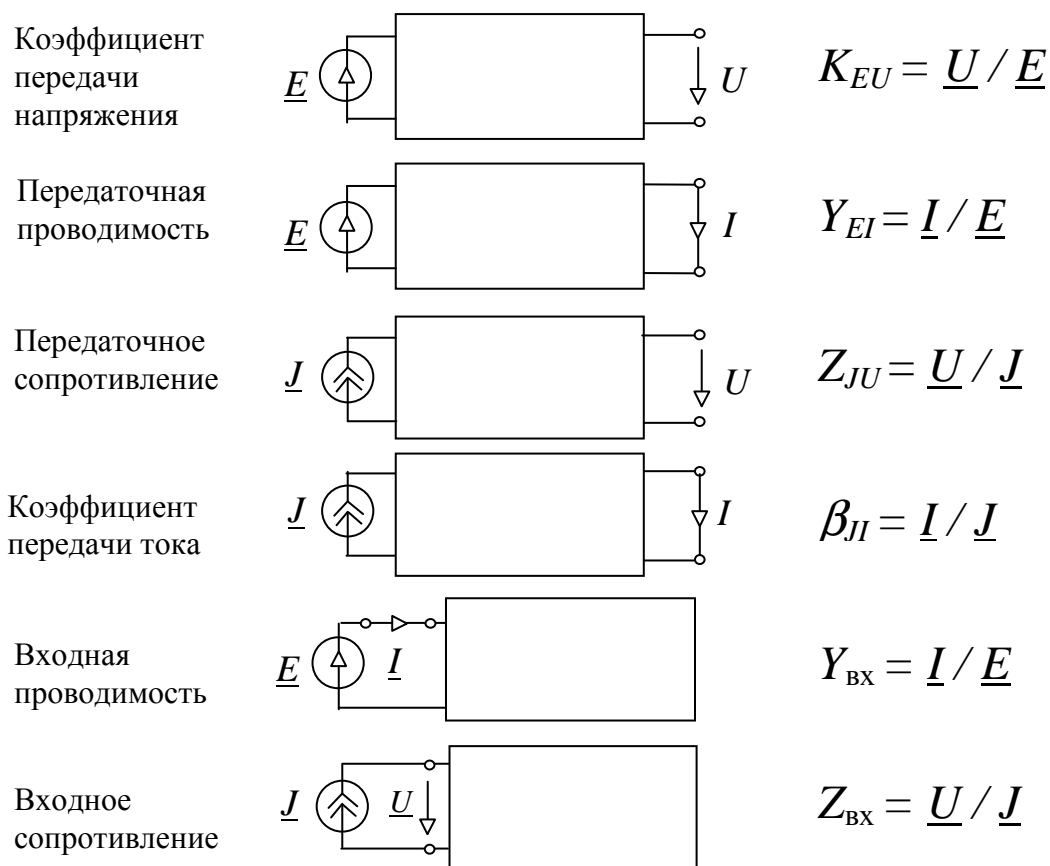


Рис. 1.1.6. Передаточные и входные ССФ

*Передаточные ССФ по напряжению и току не имеют размерности, а передаточные сопротивление и проводимость имеют размерность,*

соответственно, сопротивления и проводимости. В частных случаях, когда четырехполюсник рассматривается относительно одной пары своих полюсов, говорят о ССФ *входного сопротивления* или ССФ *входной проводимости*.

В задаче диагностики используются дополнительные понятия и элементы. Ветви с измеренным напряжением и током представляются вольтметром с известным напряжением и амперметром с известным током соответственно. При переходе от задачи диагностики к задаче анализа на основе ИДС строится *схема замещения с компенсированными элементами* (СКЭ). Токи и напряжения, соответствующие элементам с неизвестными параметрами, в СКЭ могут быть выражены через параметры независимых источников воздействия. Необходимо, чтобы среди независимых источников присутствовали как источники, представленные в ИДС, так и компенсационные источники, параметры которых равны показаниям измерительных приборов. Для этого используются *прямая, косвенная или комбинированная компенсация электрокомпонентов* с неизвестными параметрами. *Прямая компенсация* основана на классической теореме о компенсации и применяется, если вольтметр (амперметр) подключен параллельно (последовательно) элементу с неизвестным параметром. В этом случае элемент и вольтметр (амперметр) заменяются источником ЭДС  $\underline{E} = \underline{U}$  (тока  $\underline{I} = \underline{I}$ ), как показано на рис. 1.1.7.

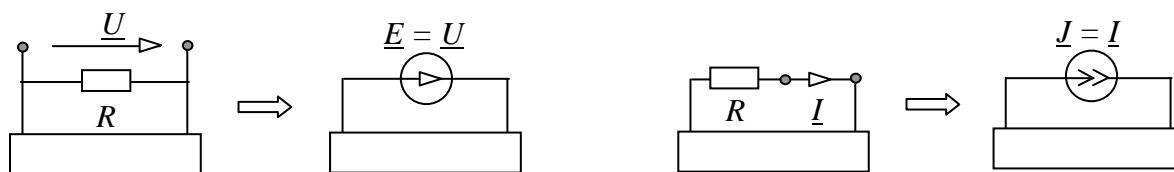


Рис. 1.1.7. Прямая компенсация сопротивления

*Косвенная компенсация* используется, когда и напряжение, и ток на элементе с неизвестным параметром не могут быть измерены. Тогда для компенсации этого элемента применяется напряжение или ток любой другой ветви. В этом случае, как показано на рис. 1.1.8, приемник напряжения  $\underline{U}$  заменяется *фиксирующей ветвью по напряжению*, а приемник тока  $\underline{I}$  – *фиксирующей ветвью по току*. Фиксирующая ветвь по напряжению представляет собой встречное последовательное соединение источника ЭДС  $\underline{E} = \underline{U}$  и ПНУИ, а фиксирующая ветвь по току – согласное параллельное соединение источника тока  $\underline{I} = \underline{I}$  и ПНУИ. Сам элемент с неизвестным параметром замещается ГНУИ. Таким образом, в схему вместо элемента с неизвестным параметром помещается *новый схемный элемент, названный компенсатором*, который состоит из независимого источника и НУИ.



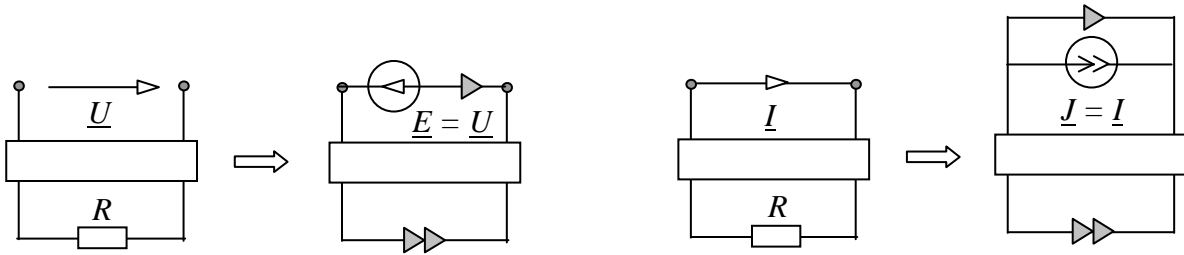


Рис. 1.1.8. Косвенная компенсация сопротивления

*Комбинированная компенсация* применяется в ИДС, где заданы напряжения или токи части элементов с неизвестными параметрами. Напряжения или токи оставшихся из элементов с неизвестными параметрами не могут быть измерены, поэтому для построения СКЭ требуется как прямая, так и косвенная компенсация элементов.

## 1.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

### 1.2.1. ЗАКОНЫ КИРХГОФА

В фундаменте теории электрических цепей лежат законы *Кирхгофа*. Первый закон устанавливает непрерывность токов ветвей, сходящихся в узле или, в общем случае, образующих сечение  $v$ ,

$$\sum_{k \in v} (\pm I_k) = \sum_{n \in v} (\pm J_n), \quad (1.2.1)$$

где  $\pm I_k$  – ток  $k$ -й ветви, втекающий (со знаком «плюс») в сечение  $v$  или вытекающий (со знаком «минус») из этого сечения;  $\pm J_n$  – ток  $n$ -го генератора тока, втекающий (со знаком «минус») в сечение  $v$  или вытекающий (со знаком «плюс») из этого сечения.

Второй закон *Кирхгофа* устанавливает равновесие напряжений в контуре  $\rho$ , образованном ветвями схемы

$$\sum_{k \in \rho} (\pm U_k) = \sum_{n \in \rho} (\pm E_n), \quad (1.2.2)$$

где  $\pm U_k$  – напряжение  $k$ -й ветви, которое учитывается со знаком «плюс», если ее ориентация совпадает с произвольно выбранным направлением обхода контура  $\rho$ ;  $\pm E_n$  – ЭДС  $n$ -го генератора напряжения, учитываемое со знаком «плюс», если ориентация этого генератора совпадает с

направлением обхода контура. В противном случае перед  $\underline{U}_k$  и  $\underline{E}_n$  ставится знак «минус». Правила выбора знаков правых частей в уравнениях (1.2.1) и (1.2.2) согласуются с рис. 1.1.1.

Уравнения (1.2.1) и (1.2.2) совместно с компонентными уравнениями (1.1.1) и (1.1.2) позволяют составить *систему линейно независимых уравнений*, описывающих поведение ЛЭЦ. Решение полученной системы, то есть вычисление каждого из искомым напряжений и токов ветвей, записывается по методу *Крамера* в виде отношения двух определителей, представляющего СВО того или иного типа. Если числитель СВО разложить по столбцу источников воздействия, то СВО выражается через ССФ, общий знаменатель которых называется *определителем системы уравнений* или *системным определителем*. Числители ССФ будут различными в зависимости от типа источников воздействия и искомым откликов, а также расположения рассматриваемых входов и выходов схемы.

Представляя системный определитель в операторной форме, как полином от оператора  $p$ , и приравнивая этот полином к нулю, получаем *характеристическое уравнение* схемы. Корни характеристического уравнения позволяют записать свободную составляющую переходного процесса в схеме, выполнить оценку ее устойчивости и т. д.

Принципиально важно уметь находить характеристическое уравнение схемы и ее ССФ, используя непосредственно электрическую схему и минуя построение системы уравнений с последующим алгебраическим решением. Это позволит не только сократить трудоемкость выкладок, но и сделать решение более компактным, избежав вычисления знаков и появления взаимно уничтожающихся слагаемых – *дубликаций*, что присуще алгебраическому методу раскрытия определителей [2, 52]. Центральным понятием излагаемого ниже МСО является понятие определителя схемы или схемного определителя.

### 1.2.2. ВЫРОЖДЕНИЕ СХЕМЫ И НЕЙТРАЛИЗАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

Для обоснования МСО используем связь определителя схемы с системным определителем. Здесь и далее в качестве определителей будем рассматривать *символьные* определители, то есть аналитические выражения, в которых все параметры схемы представлены символами, а не числами. В системном определителе (матрице) возможно появление строк, которые состоят из элементов, равных нулю. Соответствующая этому определителю схема называется вырожденной. Таким образом, определитель вырожденной схемы тождественно равен нулю. Во избежание излишних выкладок необходимо уметь устанавливать

вырожденность схемы непосредственно по ее структуре и составу элементов [62].

С физической точки зрения примем, что вырожденной является схема, в которой развиваются бесконечно большие токи и напряжения или значения токов и напряжений оказываются неопределенными. Так, внутренние сопротивления генератора напряжения и приемника тока равны нулю, поэтому в контуре, содержащем только генераторы напряжения и приемники тока, создается бесконечно большой ток. С другой стороны, внутренние проводимости генератора тока и приемника напряжения равны нулю, поэтому на элементах сечения, образованного только генераторами тока и приемниками напряжения появляются бесконечно большие значения напряжений.

Частными случаями контура и сечения являются, соответственно, петля и разомкнутая ветвь. Случаи вырождения схемы при образовании петель и разомкнутых ветвей отражены в табл. 1.2.1. Действительно, ток, протекающий через замкнутый накоротко приемник тока, и напряжение на разомкнутом приемнике напряжения имеют неопределенные значения (неопределенность вида  $0/0$ ). Убедиться в этом можно, подсоединив последовательно с приемником тока  $I$  и параллельно с приемником напряжения  $U$ , соответственно, источник ЭДС  $E = 0$  и источник тока  $J = 0$ .

Как видно, замыкание и размыкание  $z$ - и  $y$ -ветвей не может привести к вырождению схемы. Действительно,  $z$ -ветвь можно представить в виде последовательного соединения генератора напряжения и приемника тока, а  $y$ -ветвь – в виде параллельного соединения генератора тока и приемника напряжения. Эти преобразования показаны на рис. 1.2.1. Генератор напряжения управляется током приемника тока, а генератор тока – напряжением приемника напряжения. Таким образом, в первом случае имеем дело с ИНУТ, а во втором случае – с ИТУН. Стрелки генераторов УИ в отличие от стрелок независимых источников заключаются не в кружок, а в ромбик.

Таблица 1.2.1. Условия вырождения схемы и нейтрализации элементов при замыкании и размыкании ветвей

Элемент схемы	Петля	Разомкнутая ветвь
$y$ -ветвь	Нейтрализация	Выделение $y$
$z$ -ветвь	Выделение $z$	Нейтрализация
Генератор $E$	Вырождение	Нейтрализация
Приемник $I$	Вырождение	Нейтрализация
Генератор $J$	Нейтрализация	Вырождение
Приемник $U$	Нейтрализация	Вырождение
Генератор НУИ	Вырождение	Вырождение
Приемник НУИ	Вырождение	Вырождение

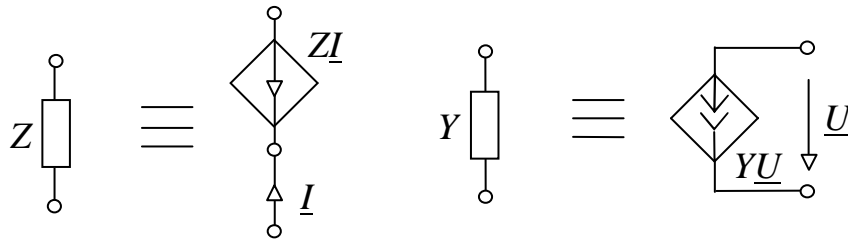


Рис. 1.2.1. Замещение пассивных элементов управляемыми источниками

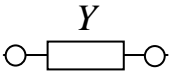
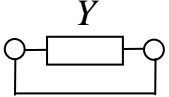
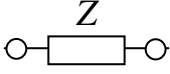
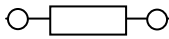
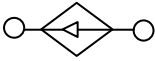
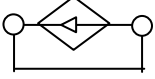

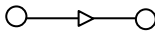
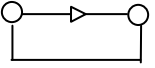
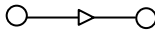


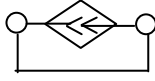
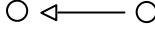
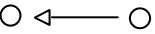
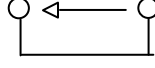

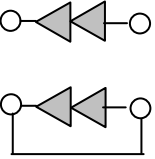

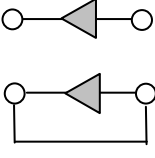
Табл. 1.2.2 более наглядно иллюстрирует условия нейтрализации элементов и вырождения схем при замыкании и размыкании ветвей. Каждая из этих операций приводит к тому, что ветвь оказывается связанной со схемой одним узлом. Обоснование вырожденности схем, содержащих замкнутый генератор ЭДС и разомкнутый источник тока, основано на возникновении в этом случае бесконечно большого тока и напряжения соответственно.

Обратим внимание на операции замыкания и размыкания ГНУИ и ПНУИ. Если в схеме замкнут (разомкнут) ГНУИ, то формируемая для этой схемы по законам *Кирхгофа* система уравнений является недоопределенной – число уравнений меньше числа неизвестных. Это связано с тем, что ГНУИ не имеет компонентного уравнения, то есть его ток и напряжение могут принимать любые (неизвестные) значения, которые определяются всей схемой. В рассматриваемом случае оказывается неопределенным ток (напряжение) ГНУИ, если последний замкнут (разомкнут).

Если в схеме замкнут или разомкнут ПНУИ, то ее система уравнений также является недоопределенной. Неопределенным оказывается напряжение или ток ГНУИ, потому что известные (нулевые) ток и напряжение ПНУИ в формируемой системе уравнений не используются.

Случаи вырождения схем, содержащих УИ, при наличии в этих схемах *EI*-контуров и *JU*-сечений заслуживают специального рассмотрения. Следует отметить, что наличие в схеме контура, содержащего только генераторы напряжения и приемники тока, или сечения, образованного только генераторами тока и приемниками напряжения, не указывает на ее вырождение. Действительно, в отличие от параметров независимых источников, параметры УИ учитываются в левых частях уравнений (1.2.1) и (1.2.2), и поэтому системный определитель не включает строки или столбцы из элементов, равных нулю. Случаи вырождения схем с УИ отображены в табл. 1.2.2.

Таблица 1.2.2. Условия вырождения и нейтрализации элементов при замыкании и размыкании

Элемент схемы	Вырождение	Нейтрализация
	Нет	
	Нет	
		
		
		
		
		Нет
		Нет

Неопределенным является значение тока в контуре, образованном приемниками тока. Действительно, включение в такой контур генератора напряжения с  $\underline{E} = 0$  приводит по закону *Ома* к неопределенности вида  $0/0$ , так как сумма сопротивлений контура равна нулю. Аналогично этому невозможно определить напряжения на элементах сечения, образованного приемниками напряжения, поскольку включение в такое сечение генератора тока  $\underline{J} = 0$  обуславливает неопределенность вида  $0/0$ .

Таблица 1.2.3. Следствия параллельного и последовательного соединения элементов схемы

Элемент схемы	Соединение элемента			
	параллельное		последовательное	
	с ГН или ГНУИ	с ПТ или ПНУИ	с ГТ или ГНУИ	с ПН или ПНУИ
Проводимость (у-ветвь)	Удаление		Стягивание–выделение	
Сопротивление (z-ветвь)	Удаление–выделение		Стягивание	
Генератор напряжения (ГН)	Вырождение	НУИ	Стягивание	–
Приемник тока (ПТ)	НУИ	Вырождение	–	Стягивание
Генератор тока (ГТ)	Удаление	–	Вырождение	НУИ
Приемник напряжения (ПН)	–	Удаление	НУИ	Вырождение
ГНУИ	Вырождение	–	Вырождение	–
ПНУИ	–	Вырождение	–	Вырождение

Наиболее часто встречающимся случаем вырождения является случай, когда схема распадается на несколько (две и более) подсхем. Формально такую схему можно представить в виде связной схемы, если соединить ее подсхемы генераторами тока с  $\underline{J} = 0$ . Полученная схема является вырожденной вследствие наличия сечений, образованных только генераторами тока. Для доказательства можно поступить по-другому. Возьмем два любых несвязных между собой узла, пронумеруем их по порядку 1 и 2. К узлу с номером 2 подсоединим одним из полюсов независимый источник ЭДС  $\underline{E}$ . Свободный узел источника обозначим номером 3. Определитель полученной схемы остался таким же, как у исходной схемы. Подключим между первым и вторым узлами приемник напряжения  $\underline{U}_{12}$ , а между первым и третьим узлами – приемник  $\underline{U}_{13}$ . Для полученной схемы по законам *Кирхгофа* можно сформулировать только одно уравнение  $\underline{U}_{13} - \underline{U}_{12} = \underline{E}$ . Искомые напряжения  $\underline{U}_{12}$ ,  $\underline{U}_{13}$  найти нельзя, поскольку уравнение недоопределено. Таким образом, схема, состоящая из двух и более несвязных подсхем, является вырожденной.

Рассмотренные выше признаки вырождения (наличие *EI*-контуров, *JU*-сечений, несвязность схемы) должны отсутствовать у схем, подлежащих дальнейшему анализу. В противном случае задача анализа

электрической схемы является тривиальной или некорректно поставленной. Следует отметить, что исходная схема также должна быть связной.

Схема не считается несвязной, если имеет с некоторой своей подсхемой только управляющие связи (обусловленные идеальными трансформаторами, взаимоиנדуктивностями, УИ, НУИ и т. д.). Несвязной часто изображается, например, схема трансформаторного усилителя. В этом случае необходимо объединить два узла, принадлежащих разным обмоткам трансформатора. Такая модификация схемы не изменяет результатов ее анализа. В общем случае перед анализом несвязной схемы ее следует преобразовать к связной схеме путем объединения в один узел нескольких произвольных узлов, взятых по одному из каждой подсхемы, имеющей с другими подсхемами только управляющие связи. Такое топологическое преобразование является эквивалентным, то есть не изменяет определитель и не влияет на результат решения задачи анализа. Например, если подсхемы связаны только управляющими связями, как показано на рис. 1.2.2 (слева), то следует соединить их в одном узле, как показано на рис. 1.2.2 (справа).

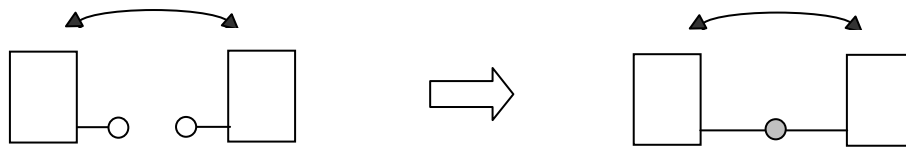


Рис. 1.2.2. Подсхемы с управляющими связями

Условие невырожденности схемы – условие отличия от нуля ее определителя – является достаточным условием существования и единственности решения задачи анализа ЛЭС [38]. Как следует из табл. 1.2.2, схемы, содержащие УИ и НУИ, могут быть вырожденными, несмотря на выполнение свойства связности. Сформулируем общий критерий вырождения.

**Теорема 1.2.1.** Произвольная ЛЭС является вырожденной при выполнении хотя бы одного из трех топологических условий: 1) схема несвязна; 2) в схеме имеется хотя бы один контур, образованный исключительно генераторами напряжения и ГНУИ или исключительно приемниками тока и ПНУИ; 3) схема содержит сечение, включающее только генераторы тока и ГНУИ или только приемники напряжения и ПНУИ.

Частные случаи второго и третьего пунктов теоремы для контуров и сечений, образованных одним элементом (ГНУИ или ПНУИ), иллюстрируются на рис. 1.2.3 (см. табл. 1.2.1).



Рис. 1.2.3. Вырождение схемы в результате размыкания и замыкания ГНУИ или ПНУИ

Случаи вырождения на рис. 1.2.3 обобщаются следствием теоремы о вырождении схемы, образованной исключительно НУИ.

**Следствие 1.2.1.** В невырожденной схеме с НУИ все ГНУИ должны образовывать дерево схемы, а ПНУИ входить в его дополнение и наоборот [62].

Частные случаи второго и третьего пунктов теоремы для контуров и сечений, образованных одним элементом (генератором напряжения, приемником тока, источником тока и приемником напряжения) иллюстрируются на рис. 1.2.4.

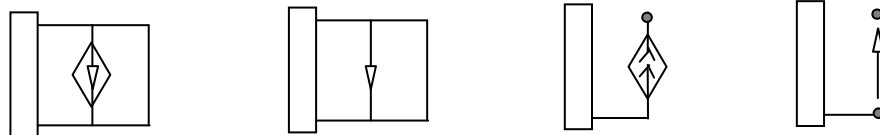


Рис. 1.2.4. Вырождение схемы в результате замыкания и размыкания элементов

Более общие случаи контуров и сечений, вырождающих схему, приводятся на рис. 1.2.5–1.2.8.

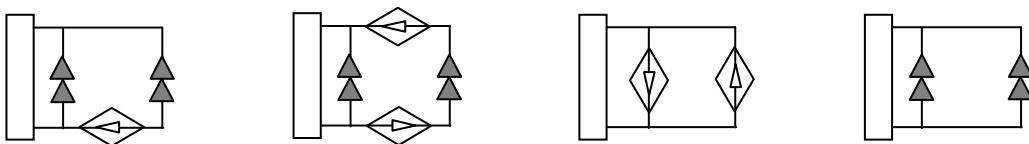


Рис. 1.2.5. Вырожденные схемы с контуром из генераторов напряжения и ГНУИ



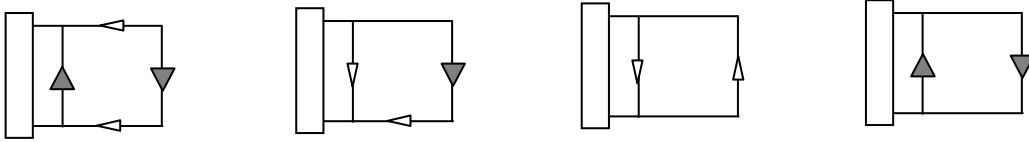


Рис. 1.2.6. Вырожденные схемы с контуром из приемников тока и ПНУИ

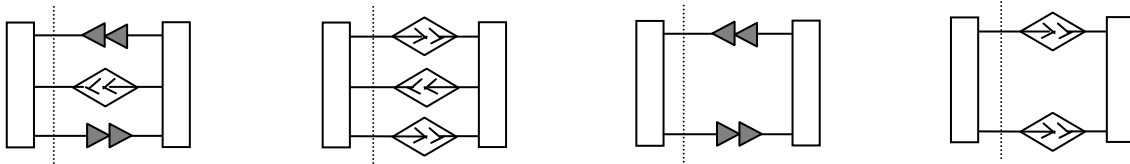


Рис. 1.2.7. Вырожденные схемы с сечением из генераторов тока и ГНУИ

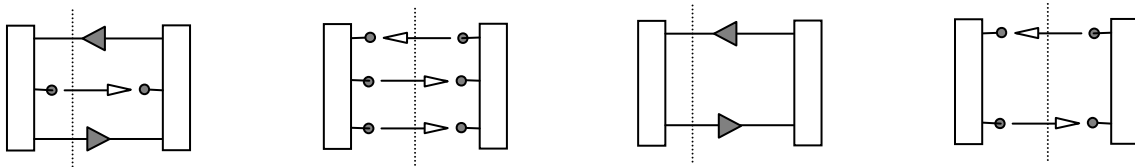


Рис. 1.2.8. Вырожденные схемы с сечением из приемников напряжения и ПНУИ

### 1.2.3. ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ УПРОЩЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СХЕМ

Из уравнений (1.2.1) и (1.2.2) следует, что для получения системного определителя необходимо принять ЭДС генераторов напряжения и токи генераторов тока равными нулю. Это соответствует на схеме замене генераторов ЭДС и приемников искомых токов короткозамкнутыми проводниками с  $Z = 0$  или  $Y = \infty$ , а также замене генераторов тока и приемников искомых напряжений  $z$ -ветвями с  $Z = \infty$  или  $y$ -ветвями с  $Y = 0$ . Следует отметить, что приемники напряжения и тока управляемых источников указанные преобразования не затрагивают. Физический смысл этих преобразований состоит в том, что из схемы исключаются независимые источники  $\underline{E} = 0$  и  $\underline{J} = 0$ , а значит, искомые напряжения и токи также обращаются в нуль:  $\underline{U} = 0$  и  $\underline{I} = 0$ , как показано на рис. 1.2.9.

Другим источником появления в схеме ветвей с предельными значениями параметров как на постоянном токе, так и при гармоническом воздействии, являются энергоемкие элементы. Например, индуктивное сопротивление  $Z = pL = j\omega L$  и емкостная проводимость  $Y = pC = j\omega C$  имеют значение, равное нулю, и бесконечно большое значение на круговой частоте, соответственно,  $\omega = 0$  и  $\omega = \infty$ .

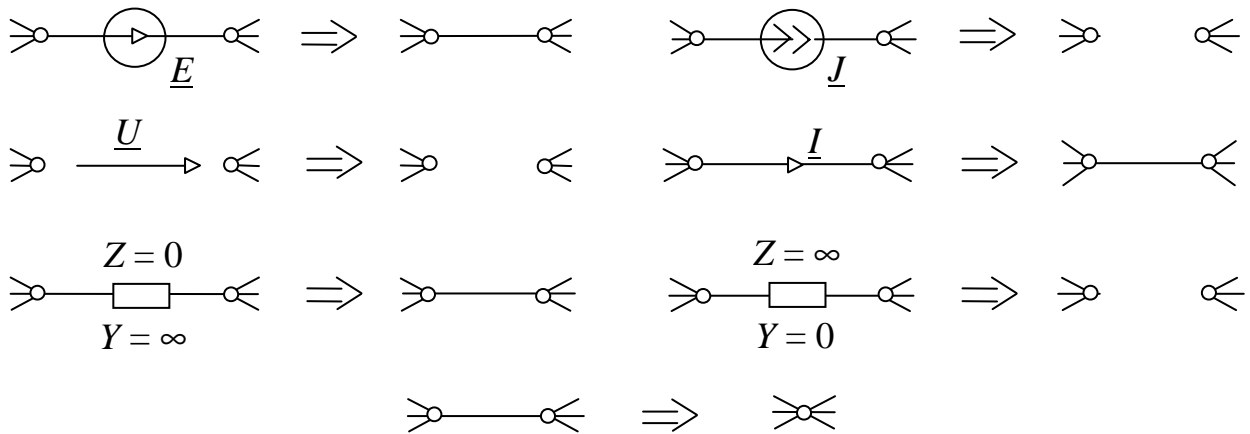


Рис. 1.2.9. Простейшие эквивалентные упрощения электрических схем, выполняемые перед нахождением схемного определителя

Учет особенностей структуры и элементного состава позволяет упростить анализ электрических схем. Прежде всего, из схемы удаляются  $z$ -ветви с  $Z = \infty$  и  $y$ -ветви с  $Y = 0$ . Далее в схеме замещаются короткозамкнутыми проводниками  $y$ -ветви с  $Y = \infty$  и  $z$ -ветви с  $Z = 0$ . Каждый из соединительных проводников необходимо стянуть в одну точку-узел, чтобы не загромождать схему, на которой не должно быть соединительных проводников и, разумеется, узлов, к которым подключены только короткозамкнутые проводники (см. рис. 1.2.9)

Последовательно соединенные  $z$ -ветви замещаются на схеме одной эквивалентной  $z$ -ветвью, параметр которой равен сумме параметров исходных  $z$ -ветвей. С другой стороны, параллельно соединенные  $y$ -ветви замещаются одной эквивалентной  $y$ -ветвью, параметром которой является сумма параметров исходных  $y$ -ветвей. В табл. 1.2.4 приводятся правила упрощения последовательного, параллельного, последовательно-параллельного и параллельно-последовательного соединений проводимостей, сопротивлений и управляемых источников. Вывод указанных формул проводится на основе законов *Кирхгофа*.

Другим упрощающим схему преобразованием является нейтрализация (устранение) влияния элемента на режим схемы вследствие замыкания или размыкания этого элемента. Нейтрализацию элемента можно вызвать также приравнением значения его параметра к нулю. Случаи нейтрализации элементов отражены в табл. 1.2.1. Кроме традиционных элементов табл. 1.2.1 включает НУИ, ГНУИ и ПНУИ в отличие от обычных генераторов и приемников нельзя нейтрализовать ни замыканием, ни размыканием.

Таблица 1.2.4. Объединение схемных элементов

№	Исходная схема	Эквивалентная схема
1	Последовательное соединение $z$ -ветвей	
2	Параллельное соединение $y$ -ветвей	
3	Последовательное соединение ИНУТ	
4	Параллельное соединение ИТУН	
5	Последовательно-параллельное соединение ИТУТ	
6	Параллельно-последовательное соединение ИНУН	

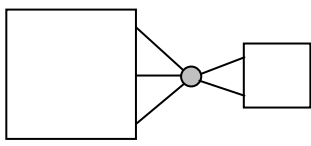
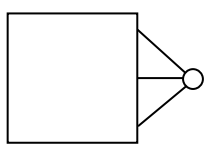
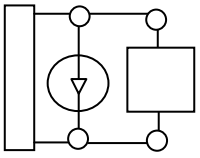
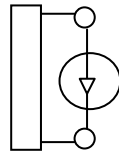
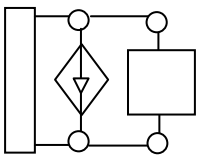
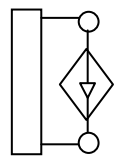
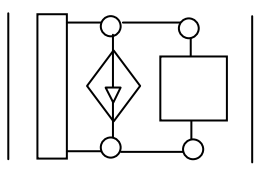
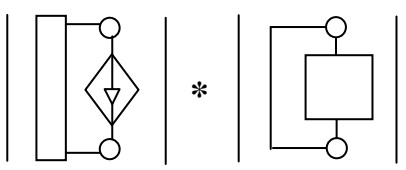
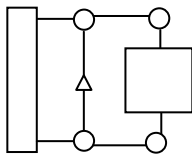
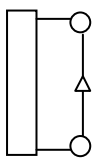
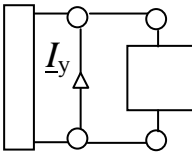
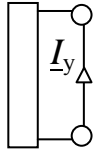
Если напряжения на приемниках напряжения и токи в приемниках тока известны, а эти приемники управляют генераторами, то соответствующие генераторы становятся независимыми и поэтому исключаются из схемы. Напомним, что элемент, нейтрализация влияния которого на режим схемы установлена, исключается из схемы в соответствии с его физическими свойствами, то есть генераторы напряжения и приемники тока стягиваются, а генераторы тока и приемники напряжения удаляются (см. рис. 1.2.9).

Нейтрализацию генератора тока замыканием и генератора напряжения размыканием можно рассматривать как частные случаи нейтрализации генератора тока, помещенного в  $EI$ -контур, и генератора напряжения, включенного в  $JU$ -сечение. Действительно, в первом случае напряжение на генераторе тока не зависит от его тока  $\underline{J}$ , а во втором случае ток через генератор напряжения не зависит от его ЭДС  $\underline{E}$ . Аналогично этому нахождение напряжения на приемнике напряжения, помещенном в  $EI$ -контур, не представляет затруднений, поскольку определяется алгебраической суммой ЭДС генераторов напряжения (см. формулу (1.2.2)). С другой стороны, ток в приемнике тока, включенном в  $JU$ -сечение, выражается через токи генераторов тока согласно уравнению (1.2.1). Следует обратить внимание на то, что нейтрализацию УИ, как элемента схемы, образованного двумя ветвями, влечет нейтрализация либо его генератора, либо его приемника. Более общие случаи нейтрализации элементов отражены в табл. 1.2.2.

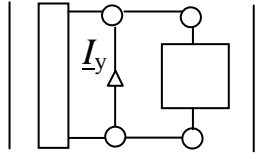
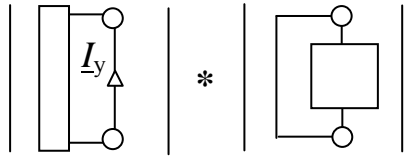
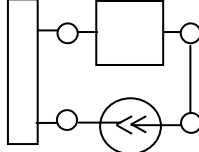
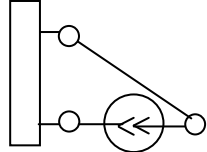
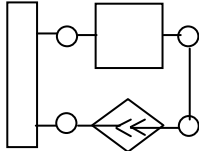
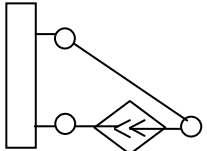
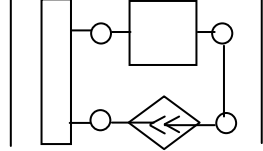
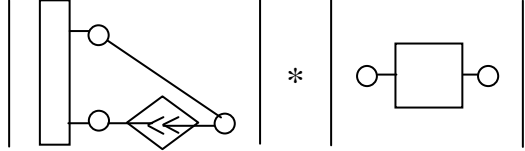
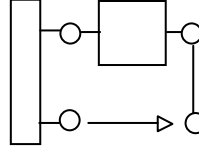
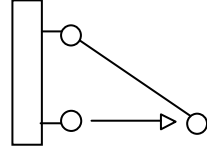
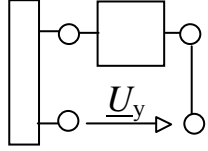
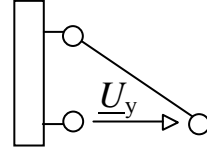
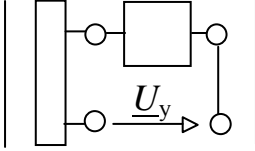
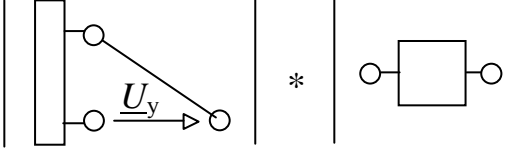
Рассмотренные выше схемные операции уменьшают трудоемкость метода схемных определителей при нахождении числителя и знаменателя символьных выражений откликов. Также ускоряют процесс нахождения выражений откликов некоторые операции, выполняемые перед анализом схемы. Эти операции позволяют отбросить однополюсник, двухполюсник или  $n$ -полюсник, если он не влияет на искомый отклик. Это имеет место, если у этого  $n$ -полюсника отсутствуют управляющие связи с основной подсхемой, содержащей приемник отклика, а схема в целом обладает топологическими особенностями. Например, одна из подсхем имеет с основной подсхемой только один общий узел, двухполюсник подключен параллельно источнику напряжения и т. п.

В строках 1–9 табл. 1.2.5 сгруппированы операции предварительных упрощений частных вариантов схем перед нахождением ССФ путем удаления или стягивания одного из двух двухполюсников (однополюсников). Это возможно, во-первых, при отсутствии управляющих связей между ними. Во-вторых, двухполюсник (однополюсник), оставляемый в схеме (см. строки 1–2, 5–7, 9) после ее преобразования, должен содержать приемники искомого тока или напряжения.

Таблица 1.2.5. Эквивалентные упрощения (преобразования) схем перед нахождением схемных функций

№	Исходная схема	Эквивалентная схема
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
1	Удаление подсхемы, имеющей один общий узел со схемой	
		
2	Удаление двухполюсника, параллельного независимому источнику напряжения	
		
3	Удаление двухполюсника, параллельного управляемому источнику напряжения	
		
3*	Разложение определителя схемы с двухполюсником, который соединен параллельно управляемому источнику напряжения	
		
4	Удаление двухполюсника, параллельного приемнику тока – амперметру	
		
5	Удаление двухполюсника, параллельного приемнику тока УИ	
		

Окончание табл. 1.2.5

1	2	3
5*	Выделение двухполюсника, параллельного приемнику тока УИ	
		
6	Стягивание двухполюсника, соединенного последовательно с независимым источником тока	
		
7	Стягивание двухполюсника, соединенного последовательно с управляемым источником тока	
		
7*	Выделение двухполюсника, последовательного управляемому источнику тока	
		
9	Стягивание двухполюсника, соединенного последовательно с приемником напряжения – вольтметром	
		
10	Стягивание двухполюсника, соединенного последовательно с приемником напряжения УИ	
		
10*	Выделение двухполюсника, последовательного приемнику напряжения УИ	
		

В строках 3–5, 7–9 табл. 1.2.5 оставляемый двухполюсник должен иметь в своем составе независимый источник энергии. Удаляемый (стягиваемый) в строках 3–10 двухполюсник не содержит как приемников с искомым током или напряжением, так и независимых источников энергии. Рассмотренные эквивалентные упрощения доказываются в [37].

### 1.3. РАЗЛОЖЕНИЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ СХЕМ ПО ПАРАМЕТРАМ ДВУХПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПОДСХЕМ

#### 1.3.1. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ПРОСТЕЙШИХ СХЕМ

Практическое значение имеют схемы, определители которых отличны от нуля. Определители простейших схем легко получаются из закона *Ома* (см. формулы (1.1.1)). Слева, на рис. 1.3.1,а–г, изображены схемы и очевидные выражения для ССФ (см. рис. 1.1.6).

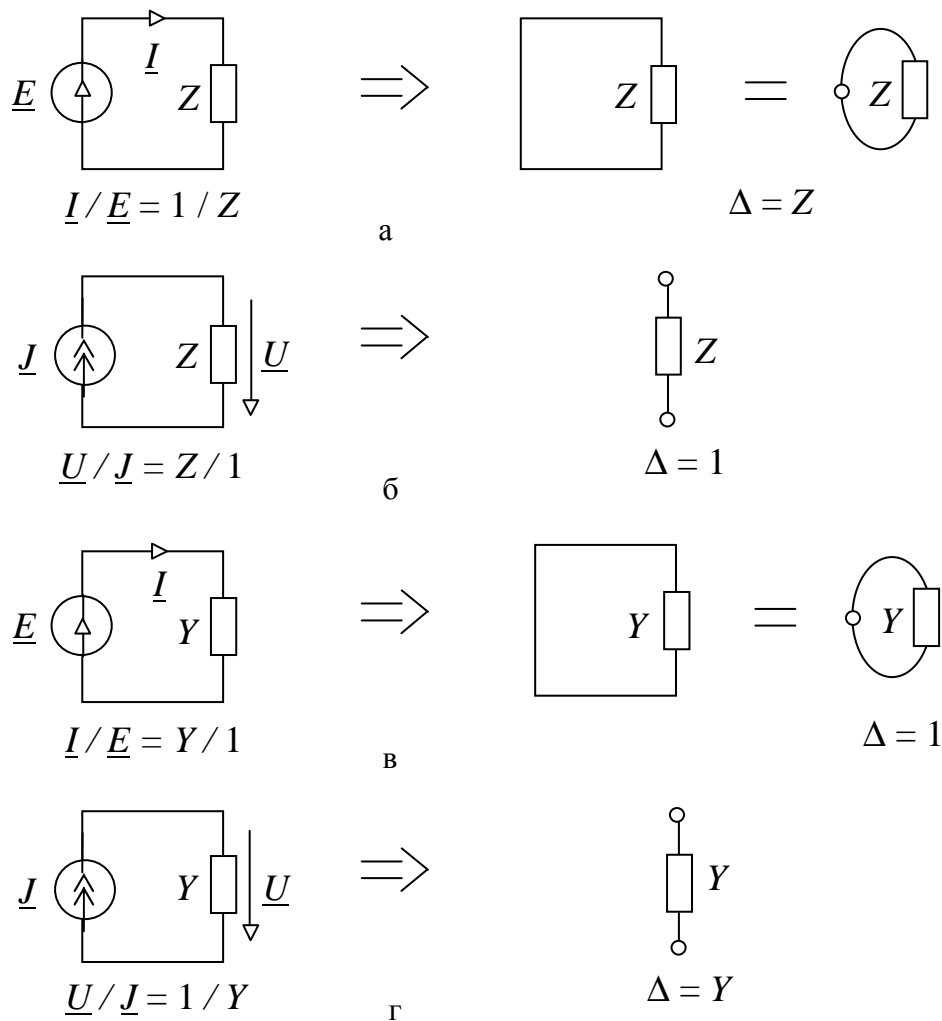


Рис. 1.3.1. Получение определителей простейших схем

Справа, на рис. 1.3.1,а–г, показаны производные схемы, полученные в результате исключения генераторов и приемников, вместе с выражениями для определителей этих схем.

Определитель схемы – одиночного узла, помещенный в строку 1, равен единице, поскольку эта схема может быть получена из  $y$ -петли при  $y = 0$ . С другой стороны, одиночный (изолированный) узел эквивалентен разомкнутой  $z$ -ветви при  $z = 0$ , определитель которой также равен единице.

### 1.3.2. ФОРМУЛЫ ФОЙСНЕРА

Первые две из этих формул позволяют свести разложение определителя исходной схемы к разложению определителей более простых производных схем, в которых отсутствует некоторая выделяемая ветвь  $z$  или  $y$

$$\Delta = z\Delta^z + \Delta_z, \quad (1.3.1)$$

$$\Delta = y\Delta_y + \Delta^y, \quad (1.3.2)$$

где  $\Delta$  – определитель схемы, нижний или верхний индексы при символе  $\Delta$  указывают на стягивание или удаление выделяемой ветви соответственно. Стягивание ветви равносильно ее замене на схеме идеальным проводником («перемычкой»).

Другие две формулы требуют представления схемы в виде двух подсхем, имеющих один (формула (1.3.3)) или два (формула (1.3.4)) общих узла

$$\Delta = \Delta_1 \cdot \Delta_2, \quad (1.3.3)$$

$$\Delta = \Delta_1 \cdot \Delta_2(a,b) + \Delta_1(a,b) \cdot \Delta_2, \quad (1.3.4)$$

где  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  – определители первой и второй подсхем, из которых состоит схема;  $\Delta_1(a,b)$  и  $\Delta_2(a,b)$  – определители схем, образованных соответственно из первой и второй подсхем в результате объединения общих узлов. Формулу (1.3.4) можно рассматривать как обобщение формул (1.3.1) и (1.3.2) при рассмотрении в качестве подсхемы  $z$ - или  $y$ -ветви.

Формулы (1.3.1)–(1.3.4) наглядно представляются в виде схемно-алгебраических выражений [37] (1.3.5)–(1.3.8) соответственно

$$\left| \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right\| z \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right\| = z \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right\| + \left| \begin{array}{c} \bullet \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right\|, \quad (1.3.5)$$



$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ y \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| = y \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \right|, \quad (1.3.6)$$

$$\left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ a \\ \text{---} \\ \boxed{2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ a \\ \text{---} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \boxed{2} \end{array} \right|, \quad (1.3.7)$$

$$\left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ a \\ \text{---} \\ b \\ \text{---} \\ \boxed{2} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ a \\ \text{---} \\ b \\ \text{---} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ \boxed{2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \boxed{1} \\ \text{---} \\ | \\ \text{---} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ | \\ a \\ \text{---} \\ b \\ \text{---} \\ \boxed{2} \end{array} \right|. \quad (1.3.8)$$

Рекурсивное применение формул (1.3.1)–(1.3.4) по отношению к исходной схеме и производным от нее схемам приводит к простейшим схемам в виде разомкнутых и замкнутых ветвей (петель), которые представлены на рис. 1.3.2



Рис. 1.3.2. Простейшие схемы и их определители

В результате стягивания и удаления ветвей могут образоваться вырожденные схемы, определитель которых тождественно равен нулю, что упрощает разложение определителей.

### 1.3.3. ФОРМУЛЫ ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Невозможность непосредственного применения формул (1.3.1)–(1.3.4) для анализа схем с УИ, используемыми в моделях электронных ламп и транзисторов, обусловили забвение этих формул на многие десятилетия. Лишь в 1977 году была опубликована формула выделения параметра УИ [92]

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi = 0), \quad (1.3.9)$$

где  $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$  – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса неудаляемого управляемого источника (НУИ);  $\Delta(\chi = 0)$  – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия  $\chi = 0$ . Однако два десятилетия (до конца 20 века) эта пятая формула метода схемных определителей не применялась, что обусловило преимущественное развитие матричных и графовых методов символического анализа электрических цепей.

Схемно-алгебраические выражения, иллюстрирующие формулу (1.3.9) для различных типов УИ, приводятся на рис. 1.3.3.

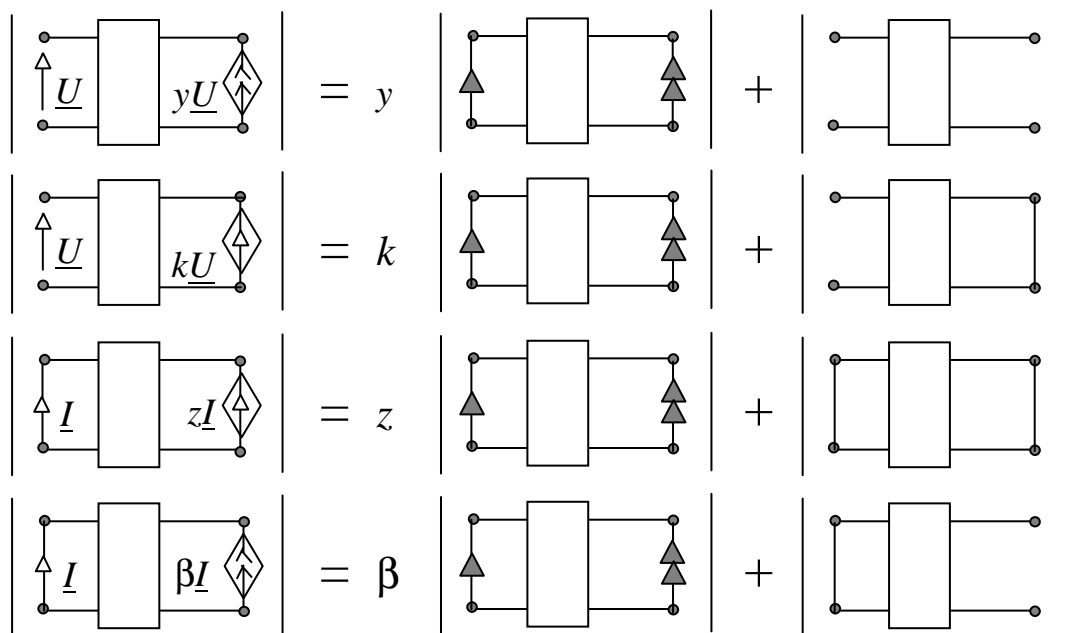
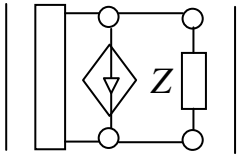
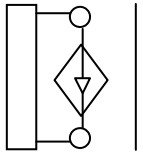
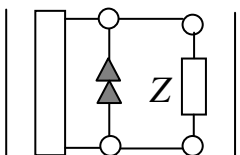
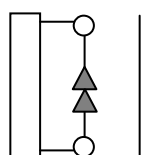
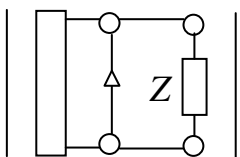
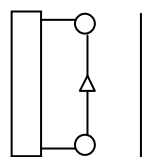
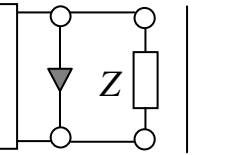
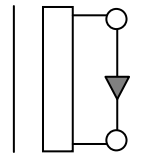
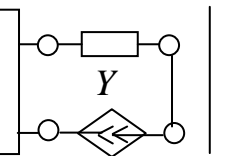
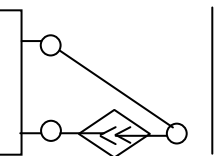
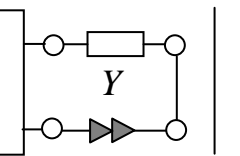
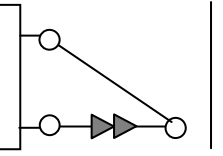
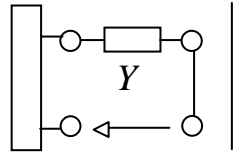
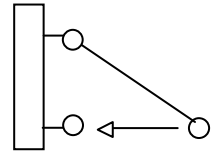


Рис. 1.3.3. Выделение параметров УИ

В частных случаях формулы (1.3.1), (1.3.2) и (1.3.9) сводятся к одному слагаемому, которое может содержать или не содержать выделяемый параметр. Частные случаи выделения элементов и их нейтрализации сведены в табл. 1.3.1 и табл. 1.3.2.

Таблица 1.3.1. Частные случаи выделения параметров элементов

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
1	Параллельное соединение $z$ -ветви с генератором напряжения	
		$Z$ 
2	Параллельное соединение $z$ -ветви с ГНУИ	
		$Z$ 
3	Параллельное соединение $z$ -ветви с приемником тока	
		$Z$ 
4	Параллельное соединение $z$ -ветви с ПНУИ	
		$Z$ 
5	Последовательное соединение $y$ -ветви с генератором тока	
		$Y$ 
6	Последовательное соединение $y$ -ветви с ГНУИ	
		$Y$ 
7	Последовательное соединение $y$ -ветви с приемником напряжения	
		$Y$ 

Окончание табл. 1.3.1

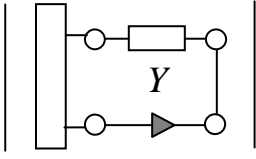
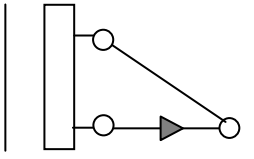
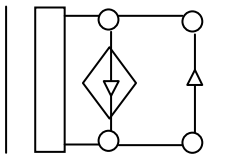
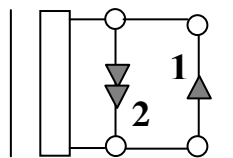
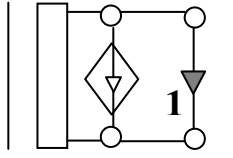
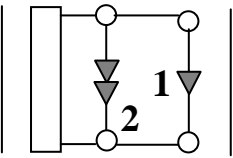
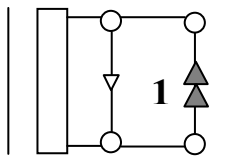
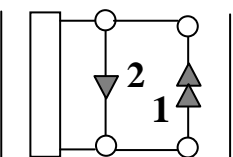
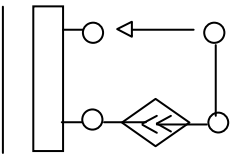
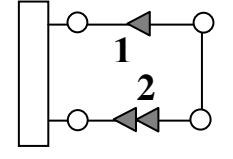
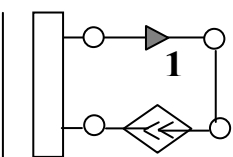
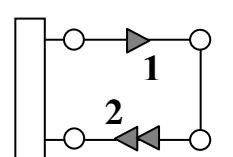
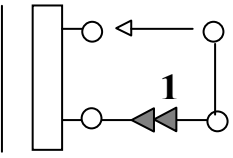
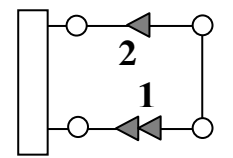
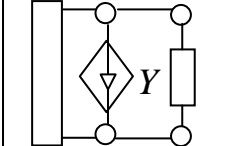
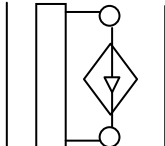
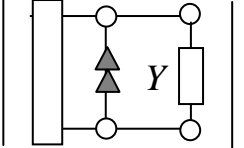
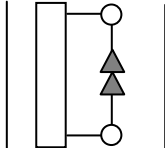
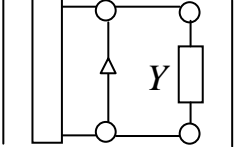
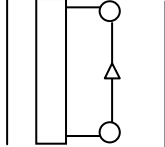
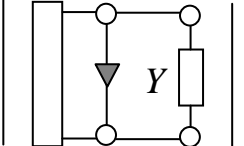
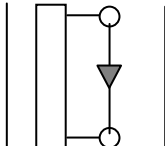
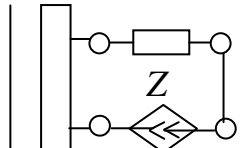
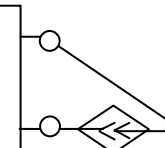
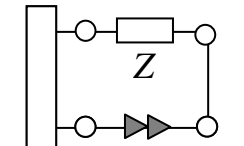
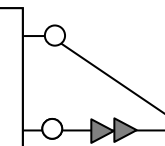
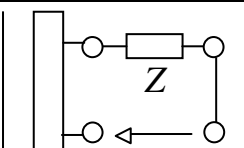
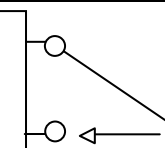
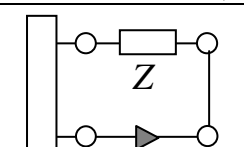
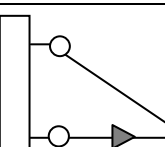
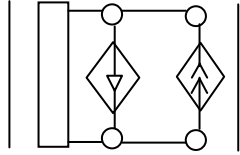
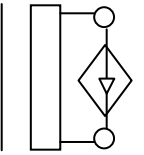
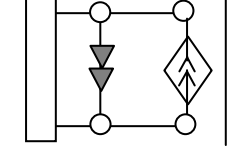
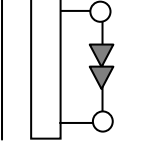
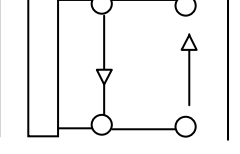
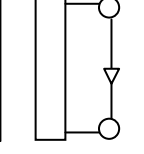
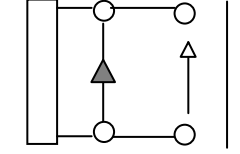
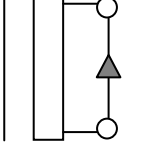
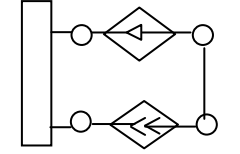
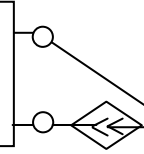
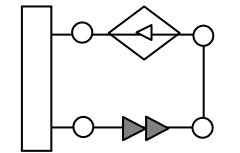
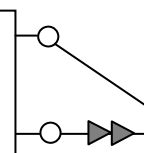
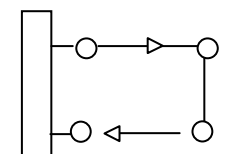
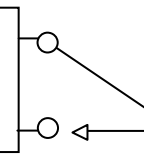
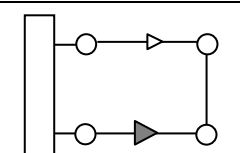
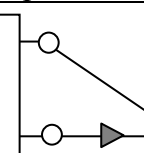
1	2	3
8	Последовательное соединение у-ветви с ПНУИ	
		
9	Параллельное соединение генератора напряжения УИ-1 с параметром $A$ и приемника тока УИ-2 с параметром $B$	
		
10	Параллельное соединение генератора напряжения УИ-2 с параметром $A$ и ПНУИ-1	
		
11	Параллельное соединение приемника тока УИ-2 с параметром $A$ и ГНУИ-1	
		
12	Последовательное соединение приемника напряжения УИ-1 с параметром $A$ и генератора тока УИ-2 с параметром $B$	
		
13	Последовательное соединение генератора тока УИ-2 с параметром $A$ и ПНУИ-1	
		
14	Последовательное соединение приемника напряжения УИ-2 с параметром $A$ и ГНУИ-1	
		

Таблица 1.3.2. Эквивалентные упрощения схем нейтрализацией элементов

№	Исходное САВ	Эквивалентное САВ
1	2	3
1	Удаление $y$ -ветви, включенной параллельно генератору напряжения 	
2	Удаление $y$ -ветви, включенной параллельно ГНУИ 	
3	Удаление $y$ -ветви, включенной параллельно приемнику тока 	
4	Удаление $y$ -ветви, включенной параллельно ПНУИ 	
5	Стягивание $z$ -ветви, включенной последовательно с генератором тока 	
6	Стягивание $z$ -ветви, включенной последовательно с ГНУИ 	
7	Стягивание $z$ -ветви, последовательной приемнику напряжения 	
8	Стягивание $z$ -ветви, включенной последовательно с ПНУИ 	

Окончание табл. 1.3.2

1	2	3
9	Параллельное соединение генератора тока с генератором напряжения 	
10	Параллельное соединение генератора тока с генератором НУИ 	
11	Параллельное соединение приемника напряжения с приемником тока 	
12	Параллельное соединение приемника напряжения с приемником НУИ 	
13	Последовательное соединение генератора напряжения и генератора тока 	
14	Последовательное соединение генератора напряжения и генератора НУИ 	
15	Последовательное соединение приемника тока с приемником напряжения 	
16	Последовательное соединение приемника тока с приемником НУИ 	

Разумеется, основных формул (1.3.1), (1.3.2) и (1.3.9) достаточно, чтобы провести анализ любой линейной электронной цепи. Схемно-алгебраические формулы, приведенные в табл. 1.3.1 и табл. 1.3.2, являются вспомогательными, легко выводятся с помощью основных формул и отражают частные варианты преобразования САВ. Эти преобразования ускоряют процесс получения ССФ и СВО, при этом они очень просты и быстро запоминаются. Более того, вывод этих формул может быть использован в качестве упражнений для освоения МСО.

Напомним, что нейтрализация УИ влечет стягивание генераторов напряжения и приемников тока, а также удаление генераторов тока и приемников напряжения. ГНУИ соответствует генератору выделяемого УИ, а ПНУИ – приемнику этого УИ с сохранением ориентации. Формула (1.3.9) обобщает формулы (1.3.1) и (1.3.2), поскольку проводимость и сопротивление являются частными случаями источника тока, управляемого напряжением, и источника напряжения, управляемого током, соответственно (см. рис. 1.2.1).

#### 1.3.4. ВЫДЕЛЕНИЕ НЕУДАЛЯЕМЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Выделение параметров пассивных элементов по формулам (1.3.1) и (1.3.2) может привести как к нейтрализации УИ, так и к их преобразованию в НУИ согласно табл. 1.2.2. Выделение параметров УИ по формуле (1.3.9) также приводит исходную схему к производным схемам, содержащим НУИ. Вместе с тем схема может содержать идеальные ОУ, которые замещаются НУИ.

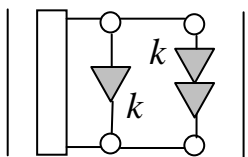
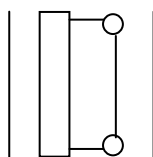
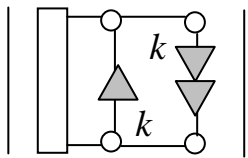
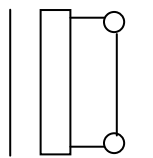
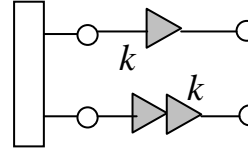
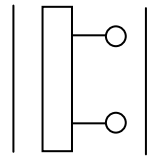
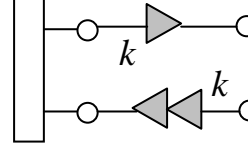
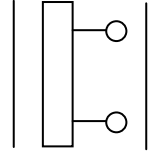
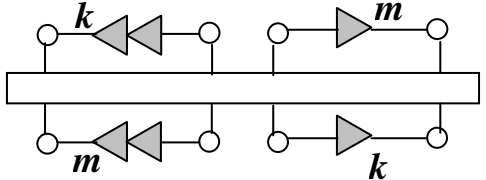
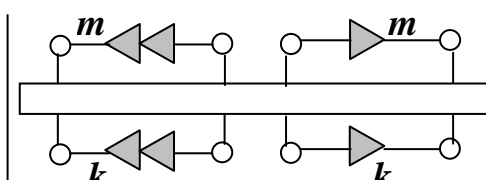
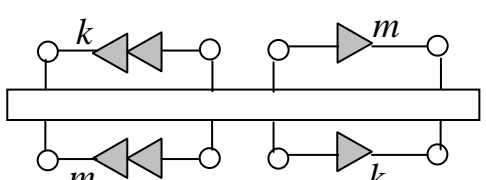
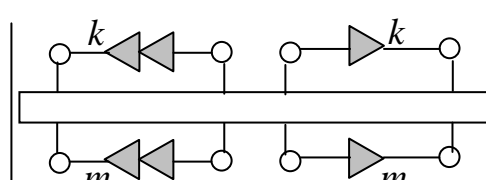
Нахождение определителей схем с НУИ опирается на следующие простые правила [62, 63]:

1. Изменение ориентации у ГНУИ или у ПНУИ влечет изменение знака определителя этой схемы.
2. Взаимная замена номеров у двух ГНУИ или у двух ПНУИ также вызывает изменение знака определителя.
3. Параллельное соединение одноименных и одинаково направленных (по отношению к общему узлу) ГНУИ и ПНУИ эквивалентно короткозамкнутой ветви (идеальному проводнику).
4. Последовательное встречное соединение одноименных ГНУИ и ПНУИ эквивалентно разомкнутой ветви.

Табл. 1.3.3 иллюстрирует правила 3 и 4.

Важным следствием САВ из строк 1 и 2 табл. 1.3.3 являются простейшие схемы с НУИ, представленные на рис. 1.3.4, которые дополняют простейшие схемы из двухполюсных элементов на рис. 1.3.2.

Таблица 1.3.3. Преобразование определителей схем с НУИ

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
1	Замещение проводником однонаправленного параллельного соединения генератора и приемника НУИ 	
2	Замещение проводником противонаправленного параллельного соединения генератора и приемника НУИ 	— 
3	Исключение встречного последовательного соединения генератора и приемника НУИ 	
4	Исключение согласного последовательного соединения генератора и приемника НУИ 	— 
5	Взаимная замена номеров у генераторов НУИ	
		— 
6	Взаимная замена номеров у приемников НУИ	
		— 



Окончание табл. 1.3.3

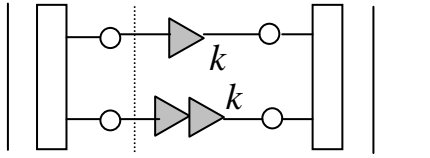
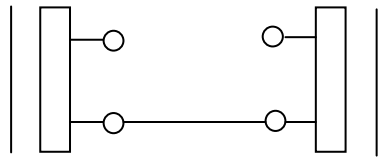
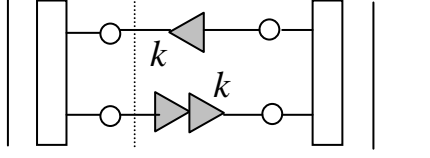
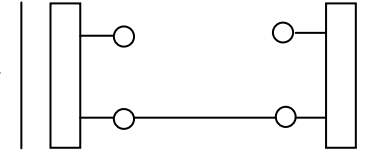
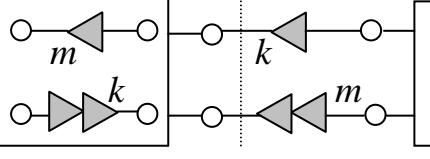
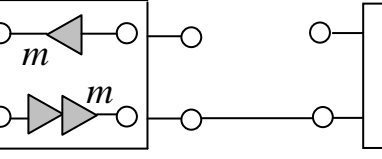
1	2	3
7	Выделение НУИ, расположенного в сечении при согласной ориентации генератора и приемника	
		
8	Выделение НУИ, расположенного в сечении, при встречной ориентации генератора и приемника	
		
9	Выделение НУИ, генератор которого находится вне сечения при согласной ориентации генератора и приемника разноименных НУИ	
		
10	Выделение НУИ, приемник которого находится вне сечения при согласной ориентации генератора и приемника разноименных НУИ	
11	Выделение НУИ, генератор которого находится вне сечения при встречной ориентации генератора и приемника разноименных НУИ	
12	Выделение НУИ, приемник которого находится вне сечения при встречной ориентации генератора и приемника разноименных НУИ	



Рис. 1.3.4. Простейшие схемы с НУИ и их определители

Если параллельно соединены разноименные ГНУИ и ПНУИ, то целесообразно использовать САВ, представленные на рис. 1.3.5 [62, 63].

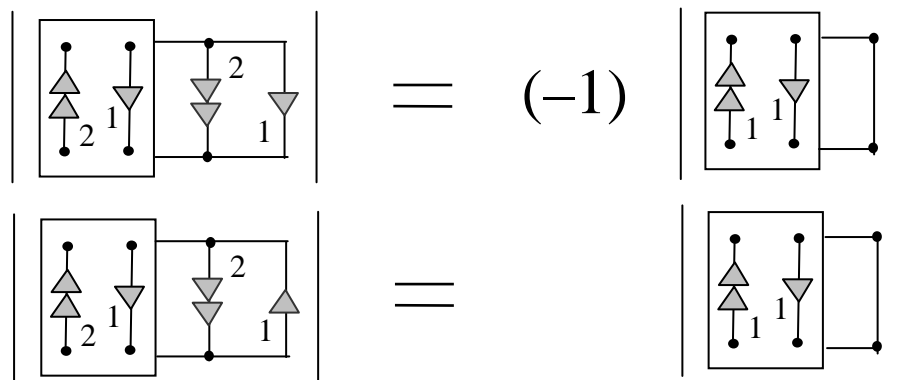


Рис. 1.3.5. Выделение НУИ с разноименными генератором и приемником

В САВ, представленных в строках 11 и 12 табл. 1.3.3, выделяемым считается тот НУИ, генератор которого находится вне этих подсхем. В частных случаях одноименные или разноименные ГНУИ и ПНУИ, находящиеся вне выделенных подсхем, могут быть параллельными друг другу. При этом, если подсхемы 1 и 2 содержат по одному узлу, то определитель объединенной схемы равен 1 или  $-1$ , что согласуется с рис. 1.3.4 (третьим правилом выделения НУИ). В свою очередь из случая последовательного соединения ГНУИ и ПНУИ (см. строки 7 и 8 табл. 1.3.3 при замене правой подсхемы единственным узлом) вытекает четвертое правило выделения НУИ.

Выделение НУИ с помощью САВ, представленных в табл. 1.3.3 и на рис. 1.3.5, позволяет не выполнять построение производных схем, а проводить суммирование числа НУИ, выделенных с отрицательным знаком, в уме. Этого достаточно, поскольку параметры НУИ считаются равными единице. Параметры УИ, согласно формуле (1.3.9), заносятся в выражение схемного определителя после придания этому УИ статуса НУИ. В зависимости от знака для краткости будем говорить о выделении НУИ «с плюсом» или «с минусом».

При отсутствии параллельно или последовательно соединенных ГНУИ и ПНУИ правил 1–4 оказывается недостаточно для раскрытия

схемного определителя и применяется общая топологическая формула для выделения параметра НУИ с номером  $n$  [63]

$$\Delta = \pm \Delta_n, \quad (1.3.10)$$

где  $\Delta_n$  – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате следующих преобразований: 1) стягивания генератора (приемника) выделяемого НУИ таким образом, чтобы генераторы (приемники), которые инцидентны одному из узлов – опорному узлу этого генератора (приемника), переключились на другой его узел; 2) объединение опорных узлов выделяемого НУИ. Положительный (отрицательный) знак перед  $\Delta_n$  выбирается в случае противоположной (одинаковой) ориентации генератора и приемника НУИ в первоначальной схеме по отношению к его опорным узлам.

Преобразования 1 и 2, выполняемые относительно выделяемого НУИ, называются его стягиванием. Опорные узлы, относительно которых выполняется стягивание НУИ, выбираются произвольно, но с одним условием – с опорными узлами должны быть соединены исключительно генераторы и приемники НУИ. При наличии у генератора и приемника общего узла целесообразно использовать его в качестве опорного узла и генератора, и приемника. Для этого случая преобразование 2 в операции стягивания опускается, а данное выше правило выбора знака инвертируется, то есть знак перед  $\Delta_n$  считается положительным (отрицательным) при одинаковой (противоположной) ориентации генератора и приемника соответствующего НУИ по отношению к общему опорному узлу в первоначальной схеме.

#### 1.4. АЛГОРИТМ РАЗЛОЖЕНИЯ СХЕМНЫХ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

Алгоритм разложения схемных определителей предусматривает рекурсивное выполнение следующей последовательности шагов для исходной схемы и производных от нее схем: **1)** образование короткозамкнутых и разомкнутых ветвей в соответствии с правилами 1, 2 и рис. 1.3.4; **2)** сведение параллельных проводимостей и последовательных сопротивлений; **3)** проверка вырожденности схемы с использованием теоремы и ее следствия; **4)** применение формул (1.3.1), (1.3.2) и (1.3.9) по отношению к элементам, удаление или стягивание которых приводит к вырожденным схемам (частные случаи формул (1.3.1) и (1.3.2)); **5)** применение формулы (1.3.3); **6)** применение формулы (1.3.4) по отношению к подсхемам, одна из которых становится вырожденной при объединении внешних узлов; **7)** применение формулы (1.3.4) в общем


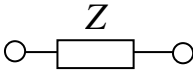
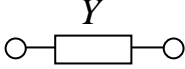
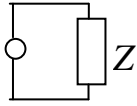
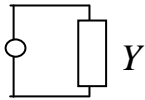
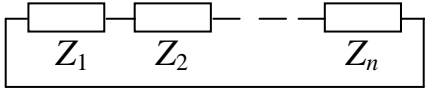
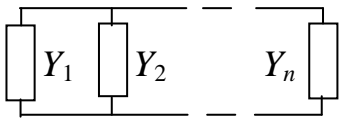
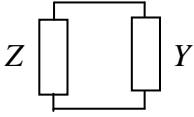
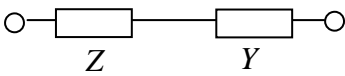

случае, предпочтение отдается варианту, при котором подсхемы содержат примерно одинаковое число элементов и узлов; **8)** использование формул (1.3.1), (1.3.2) или (1.3.9) в общем случае; предпочтение отдается тому элементу, нейтрализация которого приводит к нейтрализации или преобразованию в НУИ наибольшего числа элементов.

Иллюстрацией пункта 5 алгоритма служит табл. 1.4.1. В результате применения рассмотренного алгоритма получаются простейшие схемы, которые сведены в табл. 1.4.2.

Таблица 1.4.1. Частные случаи разложения определителей схем делением их на две части по двум узлам

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
1	Выделение двухполюсника, параллельного генератору НУИ	
2	Выделение двухполюсника, параллельного приемнику НУИ	
3	Выделение двухполюсника, соединенного последовательно с генератором НУИ	
4	Выделение двухполюсника, соединенного последовательно с приемником НУИ	

Таблица 1.4.2. Определители простейших схем

№	Схема, отображающая определитель	Величина определителя
1	Схема, состоящая из одного узла	
		$\Delta = 1$
2	Разомкнутая ветвь с сопротивлением $Z$	
		$\Delta = 1$
3	Разомкнутая ветвь с проводимостью $Y$	
		$\Delta = Y$
4	Замкнутая ветвь (петля) с сопротивлением $Z$	
		$\Delta = Z$
5	Замкнутая ветвь (петля) с проводимостью $Y$	
		$\Delta = 1$
6	Схема-контур из сопротивлений	
		$\Delta = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$
7	Схема - параллельное соединение проводимостей	
		$\Delta = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$
8	Схема-контур из сопротивления $Z$ и проводимости $Y$	
		$\Delta = ZY + 1$
9	Разомкнутая $ZY$ -ветвь	
		$\Delta = Y$
10	Простейшие схемы с неудаляемым управляемым источником (НУИ)	
		$\Delta = 1$ и $\Delta = -1$

Определители этих схем полезно запомнить для эффективного применения метода схемных определителей.

При делении на подсхемы в пунктах 5–7 не допускается размещение одноименных генератора и приемника в различных подсхемах. В результате работы алгоритма формируется вложенное выражение схемного определителя или обнаруживается вырожденность схемы. Изменяя взаимно порядок следования шагов 6 и 7, можно получить выражение с первоочередным выделением параметров выбранных элементов. Таким образом, удастся управлять процессом формирования ССФ, что полезно, например, в случае нахождения функций чувствительности к изменениям заданных параметров.

Случаи вырождения активной схемы и ее упрощения, инвариантные к схемному определителю, в полной мере согласуются с физическими представлениями о пассивных элементах и источниках напряжения и тока. Важно, что упрощения и проверка вырожденности схемы выполняются путем выявления соответствующих особенностей ее структуры и состава элементов, что невозможно или затруднено при аналогичных проверках матрицы или графа этой схемы.

Для сокращения объема проводимых выкладок и формирования оптимальных по вычислительной сложности [61] выражений ССФ необходимы правила выбора мультиветвей (параллельно соединенных ветвей) и других подсхем, параметры которых подлежат выделению в первую очередь [61]. В частности, для этого среди мультиветвей схемы, состоящей из двухполюсных элементов, выбирается та, которая имеет наибольший показатель участия. Чтобы избежать использования трудоемкой процедуры вычисления количества деревьев и т. п., предлагаются правила выбора выделяемых элементов и подсхем [35].

**Правило «минимума».** В схеме рассматриваются узлы и сечения, которым инцидентно минимальное количество мультиветвей. Принимается, что наибольшим показателем участия обладает та из них, которая смежна наименьшему числу мультиветвей.

**Правила показателей участия и кратности.** Первое правило заключается в первоочередном выделении мультиветвей, имеющих наибольшие показатели участия. Правило кратности требует, чтобы среди претендентов на выделение указывалась в первую очередь та мультиветвь, которая имеет наибольшую кратность, то есть количество образующих ее ветвей.

**Правило половинного деления.** Наряду с правилами показателей участия и кратности необходимо учитывать третье правило, которое называется правилом половинного деления. Оно означает, что получение оптимального выражения достигается выделением по возможности более

сложных подсхем и минимизацией разности между количествами ветвей в выбранных подсхемах.

Формирование  $z$ - и  $uz$ -выражений ССФ имеет свои особенности. Например, для лестничной схемы число узлов более чем в два раза превышает число независимых контуров. Поэтому в качестве параметров ветвей такой схемы целесообразно использовать сопротивления. Учитывая дуальность формул (1.3.1) и (1.3.2), для формирования оптимальных  $z$ - и  $uz$ -выражений схемных определителей вводится понятие макроветви, параметром которой является сумма сопротивлений образующих ее последовательно соединенных  $z$ -ветвей. Оптимальное  $z$ -выражение получается с учетом правил показателей участия, кратности и половинного деления. В силу дуальности формул (1.3.1) и (1.3.2) правило «минимума», используемое при выборе мультиветвей, модифицируется в правило «максимума» для выбора макроветвей, то есть среди макроветвей, инцидентных узлу или сечению с максимальным числом мультиветвей и макроветвей, выбирается та, которой смежно наибольшее их количество.

В случаях, когда количества независимых узлов и контуров схемы отличаются незначительно, смешанное представление параметров ветвей открывает возможности для получения  $uz$ -выражений ССФ, имеющих различную сложность и способных конкурировать по вычислительным свойствам с  $y$ - и  $z$ -выражениями. Для этого совместно используются формулы (1.3.1)–(1.3.4) и правила оптимального выделения параметров.

Задание параметров емкостей (индуктивностей) в виде емкостных проводимостей (индуктивных сопротивлений) позволяет избежать операций деления при получении ССФ в операторной форме. При надлежащем задании параметров ветвей всегда могут быть получены оптимальные безразмерные  $uz$ -выражения для передаточных ССФ. Такие выражения потенциально более устойчивы при численных расчетах. В этом случае также снижаются требования к диапазону представления чисел. Из правила показателей участия и формул (1.3.1), (1.3.2) следует, что уменьшение сложности схемного определителя достигается заданием проводимостями или сопротивлениями, соответственно, ветвей с меньшими или большими показателями участия.

## 1.5. НАХОЖДЕНИЕ СИМВОЛЬНЫХ ВЫРАЖЕНИЙ ОТКЛИКОВ

Метод схемных определителей обычно предусматривает нахождение символьной схемной функции в виде отношения двух определителей: схемы числителя и схемы знаменателя. Однако в теории цепей, как

правило, особенно при наличии нескольких независимых источников, представляет интерес нахождение откликов напряжения и тока, а схемная функция рассматривается как промежуточный результат анализа. Поэтому рассмотрим нахождение откликов непосредственно из формулы (1.3.9), минуя нахождение схемных функций и применение каких-либо дополнительных формул.

Без потери общности будем рассматривать схему, содержащую источник ЭДС  $\underline{E}$ , источник тока  $\underline{J}$  и приемник с искомым током  $\underline{I}$ , которая показана на рис. 1.5.1,а. От этой схемы, используя формальную замену  $\underline{I}/\underline{I}$  для множителя 1 при  $\underline{E}$  и  $\underline{J}$  нетрудно перейти к эквивалентной схеме на рис. 1.5.1,б.

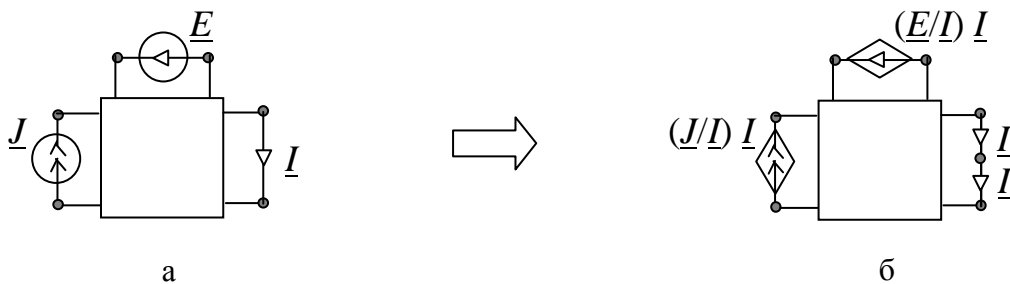


Рис. 1.5.1. Эквивалентная замена независимых источников на источники, управляемые током

Схема на рис. 1.5.1,б не содержит независимых источников, следовательно, ее определитель при токе  $\underline{I}$ , отличном от нуля, должен быть тождественно равен нулю, то есть схема на рис. 1.5.1,б является вырожденной. Применяя формулу (1.3.9) к схеме на рис. 1.5.1,а, получаем схемно-алгебраическое выражение

$$\left| \begin{array}{c} (E/I) I \\ (J/I) I \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| = (J/I) \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + (E/I) \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right|,$$

которое с учетом вырожденности схемы на рис. 1.5.1,б приводит к выражению для искомого отклика

$$\underline{I} = \left( \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| + \underline{E} \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right| \right) / \left| \begin{array}{c} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{array} \right|, \quad (1.5.1)$$



Если ввести запрет на нейтрализацию приемника с искомым током, то схемно-алгебраическое выражение (1.5.1) записывается более компактно

$$\underline{I} = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } \underline{E} \underline{I} \text{ source} \\ \text{Circuit diagram with } \underline{J} \underline{I} \text{ source} \\ \text{Circuit diagram with } \underline{I} \text{ source} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ \text{Circuit diagram} \end{array} \right|, \quad (1.5.2)$$

где символ  $\underline{I}$ , который помечает схемный определитель, указывает на вырождение всех схем, образованных при его раскрытии и не содержащих приемника с током  $\underline{I}$ . Это означает, что слагаемые числителя могут содержать в качестве сомножителей либо  $\underline{J}$ , либо  $\underline{E}$ , но не произведение  $\underline{EJ}$ , поскольку последовательное включение двух ПНУИ порождает вырожденную схему согласно следствию 1.

Аналогично находится САВ для отклика напряжения в схеме на рис. 1.5.2,а.

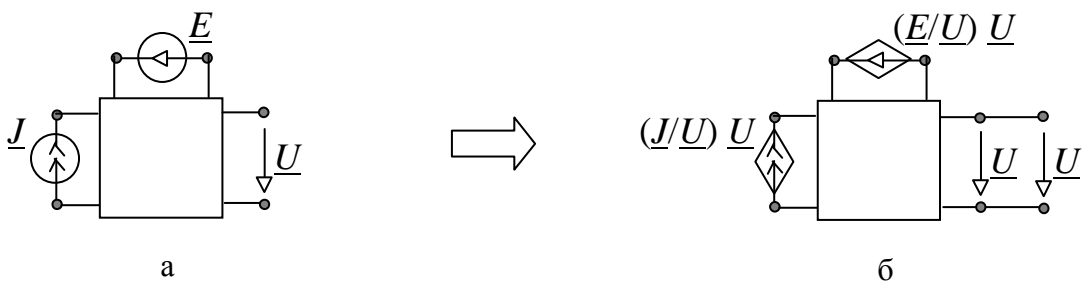


Рис. 1.5.2. Эквивалентная замена независимых источников на источники, управляемые напряжением

Опуская промежуточные выкладки, получаем

$$\underline{U} = - \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } \underline{E} \underline{U} \text{ source} \\ \text{Circuit diagram with } \underline{J} \underline{U} \text{ source} \\ \text{Circuit diagram with } \underline{U} \text{ source} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram} \\ \text{Circuit diagram} \end{array} \right|. \quad (1.5.3)$$

где символ  $\underline{U}$ , который помечает схемный определитель, указывает на вырождение всех схем, образованных при его раскрытии и не содержащих приемника с напряжением  $\underline{U}$ . Это означает, что слагаемые числителя могут содержать в качестве сомножителей, либо  $\underline{J}$ , либо  $\underline{E}$ , но не произведение  $\underline{EJ}$ , поскольку параллельное включение двух ПНУИ порождает вырожденную схему согласно следствию 1.

Таким образом, для эффективного символьного анализа электрических цепей с произвольным набором линейных элементов достаточно пяти формул разложения схемных определителей: (1.3.1)–(1.3.4) и (1.3.9), а выражения вида (1.5.2) и (1.5.3) легко могут быть получены как решения уравнения  $\Delta = 0$ . Минимизация объема схемно-алгебраических выкладок и сложности результирующих выражений достигается использованием предложенного алгоритма. Предназначение формул (1.3.3) и (1.3.4) состоит в том, чтобы уменьшить объем проводимых выкладок и сложность формируемых выражений в результате деления исходной схемы и производных от нее схем на части. Формально, если не ставить задачу повышения эффективности символьного анализа, единственной формулы (1.3.9) – пятой формулы метода схемных определителей (формулы *Хашемина* [92]) – достаточно, чтобы выполнить анализ линейной инвариантной во времени цепи с сосредоточенными элементами и произвольным числом воздействий, минуя как отображение схем матрицами или графами, так и формирование схемных функций.





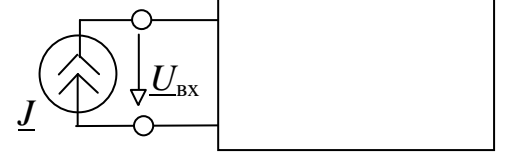
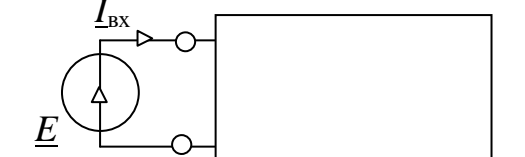
## 1.6. ВЫРАЖЕНИЕ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ЧЕРЕЗ СХЕМНЫЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ [62, 63]

Схемно-алгебраические выражения для нахождения ССФ (см. рис. 1.1.6) получаются как частные случаи выражений (1.5.2) и (1.5.3) и представлены в табл. 1.4.1. Как видно, с учетом строки 1 табл. 1.3.3 при нахождении входных ССФ можно избежать использования НУИ. Обсуждаемые САВ для ССФ (см. табл. 1.4.1) аналогичны предложенным *Брауном* схемным выражениям, содержащим ориентированные нуллоры [80].

Обратим внимание на то, что доказательство, приведенное в подразделе 1.5, не требует использования понятий матричной алгебры. В то же время доказательство *Брауна* опирается на то обстоятельство, что подключение к двум узлам схемы норатора (нуллатора) влечет объединение соответствующих этим узлам строк (столбцов) матрицы схемы. Кроме того, из работ *Брауна* [80, 81] не ясно, как следует выбирать ориентацию норатора и нуллатора по отношению к ориентации источника воздействия и отклика.

Необходимо подчеркнуть, что в случае изменения направления передачи напряжения или тока (с выхода на вход) ГНУИ и ПНУИ меняются местами. Как известно, для взаимной цепи соответствующие функции попарно равны, а для активной (невзаимной) эти функции отличаются друг от друга.

Таблица 1.6.1. Схемно-алгебраические выражения (САВ) схемных функций

№	Исходная схема	САВ
1	Коэффициент передачи по напряжению	
		$K_{EU} = \underline{U}/\underline{E} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$
2	Передаточная проводимость	
		$Y_{EI} = \underline{I}/\underline{E} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$
3	Передаточное сопротивление	
		$Z_{JU} = \underline{U}/\underline{J} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$
4	Коэффициент передачи по току	
		$B_{JI} = \underline{I}/\underline{J} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$
5	Входное сопротивление	
		$Z_{JU} = \underline{U}_{\text{вх}} / \underline{J} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$
6	Входная проводимость	
		$Y_{EI} = \underline{I}_{\text{вх}} / \underline{E} = \frac{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }{\left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right }$

Обозначения ГНУИ и ПНУИ во избежание недоразумений напоминают, соответственно, обозначения норатора и нуллатора нуллора, а именно, символы бесконечности и нуля выполнены в виде стрелок (см. рис. 1.1.2). Вместе с тем, понятие НУИ обобщает понятия нуллора и ориентированного нуллора, поскольку параметру НУИ при необходимости можно присвоить значение. Это отличает НУИ от обычного нуллора и ориентированного нуллора которые сами по себе не имеют параметров, а моделируют ОУ с коэффициентом усиления, равным бесконечности. Возможно, поэтому *Браун*, а затем *Партен* и *Сикет* [99], сформулировав схемные выражения для нахождения ССФ, ограничились их применением для анализа схем с двухполюсниками и идеальными ОУ. Это не позволило методу сингулярных (аномальных) элементов успешно конкурировать с матричными и графовыми методами, предусматривающими задание УИ, что, в конечном счете, привело к забвению этого метода на десятилетия. С методической точки зрения использование понятия НУИ, а также терминов ГНУИ и ПНУИ более оправдано, поскольку последние являются взаимосвязанными элементами, образующими предельный случай именно УИ, а не абстрактного «нуллора».

## 1.7. ПРИМЕРЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ СХЕМ С ДВУХПОЛЮСНЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

### 1.7.1. ПРОСТЕЙШИЙ ДЕЛИТЕЛЬ НАПРЯЖЕНИЯ

Схема резистивного делителя напряжения, а также САВ для нахождения передаточной ССФ по напряжению изображены на рис. 1.7.1 (рис. 1.1.6 и табл. 1.6.1).

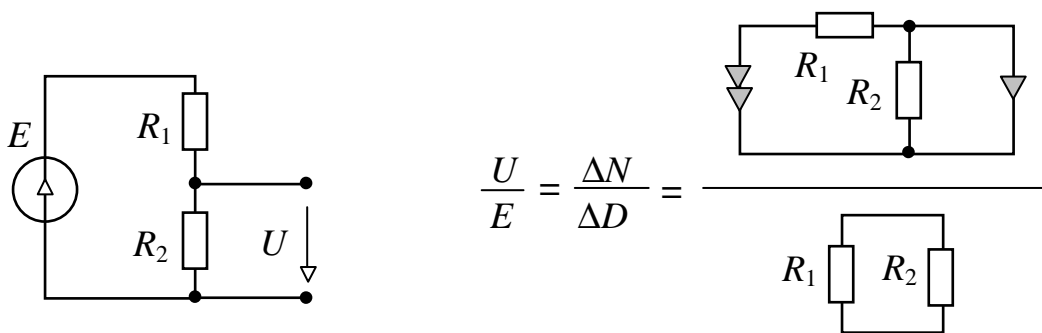


Рис. 1.7.1. Схема делителя напряжения и выражение ее ССФ

Здесь и далее  $\Delta N$  – определитель схемы числителя (numerator), а  $\Delta D$  – определитель схемы знаменателя (denominator). Схема числителя упрощается с помощью табл. 1.2.3 следующим образом:  $R_1$  стягивается как  $z$ -ветвь, соединенная последовательно с ГНУИ,  $R_2$  удаляется как  $z$ -ветвь, параллельная ПНУИ. При удалении ветви  $R_2$  выделяется параметр  $R_2$  в виде сомножителя. В результате получается схема, изображенная на рис. 1.3.4,а. Отсюда находится числитель искомой ССФ  $\Delta N = R_2$ .

В схеме знаменателя последовательно соединенные ветви заменяются одной  $z$ -ветвью с параметром  $R_1 + R_2$ , которая является  $z$ -петлей (см. рис. 1.3.1,а). Таким образом, знаменатель искомой ССФ  $\Delta D = R_1 + R_2$ .

### 1.7.2. МОСТ УИТСТОНА

Мостовая схема *Уитстона* [35] и соответствующее САВ изображены на рис. 1.7.2. Разложение определителя схемы числителя выполняется по формуле (1.3.1) для параметра  $R_1$ . Первая производная схема упрощается путем стягивания  $R_2$  и  $R_4$ , а также удаления  $R_3$ , как показано на рис. 1.7.2. При удалении  $z$ -ветви  $R_3$  выделяется ее параметр. Упрощение второй производной схемы выполняется через удаление ветвей  $R_4$  и  $R_2$ , сопровождающееся выделением их параметров (см. рис. 1.7.2). Отсюда получаем  $\Delta N = R_1 R_3 - R_4 R_2$ .

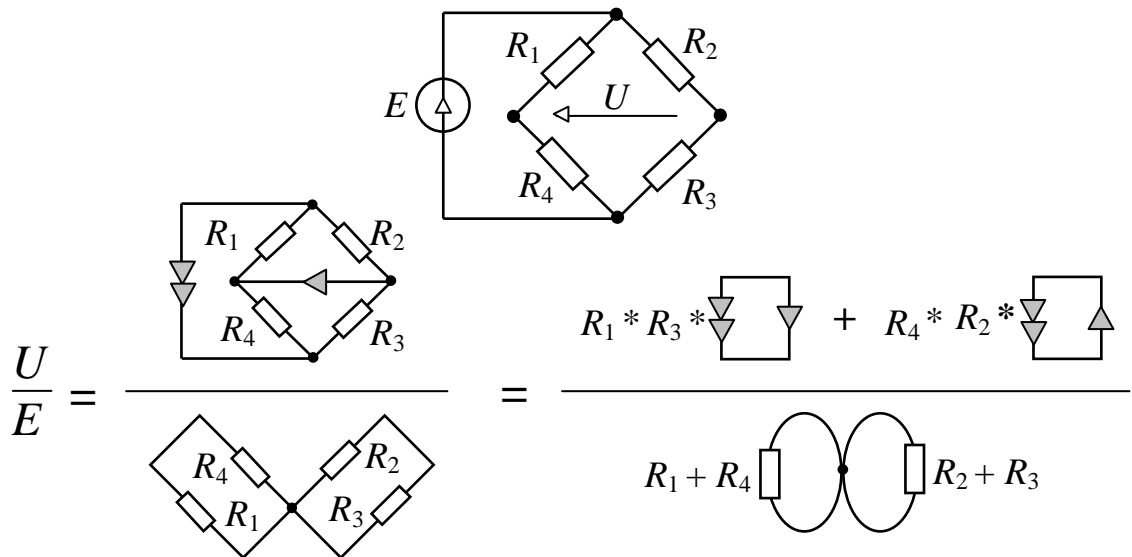


Рис. 1.7.2. Анализ схемы моста *Уитстона*

Разложение определителя схемы знаменателя выполняется по формуле (1.3.3). Схема знаменателя представляется в виде двух подсхем, являющихся  $z$ -петлями. Таким образом,  $\Delta D = (R_1 + R_4)(R_2 + R_3)$ .

## 1.7.3. СГЛАЖИВАЮЩИЙ ФИЛЬТР

Схема фильтра изображена на рис. 1.7.3. Ниже представлено САВ для нахождения передаточной ССФ по напряжению и его преобразование. Как видно, схема числителя упрощается следующим образом (см. рис. 1.7.3 и табл. 1.2.3): стягивается ветвь  $R$ , как  $z$ -ветвь, соединенная последовательно с ГНУИ; удаляются  $u$ -ветви  $pC_1$  и  $pC_2$ , как параллельные ГНУИ и ПНУИ соответственно; стягивается ветвь  $pL$ , как  $z$ -ветвь, соединенная последовательно с ГНУИ (ПНУИ). При стягивании  $z$ -ветвей и удалении  $u$ -ветвей параметры не выделяются. Отсюда  $\Delta N = 1$ .

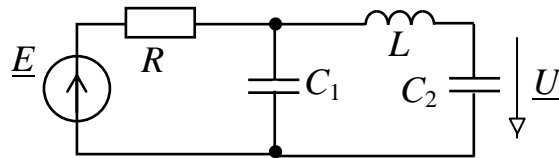
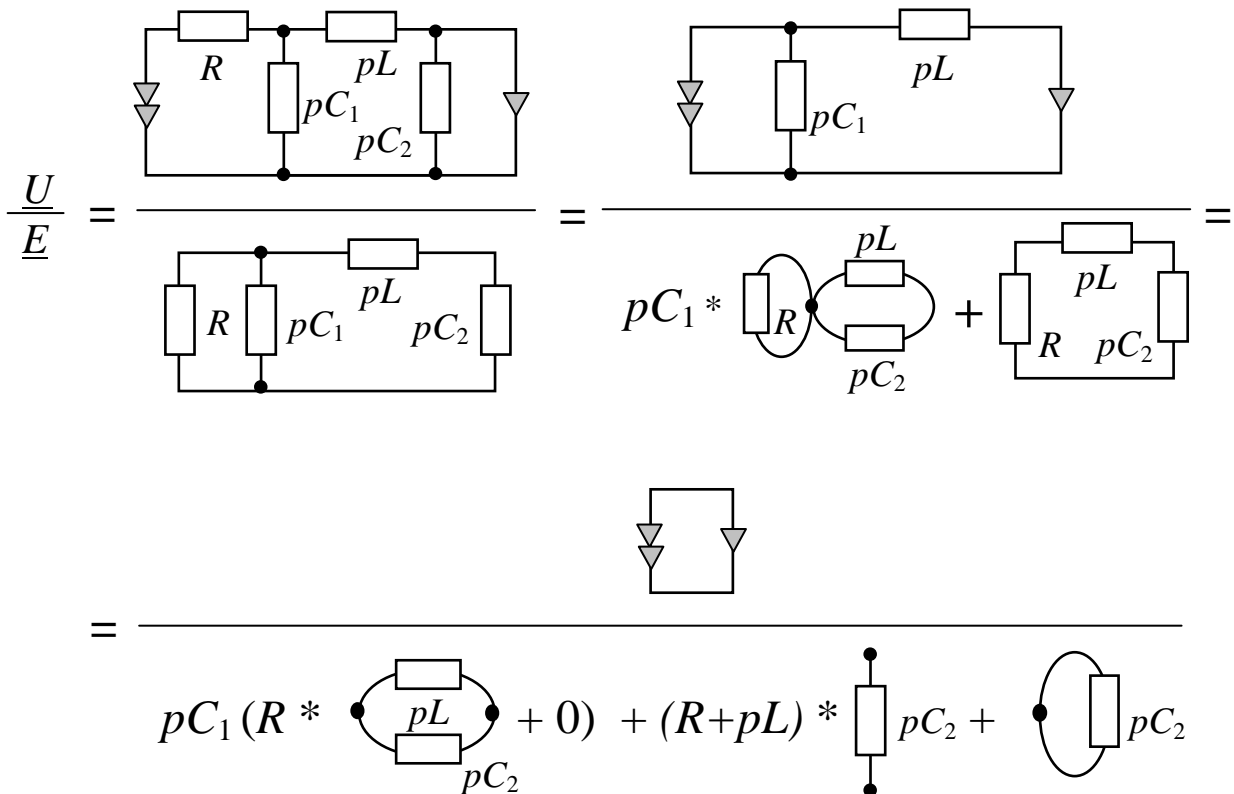


Рис. 1.7.3. Сглаживающий фильтр



Для разложения определителя схемы знаменателя использованы формулы (1.3.1) и (1.3.2), как показано выше. Символ «0» в последнем САВ соответствует определителю вырожденной схемы, полученной в результате стягивания  $z$ -петли с параметром  $R$  (см. рис. 1.3.2). Таким образом,  $\Delta D = pC_1 [R(p^2 LC_2 + 1)] + (R + pL)pC_2 + 1$ .

#### 1.7.4. ПОЛОСОВОЙ RC-ФИЛЬТР

Схема фильтра и САВ для нахождения передаточной ССФ по напряжению представлены на рис. 1.7.4. Как видно, нахождение числителя ССФ заключается в стягивании  $R_1$  и  $pC_1$ , а также удалении  $R_2$  и  $pC_2$ . При стягивании  $y$ -ветви  $pC_1$  и удалении  $z$ -ветви  $R_2$  выделяются их параметры. Отсюда получаем  $\Delta N = pC_1 R_2$ .

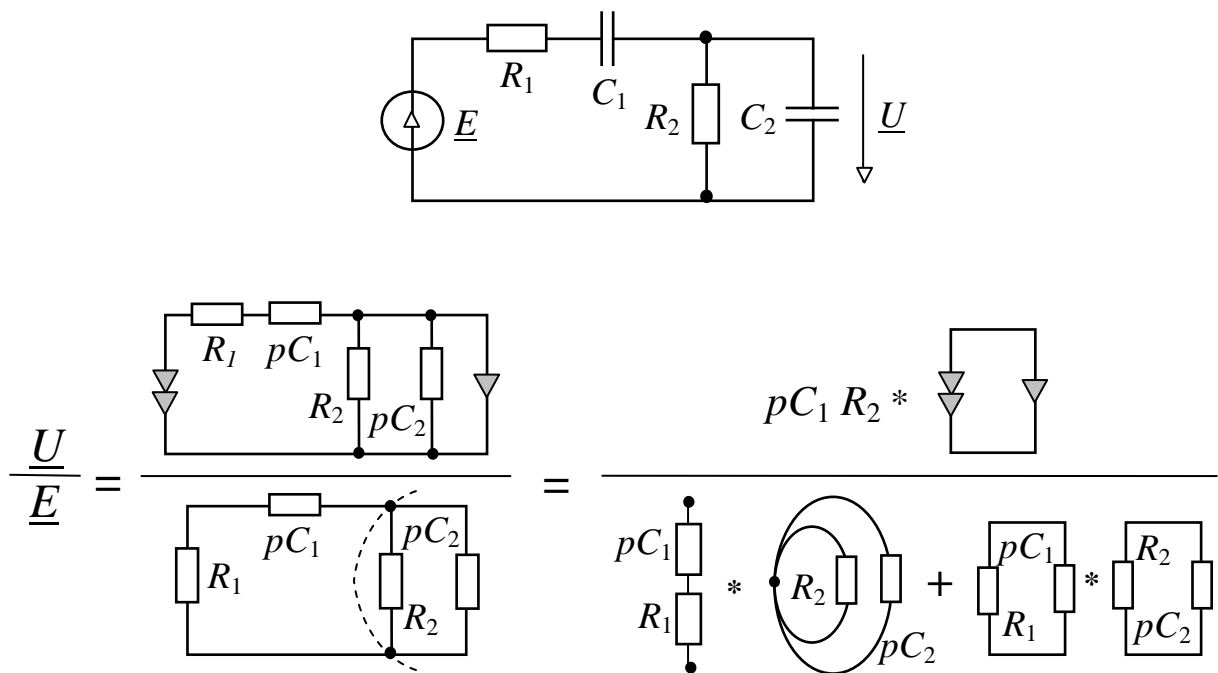


Рис. 1.7.4. Нахождение ССФ  $\underline{U}/\underline{E}$  для схемы полосового фильтра

Для разложения определителя схемы знаменателя целесообразно использовать формулу (1.3.4). Схема знаменателя делится на две

подсхемы, как показано на рис. 1.7.4. Левую подсхему будем считать первой, а правую – второй. В соответствии с изображениями производных схем, представленных на рис. 1.7.4,  $\Delta D = pC_1R_2 + (pC_1R_1 + 1)(pC_2R_2 + 1)$ .

Схема и САВ для нахождения ССФ входного сопротивления представлены на рис. 1.7.5. В результате получаем

$$Z = \frac{U}{J} = \frac{pC_1R_2 + (pC_1R_1 + 1)(pC_2R_2 + 1)}{pC_1(R_2pC_2 + 1)}$$

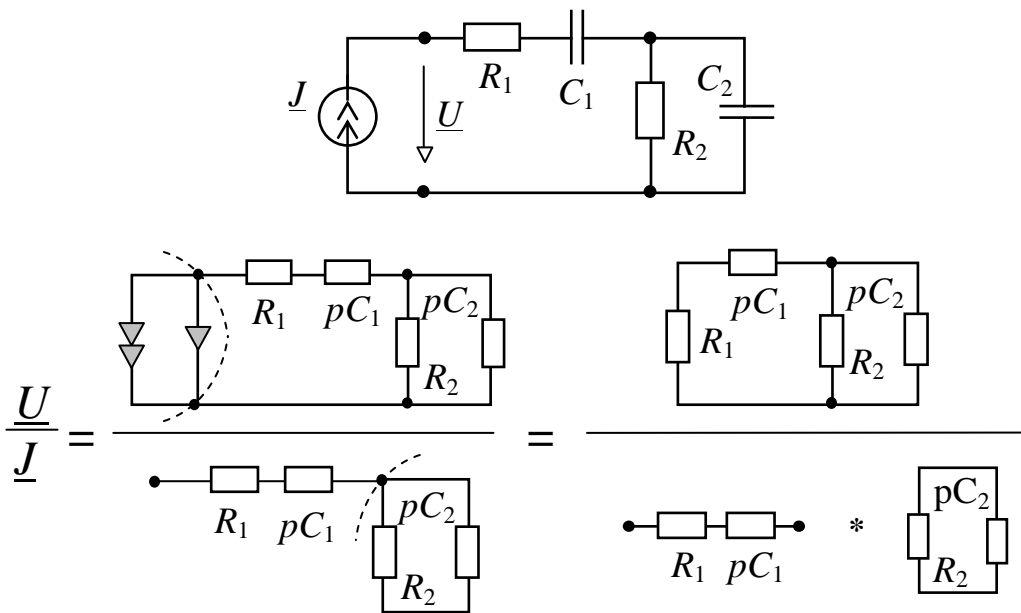


Рис. 1.7.5. Нахождение ССФ вида  $\frac{U}{J}$  для схемы полосового фильтра

## 1.8. ПРИМЕРЫ ФОРМИРОВАНИЯ ССФ ДЛЯ СХЕМ С УИ

### 1.8.1. АНАЛИЗ АКТИВНОГО ФИЛЬТРА

Пример анализа схемы замещения активного фильтра [90], иллюстрирующий формулу (1.3.10) и соответствующий случаю общего опорного узла у выделяемых НУИ, помещен на рис. 1.8.1.



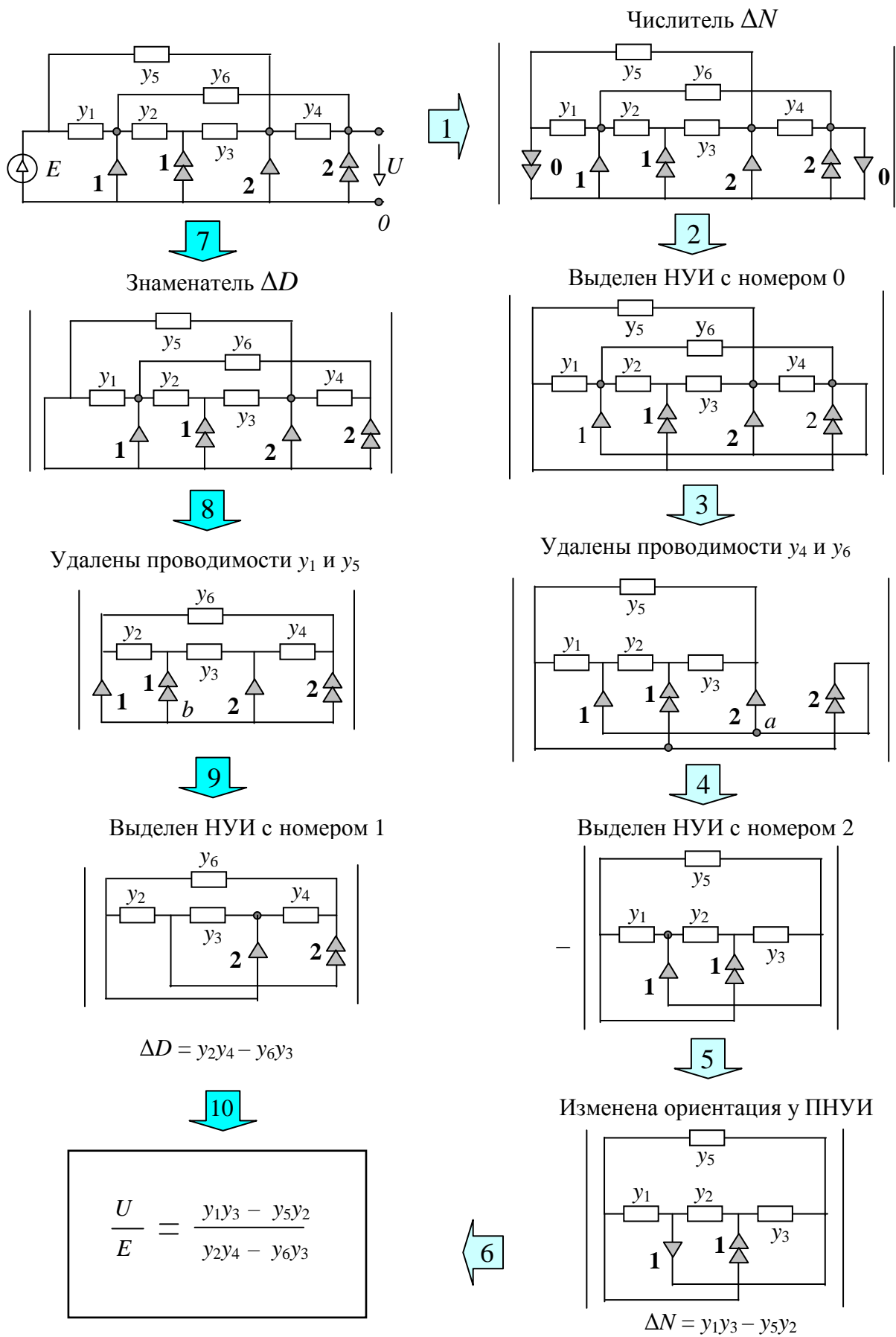


Рис. 1.8.1. Нахождение передаточной функции активного фильтра

1.8.2. АНАЛИЗ  $yz$ -СХЕМЫ с ИТУН

Рассмотрим схему замещения операционного преобразователя [16], изображенную на рис. 1.8.2. Искомая ССФ представляется в виде отношения  $U/E = \Delta N/\Delta D$  согласно схемной формуле из табл. 1.6.1. Схема числителя получается из исходной схемы преобразованием независимого источника напряжения и отклика напряжения в НУИ, которому присвоен порядковый номер 1 или, кратко, НУИ-1. Эта схема согласно табл. 1.2.3 подлежит следующим эквивалентным упрощениям: 1) стягивание  $z$ -ветви  $pL$ , как включенной последовательно с ГНУИ-1; 2) удаление  $y$ -ветви  $pC$ , параллельной ПНУИ-1; 3) выделение  $z$ -ветви  $R_1$ , параллельной ГНУИ-1.

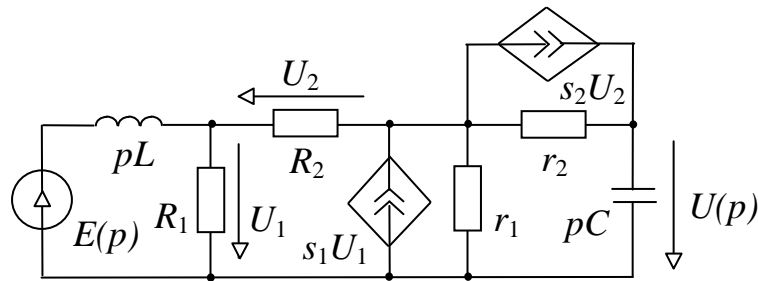


Рис. 1.8.2. Схема замещения операционного преобразователя на базе ИТУН

В результате последнего преобразования  $\Delta N$  может быть найден как произведение  $R_1$  на определитель  $\Delta$  схемы, изображенной на рис. 1.8.3.

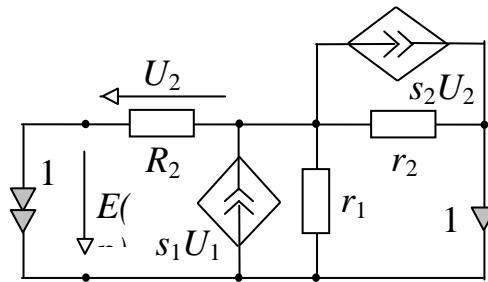
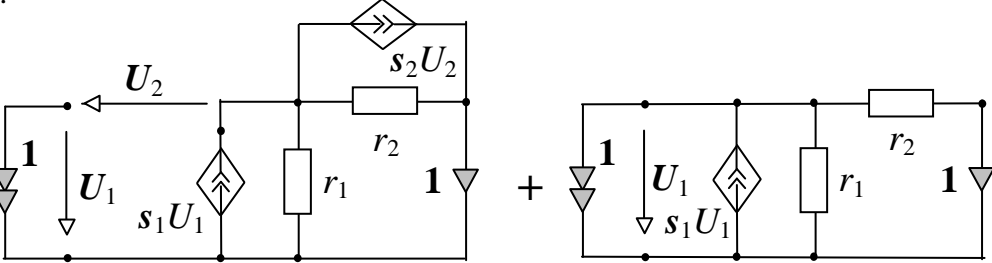
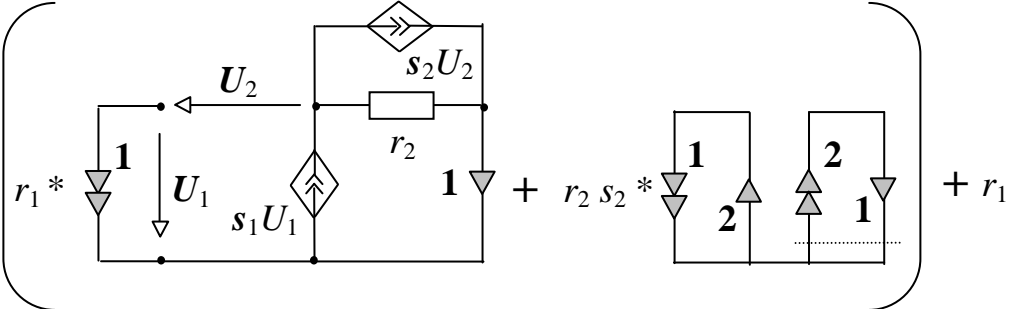
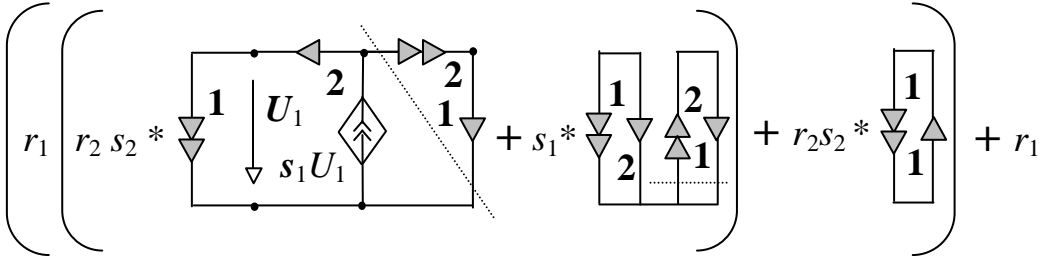
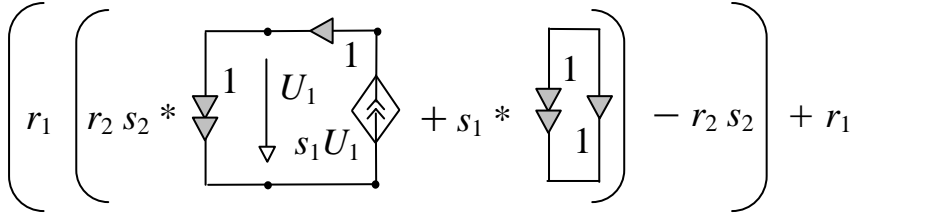


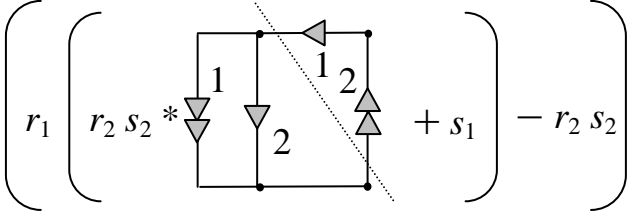
Рис. 1.8.3. Схема числителя ССФ для схемы на рис. 1.8.2

Определитель схемы на рис. 1.8.3 раскрывается по формулам (1.3.1) и (1.3.9) с использованием табл. 1.2.3 и рис. 1.3.4, 1.3.5 в последовательности, представленной в табл. 1.8.1.

Таблица 1.8.1. Разложение определителя схемы на рис. 1.8.3

№	Наименования операций и схемно-алгебраические выражения
<b>1</b>	<b>2</b>
1	<p data-bbox="252 369 1407 443">Выделение <math>R_2</math> по формуле (1.3.1). Стягивание <math>R_2</math> приводит к нейтрализации ИТУН <math>s_2U_2</math>.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math>\Delta = R_2 *</math> </div>  </div>
2	<p data-bbox="252 712 1407 862">Выделение <math>r_1</math> в первой производной схеме. Стягивание <math>r_1</math> приводит к нейтрализации ИТУН <math>s_1U_1</math>, удалению-выделению <math>r_2</math>, преобразованию ИТУН <math>s_2U_2</math> в НУИ-2. Во второй производной схеме нейтрализация ИТУН <math>s_1U_1</math>, удаление-выделение <math>r_1</math>, стягивание <math>r_2</math> и выделение НУИ-1 с плюсом.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math>\Delta = R_2</math> </div>  </div>
3	<p data-bbox="252 1200 1407 1350">Выделение <math>r_2</math> в первой производной схеме. Удаление <math>r_2</math> влечет преобразование <math>s_2U_2</math> в НУИ-2. Стягивание <math>r_2</math> приводит к нейтрализации <math>s_2U_2</math> и преобразованию <math>s_1U_1</math> в НУИ-2. Во второй производной схеме выделение НУИ-2 с плюсом.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math>\Delta = R_2</math> </div>  </div>
4	<p data-bbox="252 1644 1407 1753">В первой производной схеме выделяется НУИ-2 с плюсом. Во второй производной схеме выделяется НУИ-2 с плюсом. Определитель третьей производной схемы равен -1.</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <math>\Delta = R_2</math> </div>  </div>

Окончание табл. 1.8.1

1	2
5	<p>В первой производной схеме выполняется преобразование <math>s_1U_1</math> в НУИ-2. Определитель второй производной схемы (НУИ-контур) равен 1.</p> $\Delta = R_2 \left( r_1 \left( r_2 s_2 * \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \end{array} + s_1 \right) - r_2 s_2 \right) + r_1$ 
6	<p>Выделение НУИ-2 с плюсом и получение НУИ-контура. Запись окончательного выражения</p> $\Delta = R_2 [r_1 (r_2 s_2 s_1 + s_1) - r_2 s_2] + r_1.$

При наличии некоторого навыка операции, выполняемые в табл. 1.8.1 над схемой рис. 1.8.3, можно выполнять мысленно (без изображений производных схем), используя иерархическую нумерацию, как показано ниже.

1. Удаление  $R_2$ .

1.1. Удаление  $r_1$ .

1.1.1. Удаление  $r_2$ . Преобразование  $s_2U_2$  в НУИ-2. Выделение НУИ-2 с плюсом. Преобразование  $s_1U_1$  в НУИ-3. Выделение НУИ-3 с плюсом. Выделение НУИ-1 с плюсом.

1.1.2. Стягивание  $r_2$ . Нейтрализация  $s_2U_2$ . Преобразование  $s_1U_1$  в НУИ-2. Выделение НУИ-2 с плюсом. Выделение НУИ-1 с плюсом.

1.2. Стягивание  $r_1$ . Нейтрализация  $s_1U_1$ . Удаление  $r_2$ . Преобразование  $s_2U_2$  в НУИ-2. Выделение НУИ-2 с плюсом. Выделение НУИ-1 с минусом.

2. Стягивание  $R_2$ . Нейтрализация  $s_1U_1$  и  $s_2U_2$ . Удаление  $r_1$ . Стягивание  $r_2$ . Выделение НУИ-1 с плюсом.

Таким образом, определитель схемы на рис. 1.7.2 включает в себя определители производных схем с номерами 1, 1.1, 1.1.1, 1.1.2, 1.2 и 2. Удаление  $z$ -ветвей и преобразование ИТУН в НУИ при разложении определителей этих производных схем сопровождается выделением параметров в следующем порядке.

1.  $R_2$ . 1.1.  $r_1$ . 1.1.1  $r_2, s_2, s_1$ . 1.1.2.  $s_1$ . 1.2.  $r_2, s_2, -1$ . 2.  $r_1$ .

Параметры НУИ, выделяемые с плюсом, можно не учитывать в формуле схемного определителя. Учитывая ранее выделенный параметр  $R_1$  и отделяя структурные части формируемого выражения скобками, получаем

$$\Delta N = R_1 \{ R_2 [r_1 (r_2 s_2 s_1 + s_1) - r_2 s_2] + r_1 \}.$$

Заметим, что выражение в фигурных скобках является результатом выкладок, представленных в табл. 1.8.1.

Знаменатель ССФ  $\Delta D$  находится как определитель схемы, образованной из исходной схемы на рис. 1.8.2 путем стягивания независимого источника напряжения и удаления приемника искомого напряжения (см. табл. 1.6.1). В результате получается схема знаменателя, изображенная на рис. 1.8.4.

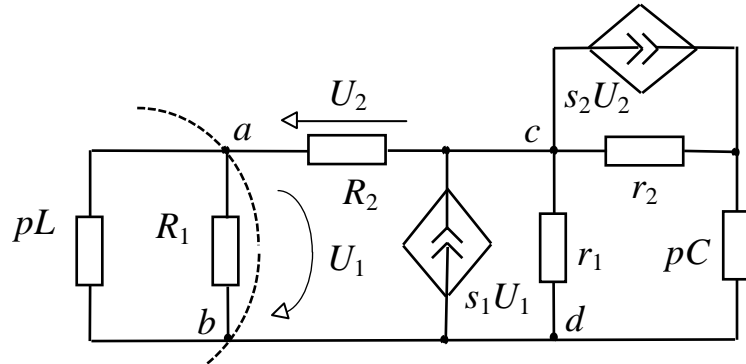


Рис. 1.8.4. Схема знаменателя ССФ для схемы на рис. 1.8.2

Ее можно представить в виде двух подсхем, как показано на этом рисунке, и применить формулу (1.3.4), поскольку первая (левая) и вторая (правая) подсхемы не имеют одна с другой управляющих связей. Очевидно, параметры первой подсхемы  $\Delta 1 = pL + R_1$  и  $\Delta 1(a,b) = pLR_1$ .

При раскрытии  $\Delta 2$  следует учесть, что удаление  $R_2$  влечет вырождение второй подсхемы вследствие последовательного соединения приемников  $U_1$  и  $U_2$ . Стягивание  $R_2$  приводит к нейтрализации ИТУН  $s_2U_2$  путем удаления его генератора и приемника, а также преобразованию ИТУН  $s_1U_1$  в проводимость с параметром  $-s_1$  (см. рис. 1.2.1). Выделяя  $-s_1$  по формуле (1.3.2), получаем  $\Delta 2 = -s_1r_1(pC r_2 + 1) + (r_1 + r_2)pC + 1$ .

Для раскрытия  $\Delta 2(a,b)$  также используем формулу (1.3.4), выделив параллельное соединение элементов  $r_1$  и  $R_2$  (отнеся приемник  $U_2$  к правой подсхеме). Присвоим левой и правой подсхемам соответствующей  $\Delta 2(a,b)$  производной схемы номера 3 и 4. Параметры третьей подсхемы:  $\Delta 3 = r_1 + R_2$  и  $\Delta 3(c,d) = r_1R_2$ . Параметры четвертой подсхемы:  $\Delta 4 = pC(s_2r_2 + 1)$  и  $\Delta 4(c,d) = pCr_2 + 1$ . Отсюда получаем

$$\Delta D = (pL + R_1) [r_1R_2pC(s_2r_2 + 1) + (r_1 + R_2)(pCr_2 + 1)] + pLR_1 [-s_1r_1(pC r_2 + 1) + (r_1 + r_2)pC + 1].$$

Предложенное выше решение является весьма экономным, поскольку все выкладки проводятся на основе рисунков только двух схем: схемы

числителя и схемы знаменателя. Построения вспомогательных производных схем можно избежать, как в рассматриваемом случае, при анализе не слишком сложных ЛЭЦ, мысленно выполняя необходимые схемные преобразования. Наличие в схеме УИ, отличных от ИТУН, не делает решение задачи формирования ССФ более сложным.

### 1.8.3. АНАЛИЗ $yz$ -СХЕМЫ С ИТУТ И ИНУН

Сформируем ССФ коэффициента передачи по напряжению  $U/E = \Delta N/\Delta D$  для схемы замещения операционного преобразователя на базе ИТУТ и ИНУН [16], изображенной на рис. 1.8.5. Для краткости опустим подробные пояснения к расчету, которые были даны в подразделе 1.8.2. На рис. 1.8.6 представлена схема, образованная из схемы числителя искомой ССФ (см. табл. 1.4.1) в результате стягивания ветви  $pC$ , удаления ветви  $pL$  и стягивания ветви  $r_2$ . В соответствии с табл. 1.2.3 определитель этой схемы, умноженный на коэффициент  $p^2CL$ , является искомым числителем.

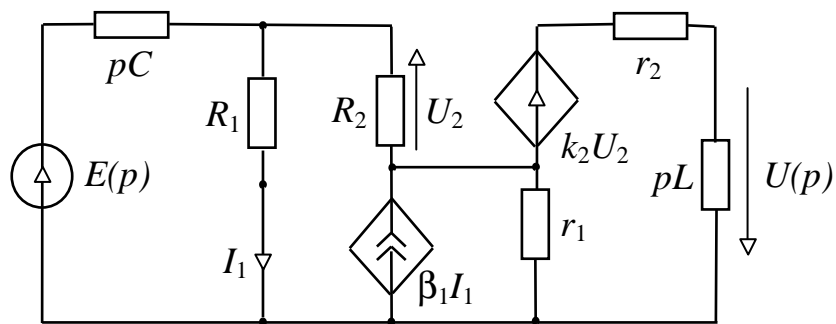


Рис. 1.8.5. Схема замещения операционного преобразователя

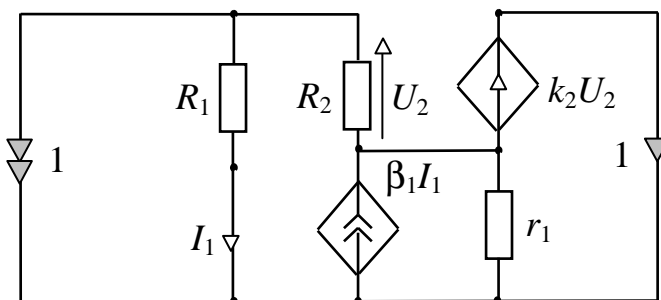


Рис. 1.8.6. Схема числителя ССФ для схемы на рис. 1.7.4

Разложение определителя схемы на рис. 1.8.6 выполняется в следующем порядке:

1. Удаление  $R_2$ .

1.1. Удаление  $R_1$ . Нейтрализация  $\beta_1 I_1$ . Преобразование  $k_2 U_2$  в НУИ-2. Выделение НУИ-1 с плюсом. Выделение НУИ-2 с минусом. Стягивание  $r_1$ .

1.2. Стягивание  $R_1$ . Преобразование  $\beta_1 I_1$  в НУИ-2. Удаление  $r_1$ .

1.2.1. Преобразование  $k_2 U_2$  в НУИ-3. Выделение НУИ-3 с плюсом. Выделение НУИ-2 с плюсом. Выделение НУИ-1 с плюсом.

1.2.2. Нейтрализация  $k_2 U_2$ . Выделение НУИ-1 с минусом. Выделение НУИ-2 с минусом.

2. Стягивание  $R_2$ . Нейтрализация  $\beta_1 I_1$  и  $k_2 U_2$ . Удаление  $r_1$  и  $R_1$ . Выделение НУИ-1 с плюсом.

Отсюда с учетом множителя  $p^2 CL$  получаем

$$\Delta N = p^2 CL \{ R_2 [ -R_1 k_2 + \beta_1 r_1 (k_2 + 1) ] + r_1 R_1 \} .$$

Знаменатель ССФ находится как определитель схемы, изображенной на рис. 1.8.7.

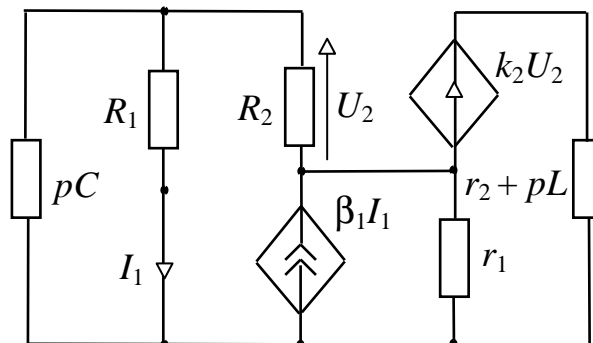


Рис. 1.8.7. Схема знаменателя ССФ для схемы на рис. 1.8.5

Разложение определителя этой схемы выполняется следующим образом:

1. Удаление  $r_2 + pL$ . Нейтрализация  $k_2 U_2$ .

1.1. Удаление  $R_2$ . Стягивание  $r_1$ . Нейтрализация  $\beta_1 I_1$ . Отсюда  $\Delta 1 = pCR_1 + 1$ .

1.2. Стягивание  $R_2$ . Используя формулу (1.3.4), получаем

$$\Delta 2 = (pCr_1 + 1)R_1 + r_1(1 - \beta_1).$$

2. Стягивание  $r_2 + pL$ . Удаление  $r_1$ . Нейтрализация  $\beta_1 I_1$ . По формуле (1.3.4)

$$\Delta 3 = (pCR_1 + 1) R_2 (k_2 + 1) + R_1 .$$

Итак,

$$\Delta D = (r_2 + pL) (R_2 \Delta 1 + \Delta 2) + r_1 \Delta 3 .$$

Убедитесь самостоятельно, что сформированная ССФ  $\Delta N/\Delta D$  эквивалентна ССФ, полученной в пункте 1.8.2 при взаимной замене элементов  $pC$  и  $pL$ , а также выполнении условий  $\beta_1 = s_1 R_1$  и  $k_2 = s_2 r_2$ . Теперь рассмотрим случай, когда параметр  $k_2$  имеет бесконечно большое значение, то есть в схему вместо ИНУН включается идеальный ОУ. Для этого достаточно на схеме рис. 1.8.5 преобразовать  $k_2 U_2$  в НУИ-2, что повлечет удаление  $R_2$ . Поэтому изображение этого элемента на рис. 1.8.6 и 1.8.7 не будем принимать во внимание.

Разложение определителя модифицированной схемы на рис. 1.8.6 выполняется в следующем порядке.

1. Выделение НУИ-2 с плюсом.

1.1. Преобразование  $\beta_1 I_1$  в НУИ-3. Удаление  $r_1$ . Выделение НУИ-3 с плюсом. Стягивание  $R_1$ . Выделение НУИ-1 с плюсом.

1.2. Нейтрализация  $\beta_1 I_1$ . Стягивание  $r_1$ . Удаление  $R_1$ . Выделение НУИ-1 с минусом.

Отсюда с учетом множителя  $p^2 CL$  получаем

$$\Delta N = p^2 CL (\beta_1 r_1 - R_1) .$$

Для нахождения знаменателя ССФ используется модифицированная схема на рис. 1.8.7, в которой, кроме удаления  $R_2$ , стягивается  $r_2 + pL$ , удаляется  $r_1$  и нейтрализуется  $\beta_1 I_1$ . После выделения НУИ-2 с плюсом определитель этой схемы равен  $pCR_1 + 1$ . Таким образом,

$$\Delta D = r_1 (pCR_1 + 1) .$$

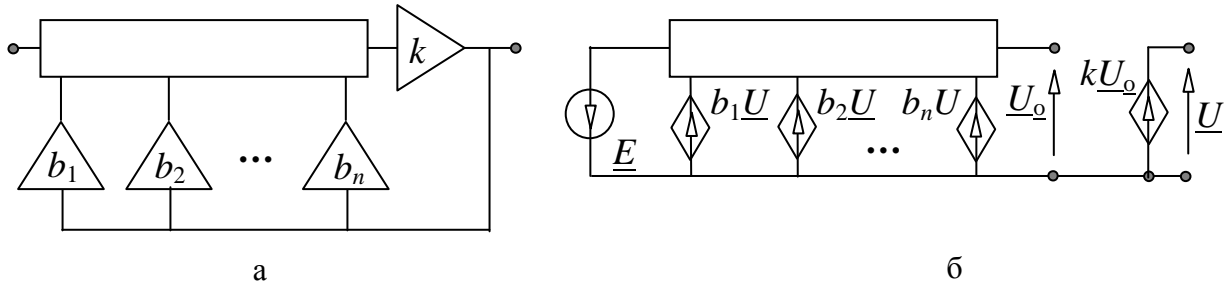
Сформированная ССФ  $\Delta N/\Delta D$  эквивалентна полученной выше при условии  $k_2 \rightarrow \infty$ . Достоинством такой методики учета бесконечно больших значений параметров является то, что перед анализом схемы выполняется ее упрощение согласно табл. 1.2.2, исходя из физических соображений. В рассмотренном примере такими упрощениями являются преобразование ИНУН в НУИ и удаление элемента  $R_2$ . Заметим, что этот элемент удаляется без выделения в формулу схемного определителя, поскольку модифицированная таким образом схема используется далее при построении схемы и числителя, и знаменателя.

МСО эффективен не только при символьном анализе конкретных схем, но и при формировании САВ для нахождения внешних параметров многополюсника, которые задают его в виде «черного ящика» [33]. Это иллюстрируется в следующих подразделах.



1.8.4. АНАЛИЗ АКТИВНОЙ  $RC$ -ЦЕПИ С МНОГОПЕТЛЕВОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Анализируемая цепь и ее схема замещения [37] показаны на рис. 1.8.8.

Рис. 1.8.8. Активная  $RC$ -цепь и ее схема замещения

Используя САВ (1.5.3), можно записать выходное напряжение схемы в виде  $U = -\Delta N / \Delta D$ . Преобразование САВ для  $\Delta N$  к алгебраическому виду выглядит следующим образом

$$\begin{aligned}
 \Delta N &= \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \\ \text{Voltage source } E \text{ and feedback elements } b_1 U, b_2 U, \dots, b_n U \\ \text{Output voltages } U_o \text{ and } k U_o \\ \text{Output voltage } U \end{array} \right| = \\
 &= \underline{E} \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \\ \text{Voltage source } E \text{ and feedback elements } b_1 U, b_2 U, \dots, b_n U \\ \text{Output voltages } U_o \text{ and } k U_o \end{array} \right| = \\
 &= \underline{E} k \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \\ \text{Voltage source } E \text{ and feedback elements } b_1 U, b_2 U, \dots, b_n U \\ \text{Output voltages } U_o \text{ and } k U_o \\ \text{Output voltage } U \end{array} \right| = \\
 &= -\underline{E} k \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta N \\ \text{Voltage source } E \text{ and feedback elements } b_1 U, b_2 U, \dots, b_n U \\ \text{Output voltages } U_o \text{ and } k U_o \end{array} \right|.
 \end{aligned}$$

Аналогично выполняется преобразование к алгебраическому виду САВ для  $\Delta D$



получаем известное выражение для активной  $RC$ -цепи с многопетлевой обратной связью [102]

$$\underline{U} = \frac{\underline{E}k\chi}{1 - k(b_1\beta_1 + b_2\beta_2 + \dots + b_n\beta_n)},$$

где  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  – коэффициенты передачи напряжения внешнего  $(n + 2)$ -полюсника в случаях заземления его левого полюса и  $n-1$  нижних полюсов при подаче напряжения на 1, 2, ...  $n$  нижние полюсы соответственно. Важно, что указанный  $(n - 2)$ -полюсник может содержать управляемые источники также, как и исходная схема на рис. 1.8.8,б. В этом состоит общий характер изложенной методики по сравнению с традиционной методикой анализа активных фильтров. Другим важным достоинством метода схемных определителей является возможность получения схемно-алгебраических выражений с участием многополюсников, что формирует «системное мышление», и позволяет сконцентрировать внимание проектировщика электронного устройства на взаимосвязи его функциональных блоков.

### 1.9. О ВЗАИМОСВЯЗИ СХЕМНОГО И МАТРИЧНОГО ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

В ходе обсуждения схемного подхода к анализу ЛЭЦ, изложенного в предыдущих разделах пособия, нередко возникают споры о целесообразности использования понятия определителя схемы или схемного определителя. При этом понятие «определитель схемы» воспринимается как вольное и краткое именование определителя матрицы узловых проводимостей или какой-либо другой матрицы электрической схемы. Ниже приводятся дополнительные доводы в пользу утвердительного ответа на вопрос о придании понятиям «схемный определитель» и «схемный минор» терминологического статуса.

Начала теории определителей, истоки которой восходят к работе *Готфрида Лейбница* 1693 года [8], содержат некоторое методическое противоречие. С одной стороны, определитель матрицы в виде суммы отдельных слагаемых можно найти без использования порядковой нумерации строк и столбцов, применив для этого, например, буквенные обозначения. С другой стороны, желая получить компактное (вложенное) выражение определителя с помощью разложения *Лапласа* по строке (столбцу) или нескольким строкам (столбцам), приходится использовать понятие алгебраического дополнения, которое отличается от

соответствующего минора матрицы знаком, учитывающим порядковые номера строк и столбцов [8].

Для матриц высокой размерности индуктивное построение определителя оказывается предпочтительным или единственно возможным. Разложение определителя матрицы  $A$  по некоторому элементу  $a_{ij}$  (выделение элемента  $a_{ij}$ ) имеет вид

$$\Delta = (-1)^{i+j} a_{ij} \Delta_{ij} + \Delta(a_{ij} = 0), \quad (1.9.1)$$

где  $\Delta_{ij}$  – минор, то есть определитель матрицы, образованной из матрицы  $A$  путем вычеркивания строки  $i$  и столбца  $j$ ;  $\Delta(a_{ij} = 0)$  – определитель матрицы, полученной из матрицы  $A$  в результате удаления элемента  $a_{ij}$ . Формула (1.10.1) применяется к определителям  $\Delta_{ij}$  и  $\Delta(a_{ij} = 0)$  рекурсивно до получения матриц первого порядка и вырожденных матриц.

Теорема *Лапласа* в ее общем или специальных случаях довольно широко используется при аналитическом решении систем линейных алгебраических уравнений и формировании ССФ ЛЭЦ. При этом нахождение знака требует существенной доли в затратах времени на разложение определителей. Это связано не только и не столько с наличием дополнительных операций сложения, а прежде всего, с необходимостью перенумерации строк и столбцов в результате выделения элементов матриц.

Алгебраическое правило нахождения знака (см. формулу (1.9.1)), возможно, обладает наглядностью при раскрытии определителей вручную. Однако в случае матриц высокой размерности, которые имеют, как правило, высокую разреженность, приходится использовать их списочное кодирование, задавая списками-множествами только ненулевые элементы. Соответствующие методы опираются на графовые (топологические) представления и широко используются в настоящее время при численном решении систем уравнений [69]. Таким образом, современные технологии решения систем уравнений фактически отрицают понятие матрицы как таблицы элементов.

При разложении определителя матрицы в символьном (буквенном) виде также желательно ее представление в виде топологического объекта, в котором номера строк и столбцов служат лишь для указания расположения элементов и не должны непосредственно использоваться для вычисления знаков.

Пусть матрица задается списком  $P$  ее ненулевых элементов. В каждом элементе списка  $p_k$ , кроме буквенного обозначения или численного значения соответствующего элемента матрицы, содержатся его координаты – номера строки и столбца. Введем функцию совпадения

$sim(i,j)$ , равную 1 при  $i = j$  и  $-1$  при  $i \neq j$ . Тогда определитель матрицы  $A$  раскрывается рекурсивно по формуле

$$\Delta = sim(i,j) a_{ij} \Delta_{ij}(i \rightarrow j) + \Delta(a_{ij} = 0), \quad (1.9.2)$$

где  $\Delta_{ij}(i \rightarrow j)$  – определитель матрицы, которая задана списком, образованным из списка матрицы  $A$  в результате следующих преобразований: 1) вычеркивания элементов с номерами строки  $i$  и (или) столбца  $j$ ; 2) замены номера  $i$  в списке элементов матрицы на номер  $j$ . Если  $i = j$ , то второе преобразование не выполняется.

Выражения определителей, полученные на основе формул (1.9.1) и (1.9.2), могут различаться только знаками при некоторых подвыражениях и полностью совпадают при раскрытии скобок. Ниже приводятся примеры разложения определителей матриц третьего и четвертого порядка по формуле (1.9.2). Для наглядности список элементов помещен в матрицу.

Пример 1.

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} \\ d_{21} & e_{22} & f_{23} \\ g_{31} & h_{32} & i_{33} \end{bmatrix} &= sim(1,1) a \Delta_{11}(1 \rightarrow 1) + sim(1,2) b \Delta_{12}(1 \rightarrow 2) + \\ &+ sim(1,3) c \Delta_{13}(1 \rightarrow 3) = \\ &= a \det \begin{bmatrix} e_{22} & f_{23} \\ h_{32} & i_{33} \end{bmatrix} - b \det \begin{bmatrix} d_{22} & f_{23} \\ g_{32} & i_{33} \end{bmatrix} - c \det \begin{bmatrix} d_{23} & e_{22} \\ g_{33} & h_{32} \end{bmatrix} = \\ &= a ( sim(2,2) e | i_{33} | + sim(2,3) f | h_{33} | ) - \\ &- b ( sim(2,2) d | i_{33} | + sim(2,3) f | g_{33} | ) - \\ &- c ( sim(2,3) d | h_{33} | + sim(2,2) e | g_{33} | ) = \\ &= a ( e i - f h ) - b ( d i - f g ) - c ( -d h + e g ). \end{aligned}$$

Пример 2.

$$\begin{aligned} \det \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} & d_{14} \\ e_{21} & f_{22} & g_{23} & k_{24} \\ l_{31} & m_{32} & n_{33} & o_{34} \\ p_{41} & h_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} &= sim(1,1) \cdot a \cdot \Delta_{11}(1 \rightarrow 1) + sim(1,2) \cdot b \cdot \Delta_{12}(1 \rightarrow 2) + sim(1,3) \cdot c \cdot \Delta_{13}(1 \rightarrow 3) + \\ &+ sim(1,4) \cdot d \cdot \Delta_{14}(1 \rightarrow 4) = a \cdot \det \begin{bmatrix} f_{22} & g_{23} & k_{24} \\ m_{32} & n_{33} & o_{34} \\ h_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} - b \cdot \det \begin{bmatrix} e_{22} & g_{23} & k_{24} \\ l_{32} & n_{33} & o_{34} \\ p_{42} & r_{43} & s_{44} \end{bmatrix} - c \cdot \det \begin{bmatrix} e_{23} & f_{22} & k_{24} \\ l_{33} & m_{32} & o_{34} \\ p_{43} & h_{42} & s_{44} \end{bmatrix} - \\ &- d \cdot \det \begin{bmatrix} e_{24} & f_{22} & g_{23} \\ l_{34} & m_{32} & n_{33} \\ p_{44} & h_{42} & r_{43} \end{bmatrix} = a \cdot [sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- b \cdot [sim(2,2) \cdot e \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- c \cdot [sim(2,3) \cdot e \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3) + sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,4) \cdot k \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4)] - \\ &- d \cdot [sim(2,4) \cdot e \cdot \Delta_{24}(2 \rightarrow 4) + sim(2,2) \cdot f \cdot \Delta_{22}(2 \rightarrow 2) + sim(2,3) \cdot g \cdot \Delta_{23}(2 \rightarrow 3)] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= a \left[ f * \det \begin{pmatrix} n_{33} & o_{34} \\ r_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} m_{33} & o_{34} \\ h_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} m_{34} & n_{33} \\ h_{44} & r_{43} \end{pmatrix} \right] - \\
&- b * \left[ e * \det \begin{pmatrix} n_{33} & o_{34} \\ r_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} l_{33} & o_{34} \\ p_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} l_{34} & n_{33} \\ p_{44} & r_{43} \end{pmatrix} \right] - \\
&- c * \left[ -e * \det \begin{pmatrix} m_{33} & o_{34} \\ h_{43} & s_{44} \end{pmatrix} + f * \det \begin{pmatrix} l_{33} & o_{34} \\ p_{43} & s_{44} \end{pmatrix} - k * \det \begin{pmatrix} l_{33} & m_{34} \\ p_{43} & h_{44} \end{pmatrix} \right] - \\
&- d * \left[ -e * \det \begin{pmatrix} m_{34} & n_{33} \\ h_{44} & r_{43} \end{pmatrix} + f * \det \begin{pmatrix} l_{34} & n_{33} \\ p_{44} & r_{43} \end{pmatrix} - g * \det \begin{pmatrix} l_{34} & m_{33} \\ p_{44} & h_{43} \end{pmatrix} \right] = \\
&= a * \left[ \begin{array}{l} f * \{ \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] - \\
&- b * \left[ \begin{array}{l} e * \{ \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] - \\
&- c * \left[ \begin{array}{l} -e * \{ \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} + \\ f * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * o * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} - \\ k * \{ \text{sim}(3,3) * l * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) + \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) \} \end{array} \right] - \\
&d * \left[ \begin{array}{l} -e * \{ \text{sim}(3,4) * m * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} + \\ f * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * n * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} - \\ g * \{ \text{sim}(3,4) * l * \Delta_{34}(3 \rightarrow 4) + \text{sim}(3,3) * m * \Delta_{33}(3 \rightarrow 3) \} \end{array} \right] = \\
&= a * [f * \{n * |s_{44}| - o * |r_{44}|\} - g * \{m * |s_{44}| - o * |h_{44}|\} - k * \{-m * |r_{44}| + n * |h_{44}|\}] - \\
&b * [e * \{n * |s_{44}| - o * |r_{44}|\} - g * \{l * |s_{44}| - o * |p_{44}|\} - k * \{-l * |r_{44}| + n * |p_{44}|\}] - \\
&c * [-e * \{m * |s_{44}| - o * |h_{44}|\} + f * \{l * |s_{44}| - o * |p_{44}|\} - k * \{l * |h_{44}| - m * |p_{44}|\}] - \\
&d * [-e * \{-m * |r_{44}| + n * |h_{44}|\} + f * \{-l * |r_{44}| + n * |p_{44}|\} - g * \{-l * |h_{44}| + m * |p_{44}|\}] = \\
&= a * [f(n * s - o * r) - g(m * s - o * h) + k * m * r - k * n * h] - \\
&- b * [e * n * s - e * o * r - g * l * s + g * o * p + k * l * r - k * n * p] - \\
&- c * [-e * m * s + e * o * h + f * l * s - f * o * p - k * l * h + k * m * p] - \\
&- d * [e * m * r - e * n * h - f * l * r + f * n * p + g * l * h - g * m * p]
\end{aligned}$$

Таким образом, в формуле (1.9.2) операция сложения номеров строки и столбца заменена операцией сравнения, которая применима не только к цифровым, но и к буквенным, знаковым и т. д. объектам. Затраты на изменение пометок объектов несопоставимо меньше тех, которые требуются при порядковой нумерации строк и столбцов после выделения очередного элемента матрицы по формуле (1.9.1).

Для доказательства формулы (1.9.2) используется то обстоятельство, что матрица порядка  $n$  может быть отображена электрической схемой с  $n^2$  источниками тока, управляемыми напряжением, которая имеет  $n + 1$  узлов. При разложении определителя такой схемы используем обобщение формулы (1.3.9). Соответствующая формула применительно к рассматриваемому случаю будет иметь вид

$$\Delta = \text{sim}(i,j)G_{i0j0}\Delta_G + \Delta(G_{i0j0} = 0), \quad (1.9.3)$$

где  $G_{i0j0}$  – параметр источника тока, направленного от узла  $i$  к узлу  $0$ , управляемого напряжением, ориентированным от узла  $j$  к узлу  $0$ ;  $\Delta_G$  – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате следующих преобразований: 1) стягивание генератора (приемника) выделяемого управляемого источника таким образом, чтобы генераторы тока (приемники напряжения), которые присоединены к узлу  $i$  (узлу  $j$ ) переключились на узел  $0$ ; 2) объединение узлов  $i$  и  $j$ ;  $\Delta(G_{i0j0} = 0)$  – определитель схемы, образованной из первоначальной схемы путем нейтрализации выделяемого управляемого источника.

Преобразование 1 в формуле (1.9.3) соответствует вычеркиванию строки  $i$  и столбца  $j$  в матрице  $A$ , а преобразование 2 изоморфно замене номеров  $i \rightarrow j$ , что доказывает формулу (1.9.2) и подтверждает эквивалентность вложенных выражений определителей матрицы и отображающей ее схемы, получаемых с помощью формул (1.9.2) и (1.9.3).

Операции со схемой, отображающей матрицу  $A$ , изоморфны операциям с полной [37] (неопределенной [51]) матрицей, полученной из матрицы  $A$  добавлением базисных  $(n - 1)$ -й строки и  $(n - 1)$ -го столбца, содержащих избытки строк и столбцов соответственно

$$a_{k,n+1} = -\sum_{l=1}^n a_{kl} \quad \text{и} \quad a_{n+1,k} = -\sum_{l=1}^n a_{kl}.$$

Сумма элементов всех строк, как и столбцов, неопределенной матрицы равна нулю, а операции над ней в соответствии с формулой (1.9.2) приводят к нахождению ее минора, являющегося искомым определителем.

В приложениях, в частности в теории электрических цепей [51], обычно имеют дело с неопределенными матрицами общего вида, когда параметры элементов схемы могут быть расположены в четырех позициях матрицы вне базисных строки и столбца. Параметр некоторого элемента дважды входит в соответствующую строку или столбец: один раз с положительным знаком, а другой раз с отрицательным. Сложение этих строк и столбцов влечет исчезновение указанного параметра в производной матрице. Данное обстоятельство по существу учитывается и в формуле (1.9.2), но в качестве второй строки и второго столбца используются базисные строка и столбец, поэтому результат сложения не отображается в самой матрице.

Формула разложения, обобщающая формулу (1.9.2), имеет вид

$$\Delta = \text{sim}(i,j) a_{ik,jm} \Delta_{(i+k)(j+m)}(i \rightarrow j) + \Delta(a_{ik,jm} = 0), \quad (1.9.4)$$

где  $a_{ik,jm}$  – параметр, входящий в четыре позиции матрицы (два раза с положительным знаком и два раза с отрицательным);  $\Delta_{(i+k)(j+m)}(i \rightarrow j)$  – суммарный минор [51], то есть определитель матрицы, образованной из первоначальной матрицы в результате следующих преобразований: 1) добавления строки  $i$  к строке  $k$  и столбца  $j$  к столбцу  $m$ ; 2) вычеркивания строки  $i$  и столбца  $j$ ; 3) замены номера  $i$  на номер  $j$  в обозначениях строк и столбцов полученной матрицы.

Можно предложить другой вариант формулы разложения матричных определителей, когда вычисление знака откладывается до последнего уровня вложенности скобочного выражения, как это имеет место в формуле (1.3.9). Чтобы получить формулу, аналогичную формуле (1.3.9), для разложения матричного определителя, введем понятие *неудаляемого элемента матрицы*.

Появление неудаляемого элемента в позиции  $(i, j)$  матрицы на пересечении строки  $i$  и столбца  $j$  влечет обнуление этих строки и столбца, а также вычеркивание других параметров в позиции  $(i, j)$ , в которой должен остаться только этот элемент. Численные значения неудаляемых элементов матрицы принимаются равными единице. С учетом сказанного, формулы (1.9.1) или (1.9.2) приводятся к виду

$$\Delta = a_{ij} \Delta(a_{ij} \Rightarrow \text{НЭМ}) + \Delta(a_{ij} = 0), \quad (1.9.5)$$

где  $\Delta(a_{ij} \Rightarrow \text{НЭМ})$  – определитель первоначальной матрицы, в которой элементу  $a_{ij}$  придан статус неудаляемого элемента матрицы.

В результате рекурсивного применения формулы (1.9.5) получают так называемые элементарные матрицы, соответствующие элементарным активным схемам из НУИ и содержащие исключительно неудаляемые элементы. Для вычисления определителя элементарной матрицы, равного 1 или  $-1$ , можно использовать либо традиционное алгебраическое правило знаков (установление четности или нечетности числа инверсий в подстановке из номеров строк и столбцов) [51], либо предложенное выше топологическое правило (см. формулу (1.9.2) и примеры 1, 2).

Ниже рассмотрено решение предыдущего примера с помощью формулы (1.9.5). Неудаляемые элементы обозначаются номерами соответствующих строки и столбца матрицы.



## Пример 3.

$$\begin{aligned}
\det \begin{bmatrix} a_{11} & b_{12} & c_{13} \\ d_{21} & e_{22} & f_{23} \\ g_{31} & h_{32} & i_{33} \end{bmatrix} &= a \det \begin{bmatrix} 11 & & \\ e_{22} & f_{23} & \\ h_{32} & i_{33} & \end{bmatrix} + b \det \begin{bmatrix} & 12 & \\ d_{21} & f_{23} & \\ g_{31} & i_{33} & \end{bmatrix} + c \det \begin{bmatrix} & & 13 \\ d_{21} & e_{22} & \\ g_{31} & h_{32} & \end{bmatrix} = \\
&= a(e \det \begin{bmatrix} 11 & & \\ & 22 & \\ & & i_{33} \end{bmatrix} + f \det \begin{bmatrix} 11 & & \\ & & 23 \\ & & h_{32} \end{bmatrix}) + \\
&+ b(d \det \begin{bmatrix} & 12 & \\ & & i_{33} \\ 21 & & \end{bmatrix} + f \det \begin{bmatrix} & 12 & \\ & & 23 \\ & & g_{31} \end{bmatrix}) + \\
&+ c(d \det \begin{bmatrix} & & 13 \\ & & h_{32} \\ 21 & & \end{bmatrix} + e \det \begin{bmatrix} & & 13 \\ & & 22 \\ & & g_{31} \end{bmatrix}) = \\
&= a(ei \det \begin{bmatrix} 11 & & \\ & 22 & \\ & & 33 \end{bmatrix} + fh \det \begin{bmatrix} 11 & & \\ & & 23 \\ & & 32 \end{bmatrix}) + \\
&+ b(di \det \begin{bmatrix} & 12 & \\ & & 33 \\ 21 & & \end{bmatrix} + fg \det \begin{bmatrix} & 12 & \\ & & 23 \\ & & 31 \end{bmatrix}) + \\
&+ c(dh \det \begin{bmatrix} & & 13 \\ & & 32 \\ 21 & & \end{bmatrix} + eg \det \begin{bmatrix} & & 13 \\ & & 22 \\ & & 31 \end{bmatrix}) = \\
&= a(ei - fh) + b(-di + fg) + c(dh - eg).
\end{aligned}$$

Как видно, результатом является вложенное выражение, получение которого не потребовало использования как понятия алгебраического дополнения, так и операции *sim*. Вместе с тем, в процессе разложения пришлось рассмотреть столько элементарных матриц, сколько имеется слагаемых в развернутом выражении определителя.

Матричный аппарат нашел широкое применение в задачах моделирования электрических и электронных цепей [51, 69]. Существенно менее разработаны вопросы использования методов теории электрических цепей для решения систем линейных алгебраических уравнений произвольной физической природы.

## 1.10. ОТОБРАЖЕНИЕ МАТРИЦЫ Y-СХЕМОЙ И ПОНЯТИЕ СХЕМНОЙ АДЪЮНКТЫ

Схемный определитель в отличие от матричного определителя принципиально не содержит взаимно уничтожающихся слагаемых – дубликаций, которые порождаются расположением параметра элемента схемы в четырех позициях матрицы с разными знаками, а также нахождением в матрице значений 1 и  $-1$ , инвариантен к способу задания параметров схемы. Для формирования схемного определителя достаточно списка элементов схемы, в качестве которых могут быть использованы любые линейные элементы, в том числе идеальные операционные усилители, управляемые источники всех четырех типов. В то же время способ задания элементов влияет на выбор матрицы схемы, соответствующих правил ее построения и формул разложения определителя.

Операция объединения внешних узлов схемы эквивалентна операции удаления соответствующей строки и столбца в матрице уравнений этой подсхемы. Однако с помощью объединения узлов можно находить только симметричные миноры схемы. В общем случае вместо объединения узлов можно использовать подсоединение нуллора к соответствующим узлам схемы [64]. Однако в этом случае приходится использовать трудоемкое правило знаков, учитывающее порядковую нумерацию узлов схемы. Использование ориентированного нумерованного нуллора [80] или НУИ. При нахождении несимметричного минора ГНУИ и ПНУИ не будут соединены параллельно. Таким образом, операция удаления строки  $i$  и столбца  $j$  в матрице эквивалентна операции подсоединения к схеме НУИ, у которого генератор направлен от базисного узла к узлу  $i$ , а приемник – от базисного узла к узлу  $j$ . Подсоединение этого НУИ можно записать кратко  $(0i,0j)$ . Первыми в скобках указываются узлы подключения генератора.

В матричной алгебре используются понятия «минор» и «алгебраическое дополнение», которое может отличаться от минора только знаком. *Для строгого обоснования аппарата схемной алгебры необходимо установить, чему соответствует так называемый схемный минор [64], матричному минору или матричному алгебраическому дополнению?*

Пусть  $Y$  – квадратная матрица порядка  $n$ . Определитель этой матрицы можно разложить путем рекурсивного применения формулы (1.10.1)

$$\Delta = (-1)^{i+j} y_{ij} \Delta_{ij} + \Delta_{ij}(y_{ij} = 0),$$

где  $\Delta_{ij}$  – минор элемента  $y_{ij}$  и  $\Delta_{ij}(y_{ij} = 0)$  – определитель производной матрицы, полученной из исходной матрицы при условии  $y_{ij} = 0$ . Как видно, порядки исходной и производной матриц одинаковы. Подобно этому, удаление генератора и приемника ИТУН) не приводит к объединению узлов схемы. Следовательно, можно говорить об аналогии между выделением элемента матрицы и выделением параметра ИТУН в соответствующей схеме.

Схемное отображение матрицы заключается в следующем. Матрице сопоставляется схема с  $n+1$  узлами. Нумерация узлов схемы соответствует нумерации строк (столбцов) матриц, а дополнительному узлу присвоен номер 0. Каждый диагональный элемент матрицы  $y_{ii}$  отображается на схеме ИТУН вида  $(i,0)(i,0)$ , где в первой паре скобок указаны узлы генератора ИТУН, а во второй – узлы приемника ИТУН. Ориентация генератора и приемника соответствует порядку следования номеров узлов пары. ИТУН вида  $(i,0)(i,0)$  эквивалентен проводимости  $y_{ii}$ , включенной между узлами  $i$  и 0. Каждый недиагональный элемент матрицы отображается одним и только одним ИТУН, при этом элементу  $y_{ij}$  соответствует ИТУН вида  $(i,0)(j,0)$ . Значение параметра ИТУН считается равным значению отображаемого с помощью него элемента матрицы, которая может иметь произвольную физическую природу. Приведенные ниже схемно-алгебраические преобразования иллюстрируют нахождение определителя матрицы второго порядка с помощью ее схемного отображения

$$\begin{aligned}
 \begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix} &= \begin{vmatrix} \begin{array}{c} y_{11} \\ \downarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} y_{12}U_2 \\ \downarrow \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} y_{22} \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} y_{21}U_1 \\ \downarrow \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} U_1 \\ \leftarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} U_2 \\ \leftarrow \\ 0 \end{array}
 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} y_{22} \\ \downarrow \\ 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \begin{array}{c} y_{12}U_2 \\ \downarrow \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} y_{22} \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} y_{21}U_1 \\ \downarrow \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} U_1 \\ \leftarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} U_2 \\ \leftarrow \\ 0 \end{array}
 \end{vmatrix} = \\
 &= y_{11}y_{22} + \begin{vmatrix} \begin{array}{c} y_{12} \\ \downarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} y_{22} \\ \downarrow \\ 2 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} y_{21} \\ \downarrow \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} y_{12} \\ \downarrow \\ 1 \end{array}
 \end{vmatrix} = y_{11}y_{22} - \begin{vmatrix} \begin{array}{c} y_{12} \\ \downarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} y_{21} \\ \downarrow \\ 0 \end{array} \\ \hline & \begin{array}{c} y_{12} \\ \downarrow \\ 1 \end{array} & \begin{array}{c} y_{21} \\ \downarrow \\ 0 \end{array}
 \end{vmatrix} = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}.
 \end{aligned}$$

Свойства схемы с ИТУН, отображающей матрицу, таковы, что подключение ГНУИ (ПНУИ) между узлом с номером 0 и узлом  $i$

изоморфно удалению в этой матрице  $i$ -й строки ( $i$ -го столбца). Подсоединение НУИ, генератор которого включен между узлами 0 и  $i$ , а приемник между узлами 0 и  $j$ , соответствует удалению  $i$ -й строки и  $j$ -го столбца. Применительно к матрице второго порядка эти операции иллюстрируют рис. 1.10.1 и 1.10.2. На рис. 1.10.1 подсоединение ГНУИ приводит к нейтрализации проводимости  $y_{11}$  и ИТУН  $y_{12}U_2$ , а ПНУИ – к нейтрализации проводимости  $y_{22}$ . Далее выделяется НУИ формуле (1.3.10)

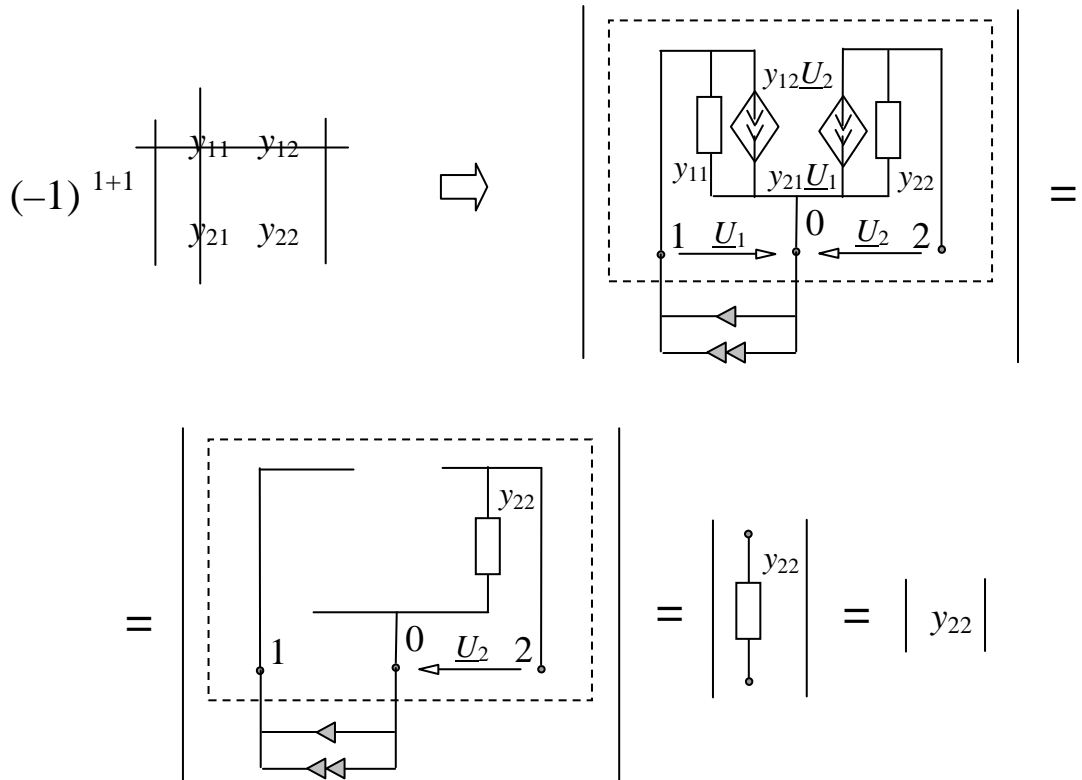
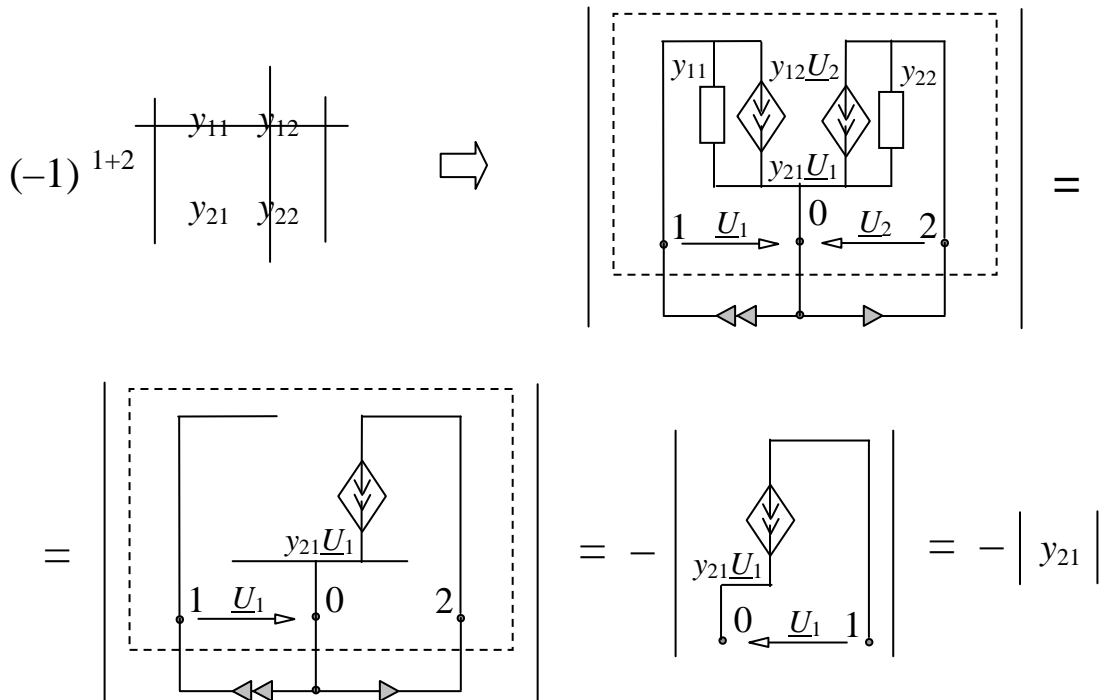
$$\Delta = \pm \Delta_n,$$

где  $\Delta_n$  – определитель схемы, полученной из первоначальной схемы в результате следующих преобразований: 1) стягивания генератора (приемника) выделяемого НУИ таким образом, чтобы генераторы (приемники), которые инцидентны одному из узлов – опорному узлу этого генератора (приемника), переключились на другой его узел; 2) объединения опорных узлов выделяемого НУИ. Положительный (отрицательный) знак перед  $\Delta_n$  выбирается в случае противоположной (одинаковой) ориентации генератора и приемника в первоначальной схеме по отношению к опорным узлам выделяемого НУИ.

Преобразования 1 и 2, выполняемые относительно выделяемого НУИ, называются его стягиванием. Опорные узлы, относительно которых выполняется стягивание НУИ, выбираются произвольно, но с одним условием – с опорными узлами должны быть соединены исключительно ГНУИ и генераторы тока, ПНУИ и приемники напряжения. Если в качестве опорного узла используется общий узел генератора и приемника выделяемого НУИ, то преобразование 2 в операции стягивания опускается, а данное выше правило выбора знака инвертируется, то есть знак перед  $\Delta_n$  считается положительным (отрицательным) при одинаковой (противоположной) ориентации генератора и приемника соответствующего НУИ по отношению к общему опорному узлу в первоначальной схеме.

Выделение НУИ по формуле (1.3.10) приводит к схеме с единственным ИТУН  $y_{21}U_2$ , эквивалентной проводимости  $y_{21}$ . Определитель этой схемы в соответствии с рассмотренным правилом имеет отрицательный знак.

Случаи нахождения симметричного и несимметричного алгебраического дополнения матрицы второго порядка показаны на рис. 1.10.1 и 1.10.2. В первом случае ГНУИ и ПНУИ параллельны, а в качестве опорного узла используется их общий узел, и определитель соответствующей схемы берется с положительным знаком.

Рис. 1.10.1. Получение алгебраического дополнения  $\Delta_{11}$  для матрицы второго порядкаРис. 1.10.2. Получение алгебраического дополнения  $\Delta_{12}$  для матрицы второго порядка

Нахождение однократных алгебраических дополнений матриц более высокого порядка выполняется аналогично. На рис. 1.10.3 и 1.10.4 рассмотрено получение положительного и отрицательного алгебраических дополнений матрицы третьего порядка.  $N$ -кратные алгебраические дополнения получаются подсоединением к схеме, отображающей матрицу,  $N$  НУИ. Генератор и приемник, соответствующие каждому НУИ имеют одинаковые номера (узел с номером 0 обязательно является общим узлом подсоединяемых ГНУИ и ПНУИ, но не должен использоваться в качестве опорного узла при выделении-стягивании НУИ).

Таким образом, подсоединение к схеме ориентированных нумерованных нуллов – НУИ позволяет находить алгебраические дополнения, что является простым решением давней проблемы нахождения знаков для определителей (миноров) матриц и графов. Для краткости будем называть указанные алгебраические дополнения «адьюнктами схемы» («адьюнкта» – устаревшее название алгебраического дополнения матрицы).

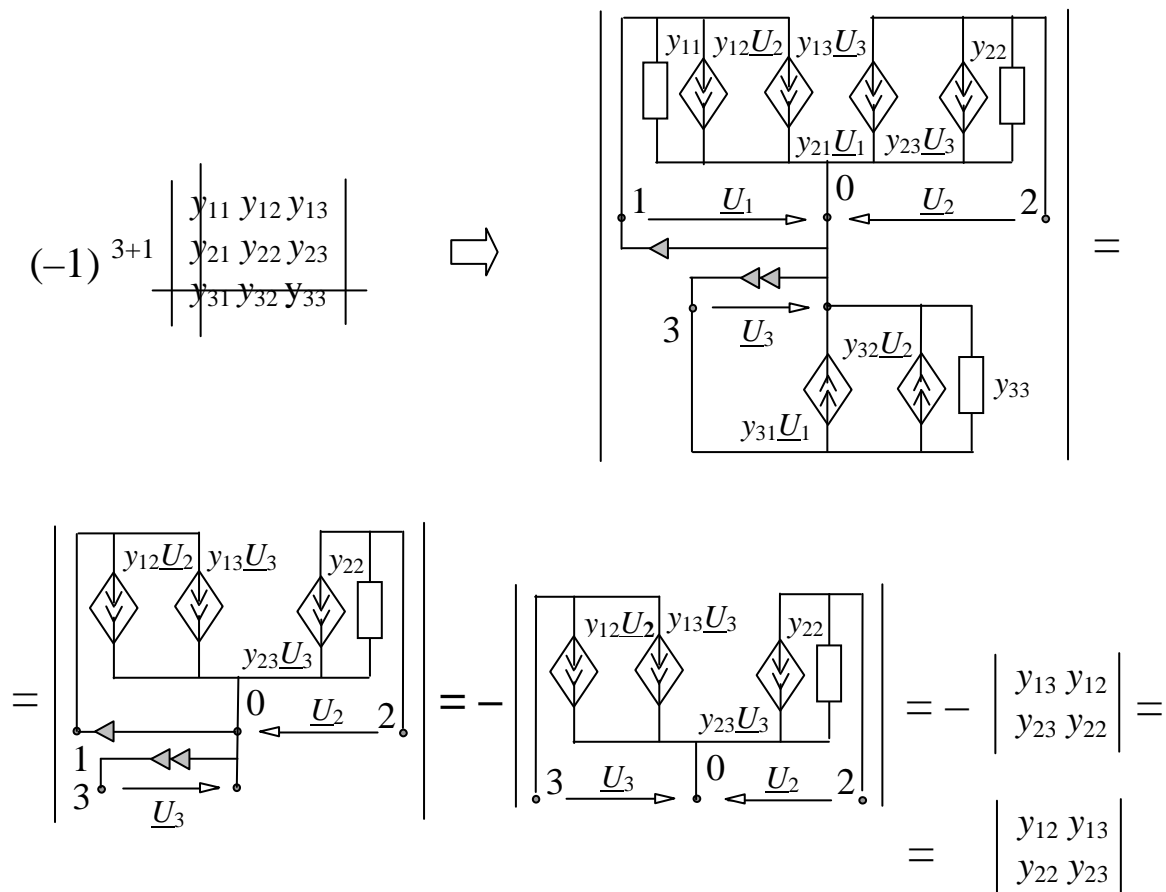


Рис. 1.10.3. Получение алгебраического дополнения  $\Delta_{31}$  для матрицы третьего порядка

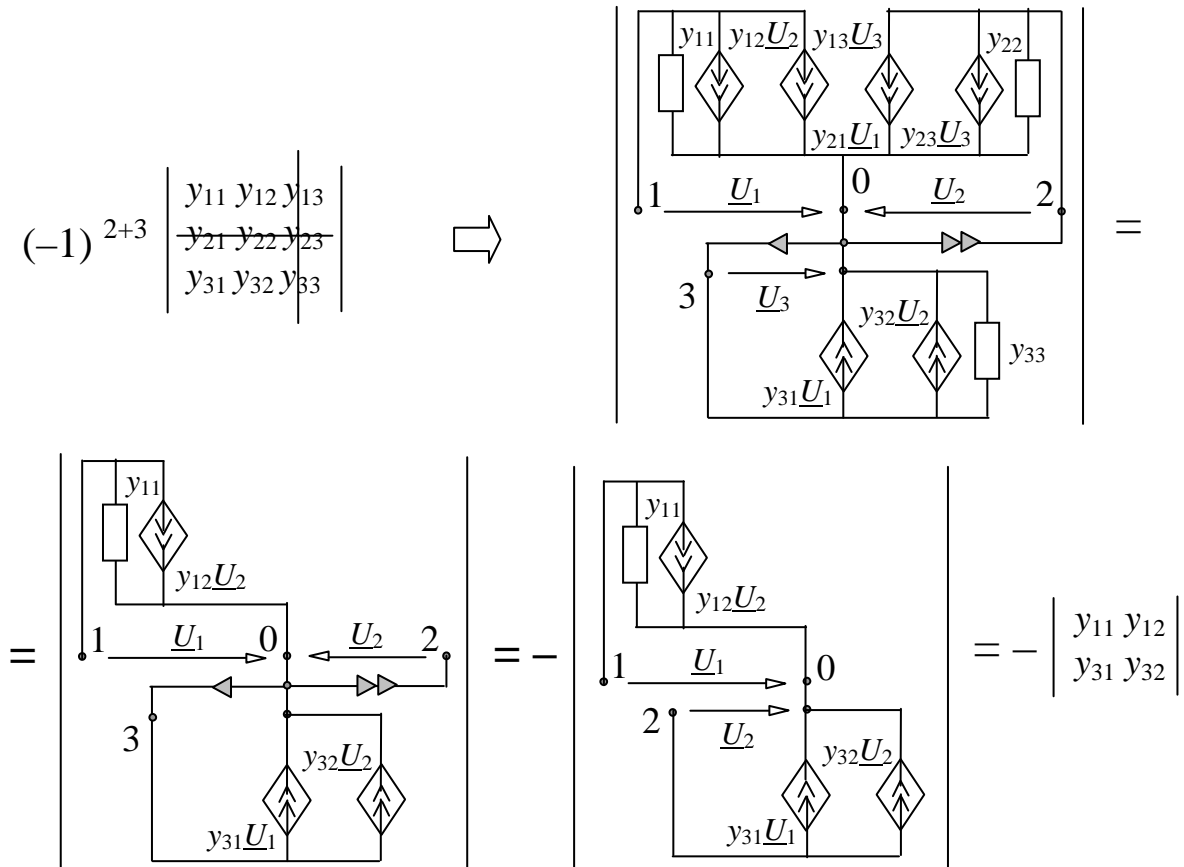


Рис. 1.10.4. Получение алгебраического дополнения  $\Delta_{23}$  для матрицы третьего порядка

Адьюнкты схемы удобно отображать двоичными векторами (ДВ) размерности  $2n$ , где  $n$  – число узлов схемы, не считая базисного узла. В качестве базисного узла выбирается произвольный узел схемы. Единицы в первой (второй) половине элементов ДВ соответствуют конечным узлам подключения генераторов (приемников) НУИ. Если к узлу схемы не подсоединяются НУИ, то в соответствующие позиции ДВ заносятся нули. Положение или позиции элементов в каждой из половин ДВ задается упорядоченным множеством – кортежем узлов схемы, исключая базисный узел. Обозначениями позиций ДВ служат обозначения узлов схемы. Базисный узел схемы, который не отображается в ДВ, является начальным узлом всех без исключения генераторов и приемников НУИ.

Для обозначения адьюнкты схемы может применяться символика, принятая для обозначения алгебраических дополнений матрицы. Нетрудно перейти от обозначений адьюнкты схемы с десятичными индексами к ДВ и обратно. Важно, что множество ДВ является унифицированным отображением адьюнкты схем с одним и тем же числом узлов. С учетом изложенного выше адьюнкты схемы, заданная некоторым ДВ, равна

определителю схемы, которая получена из этой схемы в результате подсоединения НУИ согласно ее ДВ.

Генераторы и приемники НУИ должны быть пронумерованы в соответствии с их очередностью в ДВ, а именно,  $i$ -я по порядку единица в первой (второй) половине ДВ соответствует генератору  $i$  (приемнику  $i$ )  $i$ -го НУИ. Все шесть адьюнкт схемы с тремя узлами изображены на рис. 1.10.5.

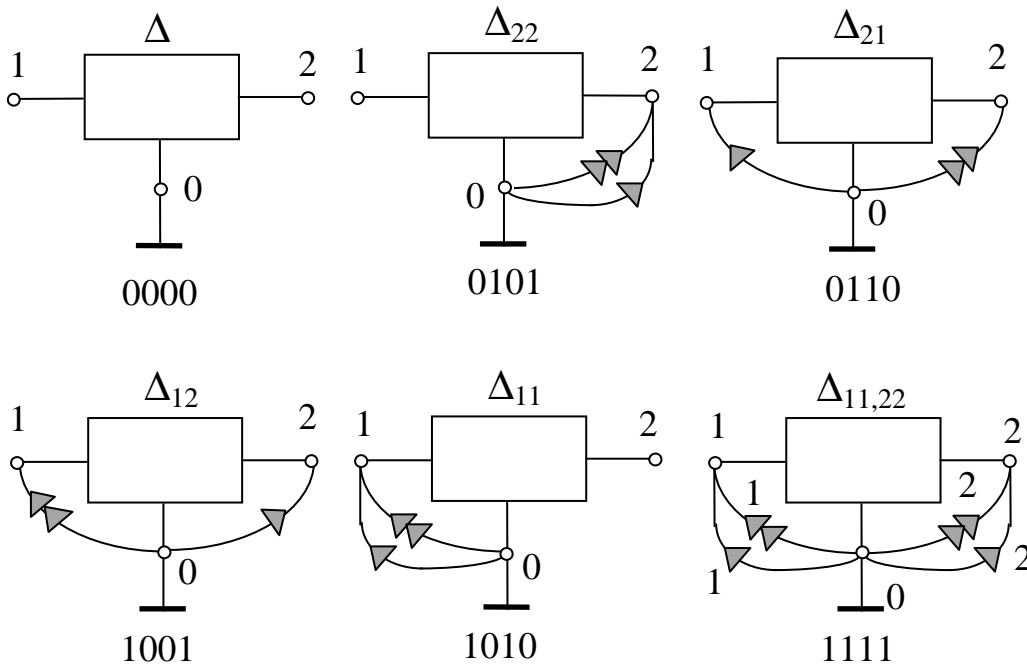


Рис. 1.10.5. Адьюнкты трехузловой схемы

Подобно определителям, адьюнкты схемы и алгебраические дополнения матрицы эквивалентны. Однако выражения определителя и алгебраических дополнений матрицы схемы, представленные в развернутом виде, избыточны.

После отображения матрицы схемой можно применить алгоритм формирования оптимальных выражений схемных определителей (см. подраздел 1.4), предусматривающий деление исходной схемы, а также производных от нее схем на части, что резко сокращает объем выкладок и сложность формируемых выражений.

Возможны две формы представления определителя матрицы (схемы): 1) единое выражение; 2) последовательность выражений, в которой предыдущие выражения используются в последующих, а заключительное выражение равно искомому определителю. Уже показывалось, что



выражениям второго типа свойственна существенно меньшая вычислительная сложность. Однако формирование таких выражений требует как оптимального выбора подсхем в исходной схеме, так и нахождения оптимальной последовательности их объединения, что может составить основную долю в затратах времени на разложение определителя. В этой связи предлагается в качестве подсхем рассматривать подмножества ИТУН, соответствующие строкам исходной матрицы. Объединение подсхем-строк выполняется следующим образом: сначала объединяются первые две строки, затем к их объединению добавляется третья строка и т. д., наконец, к объединению  $n - 1$  строк добавляется последняя  $n$ -я строка.

Таким образом, схемные представления в виде определителей схемы, ее миноров и адьюнкт позволяют также дать новую более наглядную и эффективную в компьютерной реализации интерпретацию формулам разложения матричных определителей по частям. При этом знак объединения подматриц-подсхем заменяет понятие знака алгебраического дополнения и является порождением двух (а не одного) схемных миноров, что представляется логичным. Вычисление знака и в этих случаях выполняется топологически, что отвечает списочному кодированию элементов матриц [47]. Следует отметить, что понятие «неудаляемый элемент матрицы» оказывается полезным и в случае, когда некоторые коэффициенты системы линейных алгебраических уравнений принимают бесконечно большие значения. При этом удается избежать предварительного решения с символьным заданием таких коэффициентов и последующего предельного перехода для учета их бесконечно больших значений. Естественно ожидать, что понятие «неудаляемая дуга графа», введенное по аналогии с неудаляемым управляемым источником в схеме и неудаляемым элементом матрицы, также окажется полезным.

### 1.11. НЕУДАЛЯЕМЫЕ ДУГИ – ОТОБРАЖЕНИЕ НЕУДАЛЯЕМЫХ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ НА УНИСТОРНОМ ГРАФЕ

Вопросы повышения эффективности и расширения сферы применения компьютерных программ символьного моделирования встречают пристальное внимание специалистов по моделированию электротехнических и радиоэлектронных устройств. Среди методов, предназначенных для формирования ССФ, важное место отводится методу унисторного (двунаправленного) графа [58]. К числу достоинств этого метода можно отнести относительную простоту его реализации на компьютере и пригодность для генерации компактных вложенных

выражений ССФ. Постановка проблемы генерации оптимальных по сложности выражений ССФ приближена к классической проблеме оптимальной свертки или факторизации произвольных алгебраических выражений [82], которая, как известно, принадлежит к NP-трудным задачам. В этой связи компактные формулы ССФ получаются непосредственно, минуя трудоемкое формирование развернутого выражения и не менее сложную последующую его свертку. При этом в случае свертки выражений ССФ имеется возможность резко повысить как эффективность генерации, так и качество генерируемых формул.

Общий алгоритм формирования оптимальных выражений определителей для схем с двухполюсными элементами обсуждался в подразделе 1.4. Такие схемы изоморфны частному виду унисторного графа – ненаправленному графу [52]. Однако для схем с УИ, отображаемых унисторным графом в общем случае, задача формирования оптимальных выражений до сих пор не имеет удовлетворительного решения. В числе причин этого можно назвать избыточность унисторного графа при отображении ИТУН, а также недостаточную эффективность его обобщений на другие типы УИ [58]. Генерацию выражений ССФ, свободных от взаимно уничтожающихся слагаемых, можно обеспечить локализацией подвыражений с параметрами УИ путем первоочередного выделения параметров двухполюсных элементов. Цель этого подраздела – развитие метода обобщенного унисторного графа для эффективной генерации ССФ активных ЛЭЦ в произвольном элементном базисе.

Затраты при непосредственной реализации метода обобщенного унисторного графа пропорциональны  $2^n$ , где  $n$  – число нерегулярных УИ (то есть УИ, отличных от ИТУН). Однако можно поступить иначе, используя обобщенный унисторный граф в сочетании с МСО, основу которого составляет формула для выделения параметра  $\chi$  произвольного УИ (1.3.9).

По существу именно НУИ отображается на обобщенном унисторном графе «унисторо-подобными» дугами ( $k$ -,  $\beta$ -,  $z$ -унисторами) [58]. Проводя аналогию с НУИ, операции взятия производных по этим дугам можно сопоставить присвоение им статуса *неудаляемых*. Это означает, что *вес одной из дуг, отображающих некоторый нерегулярный УИ, обязательно должен присутствовать в выражении определителя соответствующего графа*. Дуги унисторо-подобных элементов назовем неудаляемыми дугами и будем изображать зачерненной стрелкой, чтобы отличать от обычных унисторных дуг. Отображение НУИ с помощью неудаляемых дуг на унисторном графе показано на рис. 1.11.1.

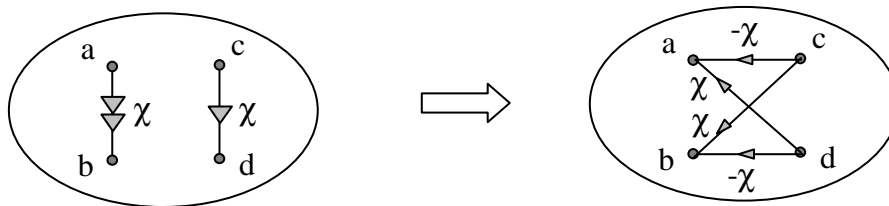


Рис. 1.11.1. Отображение НУИ на унисторном графе

Подсоединение к графу (обозначенному на рис. 1.11.1 овалом) соответствует взятию суммарного алгебраического дополнения  $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) = \Delta_{(a+b)(c+d)}$  [51]. С математической точки зрения к нахождению суммарных алгебраических дополнений сводятся многие другие задачи теории электрических цепей (получение ССФ, определение чувствительности и т. д.) [51]. По сути дела неудаляемые дуги с весами 1 и  $-1$  были введены для нахождения обычных алгебраических дополнений *Б.И.Блажкевичем* еще в 1967 году. Ориентация ребер, исходящих из выходной вершины заземленного ОУ, также ни что иное, как запрет на удаление дуг 1 и  $-1$ , которые отображают передачу сигнала с неинвертирующего и инвертирующего входов ОУ.

Для иллюстрации предлагаемого алгоритма нахождения САД, который реализован *Д. В. Шейным* в программе SYMB, рассмотрим пример получения  $\Delta_{(a+b)(c+d)}$  у-графа на рис. 1.11.2,а двумя способами: 1) на основе НУИ (см. рис. 1.10.2,б); 2) с помощью неудаляемых дуг (см. рис. 1.11.2,в).

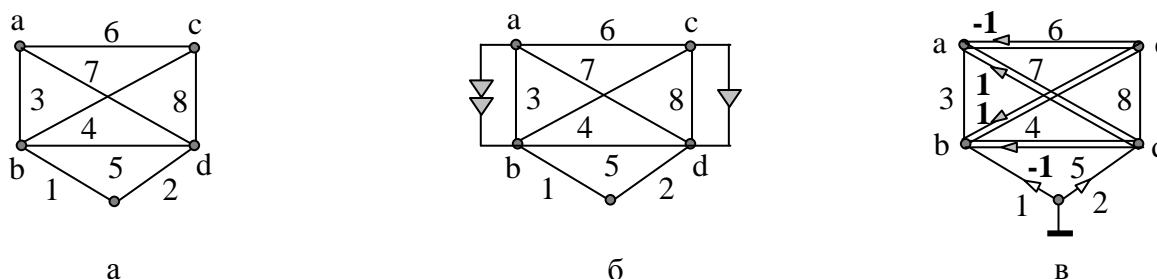


Рис. 1.11.2. Пример нахождения суммарного алгебраического дополнения

Граф на рис. 1.11.2,б упрощается в результате удаления ребер 3 и 8, стягивание которых приводит к замыканию генератора и приемника НУИ, что не допускается по определению НУИ. Аналогично этому на графе рис. 1.11.2,в поочередное стягивание ребер 3 и 8 влечет объединение неудаляемых дуг с противоположным по знаку весом (1 и  $-1$ ). Это не

допускается, поскольку в получаемых при этом графах будет отсутствовать хотя бы одна из неудаляемых дуг (их вес показан на рис. 1.11.2,в жирным шрифтом). В результате указанных упрощений образуются графы, показанные на рис. 1.11.3,а,б.

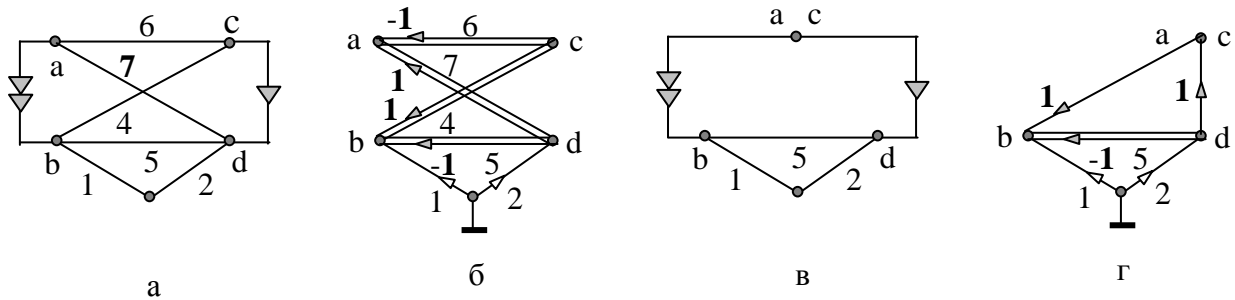


Рис. 1.11.3. Преобразования графа с НИИ и графа с НУД

Выделим на графах рис. 1.11.3,а,б у-ребро с номером 6 по формуле (1.3.2). Стягивание этого ребра на графе рис. 1.11.3,а приводит к удалению ребер 4 и 7, как параллельных генератору и приемнику НИИ соответственно. Аналогичная операция на графе рис. 1.11.3,б требует удаления ребер 4 и 7, поскольку их поочередное стягивание привело бы к удалению из графа всех НУД, что не допускается по их определению. Производные от графов на рис. 1.11.3,а,б графы, полученные в результате стягивания ребра 6, показаны на рис. 1.11.3,в,г соответственно. Очевидно, определители этих графов равны  $y_1(y_2 + y_5) + y_2y_5$ .

В результате удаления ребра 6 образуются графы, показанные на рис. 1.11.4,а,б. Рассмотрение этих графов показывает, что ребра 4 и 7 в них требуют безусловного стягивания. Так, на рис. 1.11.4,а удаление любого из них влечет получение вырожденного графа ( $\Delta = 0$ ). На рис. 1.11.4,б граф вырождается вследствие образования вершины, в которую заходят НУД с противоположными знаками (при удалении ребра 7) или вершины, из которой дуги только выходят (при удалении ребра 4). Таким образом, из графов на рис. 1.11.4,а,б получаются графы, представленные на рис. 1.11.4,в,г соответственно. Ребро 5 на рис. 1.11.4,в подлежит удалению, как параллельное генератору (приемнику) НИИ. Аналогично этому ребро 5 на рис. 1.11.4,г удаляется, как параллельное каждой из оставшихся НУД. Отсюда получается, что определители графов на рис. 1.11.4,а,б равны  $-y_4y_7(y_1 + y_2)$ . Следовательно, искомое САД

$$\Delta_{(a+b)(c+d)} = y_6[y_1(y_2 + y_5) + y_2y_5] - y_4y_7(y_1 + y_2).$$

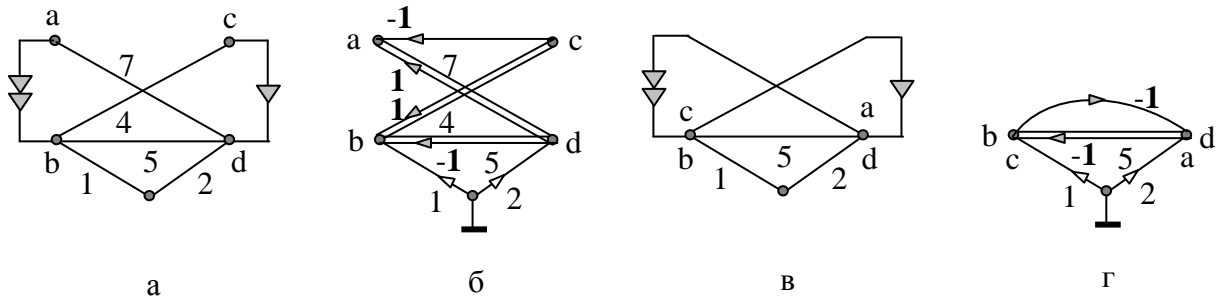


Рис. 1.11.4. Преобразования графа с НУИ и графа с НУД

Таким образом, использование взаимно однозначного соответствия между свойствами НУИ и НУД позволяет усовершенствовать метод унисторного графа путем его обобщения на все типы линейных элементов и решить задачу получения безызбыточных выражений ССФ.

Итак, понятия определителя схемы и ее минора имеют самостоятельное значение в теории электрических цепей. Схемные представления не только не повторяют матричный или графовый язык, но и позволяют видоизменить или усовершенствовать некоторые соотношения для матричных и графовых определителей. Индуктивное построение схемного определителя в соответствии с формулой (1.3.9) начинается с того, что называются определители простейших схем в виде висячих ветвей и петель, которые выведены из закона *Ома*. Схемный определитель в отличие от матричного определителя принципиально не содержит взаимно уничтожающихся слагаемых, которые порождаются расположением параметра элемента схемы в четырех позициях матрицы с разными знаками, что требует использования специальных формул (см. формулу (1.9.4)). Весьма важно в приложениях и то, что схемный определитель инвариантен к способу задания параметров схемы и для его формирования достаточно списка элементов схемы. В то же время способ задания параметров влияет на выбор матрицы схемы, соответствующих правил ее построения и формул разложения определителя.

## 2. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ДЕЛЕНИЕМ ИХ НА ЧАСТИ

Иерархическая бисекция схемы предусматривает повторную бисекцию каждой подсхемы с применением формул (1.3.3), (1.3.4) и их обобщений. Единственным ограничением к применению этих формул (далее, формул схемной бисекции) является размещение одноименных генератора и приемника в различных подсхемах. Формулы схемной бисекции не содержат операций деления, то есть оказываются более предпочтительными для символьного анализа сложных схем по сравнению с методами схемной диакоптики [70, 73], которые предусматривают преобразование подсхем в эквивалентный многомерный генератор без использования матриц или графов, но требуют операций деления в формулах схемных преобразований.

Опыт показывает, что формулы схемной бисекции легко программируются на любом алгоритмическом языке, допускающем рекурсивные вызовы подпрограмм. Вместе с тем такое непосредственное использование этих формул приводит к необходимости многократной обработки подсхем второго, третьего и т. д. уровней иерархии. Наибольший объем излишних выкладок приходится на подсхемы минимальной (для данной схемы) размерности, параметры которых определяются на последнем (самом нижнем) уровне иерархии. Исключить избыточные вычисления удастся более сложной организацией иерархического анализа, благодаря представлению ССФ в виде последовательности выражений. При этом достигается существенное уменьшение вычислительной сложности ССФ по сравнению с использованием единого выражения [64].

Процессы анализа схемы с помощью рекурсивной бисекции и попарного объединения подсхем до получения параметров исходной схемы взаимно обратны. Поэтому иерархический анализ в первом случае называется нисходящим, а во втором случае - восходящим [64]. В методах схемной диакоптики *М. А. Шакирова* [70, 73] реализуется восходящий анализ, поскольку каждая подсхема обрабатывается однократно и далее приходится иметь дело только с эквивалентными многомерными генераторами подсхем. В данном разделе будут рассмотрены обобщения формул (1.3.3) и (1.3.4) для иерархического нисходящего и восходящего формирования ССФ сложных электрических цепей.

## 2.1. АЛГЕБРА $K$ -ДЕРЕВЬЕВ И СХЕМНЫЕ ОПРЕДЕЛИТЕЛИ

Аппарат  $K$ -деревьев лежит в основе символьной диакоптики – анализе электрических цепей по частям. Схемные определители, являющиеся сомножителями в диакоптических формулах, можно отобразить соответствующими множествами  $K$ -деревьев ( $K = 2, 3, \dots$ ). Множество  $K$ -деревьев задается кодом, содержащим характерные номера узлов. В частности, код может содержать номера всех узлов исследуемой схемы. Код  $K$ -дерева указывается в скобках, что обозначает некоторое множество  $K$ -деревьев.

Внутри кода  $K$ -дерева имеются разделители (точка или запятая), которые подразделяют множество характерных вершин на подмножества, относящиеся к отдельным компонентам связности  $K$ -дерева. Например, код  $(ij,m,l)$  обозначает, что множество 3-деревьев ( $K = 3$ ) рассматривается относительно четырех узлов схемы  $i, j, m, l$ . При этом узлы  $i$  и  $j$  относятся к одной компоненте 3-дерева, а узлы  $m$  и  $l$  не могут быть достижимыми друг из друга, а также из узлов  $i$  и  $j$ .

Код множества  $K$ -деревьев может быть детализирован путем добавления еще одной вершины согласно основному тождеству алгебры  $K$ -деревьев

$$(i,j) = (il,j) + (i,jl). \quad (2.1.1)$$

Это очевидно, поскольку узел  $l$ , принадлежащий схеме и не указанный в первоначальном коде, может относиться как к одной, так и другой компоненте 2-дерева. Если порядок следования узлов в части кода, соответствующей некоторой компоненте  $K$ -дерева несущественен, то данные ниже обозначения эквивалентны

$$(il,j) = (li,j), \quad (i,jl) = (i,lj). \quad (2.1.2)$$

Если схема, отображаемая  $K$ -деревьями, не удовлетворяет свойству взаимности, то узел, следующий первым в части кода  $K$ -дерева, которая соответствует некоторой компоненте, считается корнем или базисным узлом этой компоненты.

Применяя тождество (2.1.1) к каждому слагаемому правой части повторно, можно довести количество узлов в коде до числа узлов схемы и, тем самым, решить задачу перечисления всех 2-деревьев схемы, множество которых задает первоначальный код. В качестве примера найдем множество 2-деревьев типа  $(1,0)$  в полной схеме с четырьмя узлами, представленной на рис. 2.1.1.

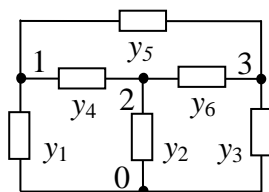


Рис. 2.1.1. Полная схема с четырьмя узлами

Используя формулу (2.1.1) при добавлении узлов 2 и 3, получаем

$$(1,0) = (12,0) + (1,20) = (123,0) + (12,30) + (13,02) + (1,203). \quad (2.1.3)$$

Данным подмножествам искомого множества соответствуют деревья, которые можно получить непосредственно из рассмотрения схемы. Отсюда

$$(123,0) = 45 + 46 + 56, \quad (12,30) = 34, \quad (13,02) = 25, \quad (1,023) = 23 + 26 + 36.$$

В частности, множество 2-деревьев вида (12,0), соответствующее числителю передаточной функции между узлами 1 и 2 (узел 0 – общий) можно найти по формуле

$$(12,0) = (123,0) + (12,30) = 45 + 46 + 56 + 34. \quad (2.1.4)$$

Рассмотренный способ перечисления 2-деревьев естественно обобщается на общий случай произвольного  $K$ . Например, в случае  $K = 3$  необходимо использовать тождество

$$(i,j,l) = (im,j,l) + (i,jm,l) + (i,j,lm), \quad (2.1.5)$$

которое указывает на то, что добавляемая вершина  $m$  может находиться в каждой из трех компонент 3-дерева. Несмотря на свою универсальность, способ перечисления  $K$ -деревьев на основе рекурсивного применения тождеств вида (2.1.1), (2.1.5) и их обобщений удобен при исследовании достаточно простых схем и становится весьма громоздким даже при незначительном увеличении числа узлов. Вместе с тем практически имеет смысл находить не все, а только некоторые из всего многообразия типов множеств  $K$ -деревьев.

Основные типы множеств  $K$ -деревьев или  $K$ -ордеревьев, которые мы будем использовать, содержатся в следующем топологическом тождестве

$$\begin{aligned} & (i,0) (ij,m,0) (im,j,0) + (ij,0) (ik,0) (i,j,m,0) = \\ & = (ij,m,0) (i,j,0) (im,0) + (im,j,0) (i,m,0) (ij,0). \end{aligned} \quad (2.1.6)$$



Тождество (2.1.6) отображает взаимосвязь 2-, 3-, 4-деревьев произвольной схемы и позволяет находить одни типы  $K$ -деревьев через другие.

Множества  $K$ -деревьев, учитываемые в тождестве (2.1.6), можно подразделить на множества объединительные –  $(i,0)$ ,  $(i,j,m,0)$ ,  $(i,j,0)$ ,  $(i,m,0)$ ; путевые –  $(im,0)$ ,  $(ij,0)$  и комбинированные –  $(ij,m,0)$ ,  $(im,j,0)$ . Для нахождения объединительных множеств  $K$ -деревьев используется следующее правило.

**Правило 2.1.1.** Множество  $K$ -деревьев графа вида  $(1, 2, \dots, q)$  получается как множество деревьев схемы, образованной из исходной схемы в результате объединения узлов  $1, 2, \dots, q$ .

Для нахождения множеств путевых 2-деревьев используется другое правило.

**Правило 2.1.2.** Множество 2-деревьев вида  $(ij,l)$ , содержащих путь между узлами  $i$  и  $j$ , получается как множество деревьев схемы, образованной в результате подсоединения НУИ, причем ГНУИ направлен от узла  $l$  к узлу  $i$ , а ПНУИ – от узла  $l$  к узлу  $j$ .

Нахождение множества комбинированных  $K$ -деревьев  $(ij,1,2, \dots, m)$  требует объединения всех узлов исходной схемы, которые указываются в коде как отдельные узлы. Далее к производной схеме с объединенным узлом  $1 + 2 + \dots + m$  применяется правило 2.1.2, что обеспечивает получение искомого множества комбинированных  $K$ -деревьев.

Решим рассмотренную ранее задачу с использованием правила 2.1.1. Множество 2-деревьев  $(1,0)$  схемы на рис. 2.1.1 соответствует множеству деревьев схемы, изображенной на рис. 2.1.2,а. При объединении узлов 1 и 0 ветвь  $y_1$  обращается в петлю и отбрасывается.



Рис. 2.1.2. Схема для нахождения 2-деревьев вида  $(1,0)$  схемы на рис. 2.1.1 (а) и схема для нахождения 2-деревьев вида  $(12,0)$  схемы на рис. 2.1.1 (б)

Искомые деревья являются слагаемыми определителя данной схемы. Отсюда получаем

$$(1,0) = 2(3 + 5 + 6) + 3(4 + 6) + 4(5 + 6) + 56. \quad (2.1.7)$$

Для нахождения множества  $K$ -деревьев вида  $(12,0)$  в соответствии с правилом 2.1.2 используется схема, представленная на рис. 2.1.2,б.

Проводимости  $y_1$  и  $y_2$  отбрасываются, как соединенные параллельно с ГНУИ и ПНУИ. Запишем определитель полученной схемы

$$\Delta = y_4(y_3 + y_5 + y_6) + y_5y_6. \quad (2.1.8)$$

Слагаемые определителя полученной схемы соответствуют ее деревьям, которые одновременно являются 2-деревьями вида (12,0) исходной схемы на рис. 2.1.1.

Сравнение формул (2.1.3) и (2.1.7), (2.1.4) и (2.1.8) показывает, что использование правил 2.1.1 и 2.1.2 не только упрощает процедуру перечисления  $K$ -деревьев, но и делает результаты вычислений более компактными путем вынесения общих множителей за скобки. Связь между  $K$ -деревьями и схемными определителями (минорами) положена в основу схемно-алгебраического метода анализа электрических цепей.

## 2.2. МЕТОД СХЕМНОЙ БИСЕКЦИИ

Подсхемы с одним и двумя внешними узлами (см. формулы (1.3.3) и (1.3.4)) являются простейшими случаями подсхем. Операция объединения внешних узлов подсхемы эквивалентна операции удаления соответствующей строки и столбца в матрице уравнений этой подсхемы [51]. Отсюда по аналогии с минором определителя матрицы можно ввести понятие «минор определителя схемы» или просто «минор схемы». Однако с помощью объединения внешних узлов можно находить только симметричные миноры подсхемы. В общем случае вместо объединения узлов используется подсоединение нуллора или НУИ к соответствующим узлам подсхемы. Действительно, на рис. 1.3.3,а показано, что объединение двух узлов эквивалентно подсоединению к этим узлам генератора и приемника некоторого НУИ. При нахождении несимметричного минора генератор и приемник НУИ не будут соединенными параллельно.

Миноры подсхемы удобно отображать двоичными векторами (ДВ) размерности  $2n$ , где  $n$  – число внешних узлов подсхемы, не считая базисного узла. В качестве базисного узла выбирается произвольный узел из внешних узлов подсхемы. Единицы в первой (второй) половине элементов ДВ соответствуют конечным узлам подключения генераторов (приемников) НУИ. Если к внешнему узлу подсхемы не подсоединяются НУИ, то в соответствующие позиции ДВ заносятся нули. Положение или позиции элементов в каждой из половин ДВ задается упорядоченным множеством – кортежем внешних узлов подсхемы, исключая базисный узел. Обозначениями позиций ДВ служат обозначения узлов схемы. Базисный узел схемы, который не отображается в ДВ, является начальным узлом всех без исключения генераторов и приемников НУИ.

Для обозначения миноров схемы или подсхемы может применяться символика, принятая для обозначения миноров матрицы. Нетрудно перейти от обозначений миноров подсхемы с десятичными индексами к ДВ и обратно. Важно, что множество ДВ является унифицированным отображением миноров подсхем с одним и тем же числом внешних узлов. С учетом изложенного выше минор подсхемы, заданный некоторым ДВ, равен определителю схемы, которая получена из этой подсхемы в результате подсоединения НУИ согласно ее ДВ.

Генераторы и приемники НУИ должны быть пронумерованы в соответствии с их очередностью в ДВ, а именно,  $i$ -я по порядку единица в первой (второй) половине ДВ соответствует генератору  $i$  (приемнику  $i$ )  $i$ -го НУИ. Все шесть миноров подсхемы с тремя внешними узлами изображены на рис. 2.2.1.

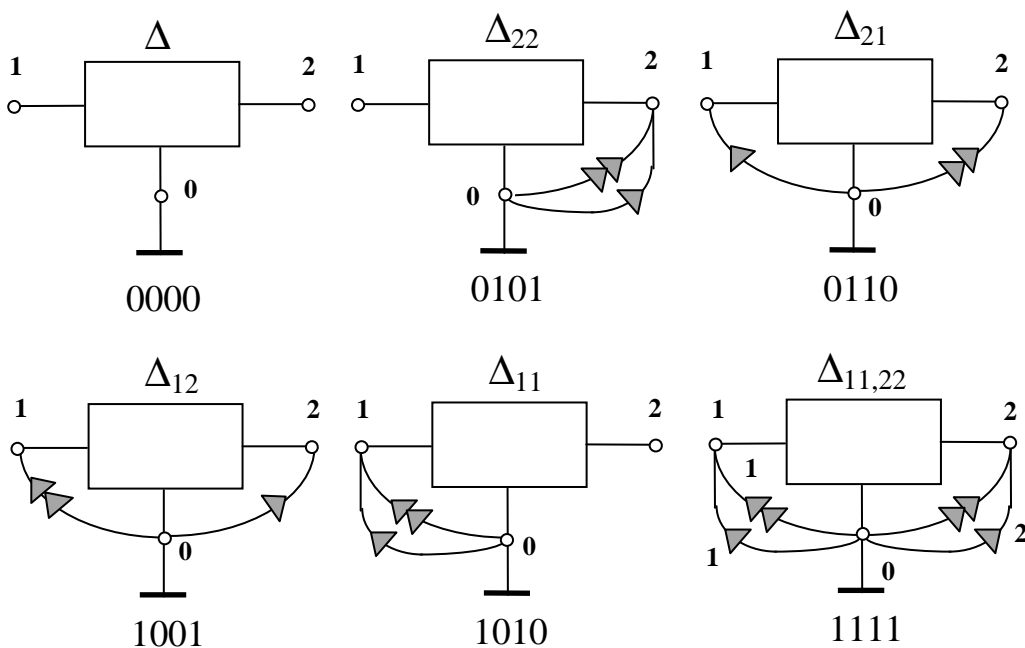


Рис. 2.2.1. Миноры трехузловой подсхемы

Подобно определителям, миноры схемы и матрицы эквивалентны. Однако выражения определителя и миноров матрицы схемы, представленные в развернутом виде, избыточны. Подсоединение НУИ позволяет представить внешние характеристики подсхем в виде производных схем, избежав применения в анализе схем по частям объектов, имеющих математическую природу, и порождаемых вычислительных трудностей.

2.2.1. ДЕЛЕНИЕ СХЕМЫ НА ДВЕ ЧАСТИ ПО ТРЕМ УЗЛАМ

2.2.1.1. Формула бисекции с операциями вычитания

Пусть схема образована в результате объединения двух подсхем с тремя внешними узлами, как показано на рис. 2.2.2. Двоичное отображение формулы, обобщающей формулы (1.3.3) и (1.3.4) и предусматривающей деление схемы на две части по узлам 1, 2 и 0, имеет вид

$$\Delta = \Delta_1(0000)\Delta_2(1111) + \Delta_1(0101)\Delta_2(1010) - \Delta_1(0110)\Delta_2(1001) - \\ - \Delta_1(1001)\Delta_2(0110) + \Delta_1(1010)\Delta_2(0101) + \Delta_1(1111)\Delta_2(0000). \quad (2.2.1)$$

Таким образом, слагаемые этой формулы представлены шестью парами ДВ. Векторы каждой пары взаимно дополняют друг друга (как минор и соответствующий минор [64]), отображая сомножители формулы. Кортеж общих (или внешних) узлов подсхем, являющийся обозначением позиций ДВ, имеет вид: (1, 2, 1, 2) или кратко 1212. Узел 0 является базисным узлом для обеих подсхем.

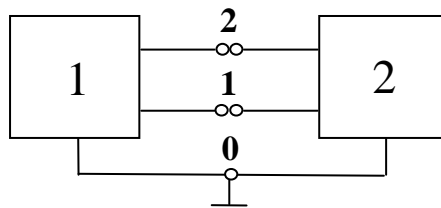


Рис. 2.2.2. Деление схемы на подсхемы по трем узлам

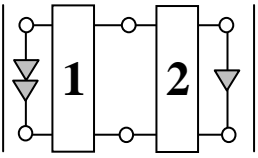
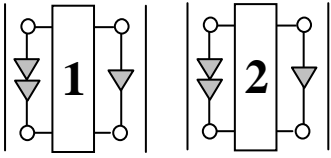
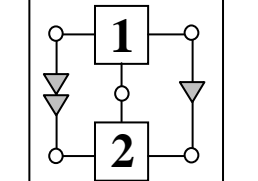
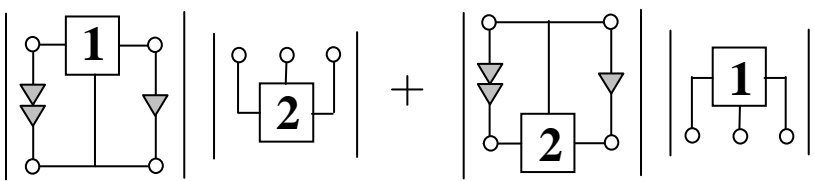
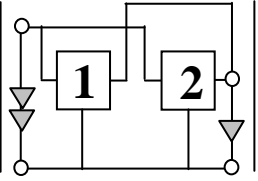
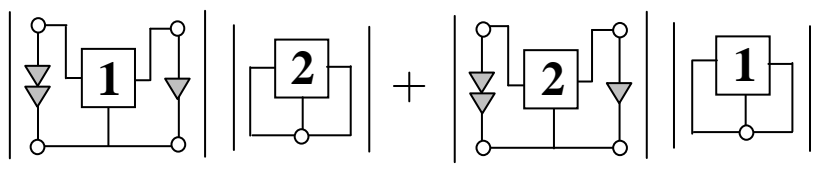
Схемно-алгебраическое выражение, соответствующее формуле (2.2.1), представлено ниже

$$\left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| = \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \\ + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| - \\ - \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| - \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{1} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline \mathbf{2} \\ \hline \end{array} \right| .$$

В силу одинаковой четности номеров строк и столбцов взаимно дополнительных миноров, информацию о знаке слагаемого можно получить из расположения единиц в одном из векторов пары. Принимается во внимание порядковый номер единицы в той или иной половине ДВ. Положительный (отрицательный) знак выбирается в случае четной (нечетной) суммы порядковых номеров позиций, содержащих единицы, в ДВ. Убедитесь в этом самостоятельно на примере формулы (2.2.1).

С помощью формул (1.3.4) и (2.2.1) выводятся схемно-алгебраические выражения, помещенные в табл. 2.2.1 и полезные при нахождении по частям числителей передаточных функций.

Таблица 2.2.1. Диакоптические формулы для нахождения числителей ССФ

№	Исходное САВ	Эквивалентное САВ
1	<p data-bbox="379 936 1281 1014">Нахождение числителя передаточной схемной функции при каскадном соединении двух четырехполюсников</p> 	
2	<p data-bbox="379 1249 1281 1328">Нахождение числителя передаточной схемной функции при последовательном соединении двух трехполюсников</p> 	
3	<p data-bbox="379 1563 1281 1641">Нахождение числителя передаточной схемной функции при параллельном соединении двух трехполюсников</p> 	

## 2.2.1.2. Безызбыточная формула бисекции

Недостатком формулы (2.2.1) является наличие в ней операций вычитания, что приводит к большому числу взаимно уничтожающихся слагаемых и увеличивает погрешность вычислений. Убедимся в наличии взаимно уничтожающихся слагаемых у формулы (2.2.1) и получим формулу, в которой отсутствуют избыточные слагаемые. Для этого выразим формулу (2.2.1) через  $K$ -деревья

$$\Delta = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + \Delta_1(0,2)\Delta_2(0,1) - \Delta_1(21,0)\Delta_2(12,0) - \\ - \Delta_1(12,0)\Delta_2(21,0) + \Delta_1(0,1)\Delta_2(0,2) + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012). \quad (2.2.2)$$

Раскроем  $K$ -деревья вида (0,1) и (0,2) в соответствии с тождеством (2.1.1)

$$\Delta = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + [\Delta_1(01,2) + \Delta_1(0,21)][\Delta_2(02,1) + \Delta_2(0,12)] - \\ - \Delta_1(21,0)\Delta_2(12,0) - \Delta_1(12,0)\Delta_2(21,0) + \\ + [\Delta_1(02,1) + \Delta_1(0,12)][\Delta_2(01,2) + \Delta_2(0,21)] + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012) = \\ = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + \Delta_1(01,2)\Delta_2(0,1) + \Delta_1(0,21)\Delta_2(02,1) + \\ + \Delta_1(02,1)\Delta_2(0,2) + \Delta_1(0,12)\Delta_2(01,2) + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012). \quad (2.2.3)$$

Формула (2.2.3) лишена избыточных слагаемых, но в отличие от формулы (2.2.2) не является симметричной, поскольку используемые наборы миноров подсхем различные. Из формулы (2.2.3) получается симметричная формула в результате следующих преобразований

$$\Delta = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + \Delta_1(01,2)\Delta_2(0,1) + \Delta_1(0,21)\Delta_2(02,1) + \\ + \Delta_1(02,1)[\Delta_2(01,2) + \Delta_2(0,21)] + \Delta_1(0,12)\Delta_2(01,2) + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012) = \\ = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + \Delta_1(01,2)\Delta_2(0,1) + \Delta_1(0,21)\Delta_2(02,1) + \\ + \Delta_1(02,1)\Delta_2(0,21) + [\Delta_1(02,1) + \Delta_1(0,12)]\Delta_2(01,2) + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012) = \\ = \Delta_1(012)\Delta_2(0,1,2) + \Delta_1(01,2)\Delta_2(0,1) + \Delta_1(0,21)\Delta_2(02,1) + \\ + \Delta_1(02,1)\Delta_2(0,21) + \Delta_1(0,1)\Delta_2(01,2) + \Delta_1(0,1,2)\Delta_2(012). \quad (2.2.4)$$

В формуле (2.2.4) каждая подсхема использует один и тот же набор миноров: (012), (0,1,2), (01,2), (0,1), (0,21), (02,1).

## 2.2.2. ОБЩИЙ СЛУЧАЙ ДЕЛЕНИЯ НА ПОДСХЕМЫ

Формирование множества ДВ подсхемы не встречает затруднений. Самое простое решение состоит в том, чтобы перебирать  $2n$ -разрядные двоичные числа (от  $2n$  нулей до  $2n$  единиц) и выбирать те из них, которые содержат одинаковое количество единиц в первой и второй половинах разрядов. Это свойство, вытекающее из определения ДВ, позволяет получить число ДВ подсхемы в виде

$$\nu = \sum_{l=0}^n \{nl\}^2, \quad (2.2.5)$$

где  $\{n l\}$  – число сочетаний из  $n$  элементов по  $l$ .

Имея множество ДВ для одной из подсхем, можно легко получить ДВ второй подсхемы, применив операцию дополнения двоичного числа. Это значит, что единицы в позициях ДВ заменяются нулями и наоборот. Следовательно, общая формула определителя при делении схемы на две подсхемы по узлам  $n, n-1, \dots, 0$  может быть представлена в виде

$$\Delta = \sum_{l=0}^{\nu} (-1)^{\sigma_l} \Delta 1(b_l) \Delta 2(\bar{b}_l), \quad (2.2.6)$$

где  $\sigma_l$  – показатель знака  $l$ -го слагаемого, определяемый по ДВ  $b_l$ ;  $\Delta 1(b_l)$  – минор первой подсхемы, соответствующий вектору  $b_l$ ;  $\Delta 2(\bar{b}_l)$  – минор второй подсхемы, соответствующий дополнению двоичного вектора  $\bar{b}_l$ . Узел с номером 0 является базисным узлом подсхем и не учитывается в обозначениях позиций ДВ. Полное доказательство формулы (2.2.6) выполните на основе теоремы об определителе суммы матриц [51].

Обратим внимание на то, что «схемные миноры», используемые в диакоптических выражениях, формируемых методом двоичных векторов, соответствуют не минорам, а алгебраическим дополнениям матрицы, которая отображается схемой с ИТУН (см. подраздел 1.10). Корректность метода двоичных векторов (схемных миноров), в частности, справедливость выражения (2.2.6) при замене миноров на алгебраические дополнения (адьюнкты) не нарушается, поскольку сомножители (перемножаемые адьюнкты) имеют одинаковый знак и не влияют на знак соответствующего слагаемого в формуле бисекции.

Безызыточные формулы бисекции (2.2.3) и (2.2.4) соединяют в себе преимущества метода двоичных векторов и метода Д-деревьев. Эти формулы, с одной стороны, допускают компактное представление

сомножителей, а с другой стороны, обеспечивают наивысшую точность при вычислениях схемных функций электрических цепей в виду отсутствия «скрытых» взаимноуничтожающихся слагаемых [23].

### 2.2.3. ДЕЛЕНИЕ СХЕМЫ НА ДВЕ ЧАСТИ ПО ЧЕТЫРЕМ УЗЛАМ

#### 2.2.3.1. Формула бисекции с операциями вычитания

Применим выражение (2.2.6) для получения формулы бисекции по четырем узлам ( $n=3$ ). Схема, представленная в виде двух подсхем, изображена на рис. 2.2.3. Размерность ДВ подсхем в этом случае будет равна  $2n = 6$ .

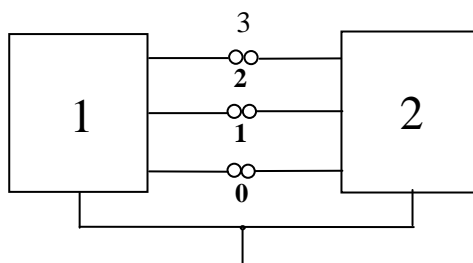


Рис. 2.2.3. Деление схемы по четырем узлам

Перебирая двоичные числа от 000000 до 111111, пропускаем те из них, у которых количество единиц в первых трех позициях (первой триаде) отличается от числа единиц в четвертой, пятой и шестой позициях вместе взятых (второй триаде). Отсюда получается двадцать ДВ подсхемы с четырьмя внешними узлами ( $\nu = 20$ ): 1) 000000; 2) 001001; 3) 001010; 4) 001100; 5) 010001; 6) 010010; 7) 010100; 8) 011011; 9) 011101; 10) 011110; 11) 100001; 12) 100010; 13) 100100; 14) 101011; 15) 101101; 16) 101110; 17) 110011; 18) 110101; 19) 110110; 20) 111111. Обозначения позиций этих ДВ имеют вид: 123123.

Перечисленные ДВ можно рассматривать как двоичные отображения первых сомножителей в выражении (2.2.6), относящиеся к первой подсхеме. Следовательно, дополнения этих ДВ будут являться ДВ миноров второй подсхемы, соответствующих вторым сомножителям в выражении (2.2.6). Совместные пары ДВ, образующие формулу четырехузловой бисекции, перечислены ниже: 1) 1&20; 2) 2&19; 3) 3&18; 4) 4&17; 5) 5&16; 6) 6&15; 7) 7&14; 8) 8&13; 9) 9&12; 10) 10&11; 11) 11&10; 12) 12&9; 13) 13&8; 14) 14&7; 15) 15&6; 16) 16&5; 17) 17&4; 18) 18&3; 19) 19&2; 20) 20&1.

Для перехода от ДВ к минорам подсхем генераторы и приемники НУИ нумеруются согласно следованию единиц в ДВ. Например, из ДВ



011110 получаем 012120, что означает подсоединение к соответствующей подсхеме двух НУИ: НУИ-1 (02,01) и НУИ-2 (03,02) (для сравнения см. рис. 2.2.1). Напомним, что генератор и приемник, образующие некоторый НУИ, имеют одинаковые номера.

Знак пары совместных ДВ определяется на основе так называемых нумерованных ДВ, которые получаются путем сквозной нумерации генераторов и приемников НУИ сначала во второй, а затем в первой подсхемах. Например, для нахождения знака слагаемого (3,18) от ДВ 001010 и 110101 переходим к нумерованным ДВ 003030 и 120102. Далее поступаем в соответствии с топологическим правилом: нумерованные ДВ складываются, образуя вектор 123132. Триады этого вектора формируют подстановку 123/132, которая имеет одну инверсию, то есть является нечетной. Следовательно, знак слагаемого (3,18) в формуле четырехузловой бисекции отрицательный. Аналогично поступая в случае других слагаемых этой формулы, убеждаемся, что, кроме третьего слагаемого, отрицательные знаки имеют слагаемые с номерами 5, 7, 9, 12, 14, 16 и 18. Таким образом, формулу четырехузловой бисекции можно представить в виде

$$\begin{aligned} \Delta = & 1\&20 + 2\&19 - 3\&18 + 4\&17 - 5\&16 + 6\&15 - 7\&14 + 8\&13 - \\ & - 9\&12 + 10\&11 + 11\&10 - 12\&9 + 13\&8 - 14\&7 + 15\&6 - \\ & - 16\&5 + 17\&4 - 18\&3 + 19\&2 + 20\&1. \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

### 2.2.3.2. Безызбыточная формула бисекции

Такая формула выводится по аналогии с формулой (2.2.4). Исходной формулой в этом случае является формула (2.2.6). После перехода к К-деревьям и проведения преобразований с использованием тождеств (2.1.1) и (2.1.5) получаем

$$\begin{aligned} \Delta = & (0123)(0,1,2,3) + (02,3)(0,1,23) + (01,3)(0,13,2) + (0,3)(03,1,2) + \\ & + (01,2)(0,12,3) + (03,2)(0,1,32) + (0,2)(02,1,3) + (0,21,3)(02,1) + \\ & + (0,2,31)(03,1) + (01,2,3)(0,1) + (0,1)(01,2,3) + (03,1)(0,2,31) + \\ & + (02,1)(0,21,3) + (02,1,3)(0,2) + (0,1,32)(03,2) + (0,12,3)(01,2) + \\ & + (03,1,2)(0,3) + (0,13,2)(01,3) + (0,1,23)(02,3) + (0,1,2,3)(0123). \end{aligned} \quad (2.2.8)$$

Диакоптические формулы (2.2.4) и (2.2.8) не только не содержат операций вычитания, но и включают только такие сомножители, которые можно найти через соответствующие схемные миноры с помощью правил 2.1.1 и 2.1.2, то есть избежав традиционного трудоемкого перечисления К-деревьев подсхем.

#### 2.2.4. МЕТОД ОБЪЕДИНЕНИЯ ПОДСХЕМ

Таким образом, подсхему относительно внешних узлов полностью задают все ее миноры, число которых рассчитывается по формуле (2.2.5). Миноры схемы, в отличие от миноров матрицы, могут быть разложены методом схемных определителей без образования дубликаций. Диакоптические методы рекурсивной бисекции схемы и иерархического объединения подсхем, свободны от ограничений на состав учитываемых линейных элементов, что выгодно отличает эти методы от методов матричной бисекции и *D*-деревьев. Применение топологических методов бисекции и объединения подсхем не связано с использованием промежуточных моделей в виде матриц или графов. Сомножителями в слагаемых диакоптических формул являются миноры той или иной подсхемы, что исключает появление дубликаций на уровне подсхем.

Формирование минимальных по сложности выражений ССФ и СВО обеспечивает сочетание указанных видов выражений, когда миноры подсхем представляются в виде единых выражений, а объединение подсхем задается последовательностью выражений. При этом обеспечивается сокращение как затрат процессорного времени, так сложности формируемых выражений ССФ и СВО. Ниже обсуждается алгоритм объединения подсхем применительно к методу ДВ.

Множества внешних узлов объединяемых подсхем, как правило, не совпадают с множеством их общих узлов. В этом случае необходимо рассматривать согласно формуле (2.2.6) только те позиции ДВ, которые относятся к узлам, являющимся общими узлами для обеих подсхем. Оставшиеся позиции ДВ непосредственно переносятся во вновь формируемый ДВ объединенной схемы. Таким образом, взаимно однозначное соответствие миноров, присущее формуле (2.2.6), нарушается и некоторый минор одной подсхемы оказывается совместным с двумя и более минорами другой подсхемы.

Если среди общих узлов объединяемых подсхем отсутствуют узлы, являющиеся одновременно внешними узлами объединенной схемы, то ДВ совместных миноров подсхем должны дополнять друг друга в части позиций, соответствующих общим узлам подсхем. В качестве примера выполним объединение подсхем, образующих схему на рис. 2.2.4.

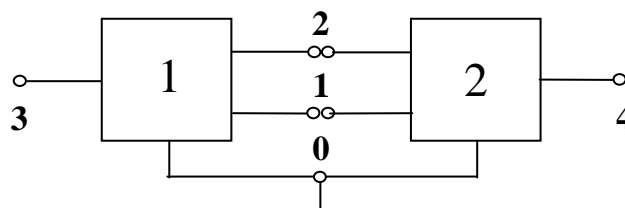


Рис. 2.2.4. Объединение подсхем с четырьмя внешними узлами

Для обозначения позиций ДВ первой и второй подсхем удобно выбрать кортежи 312312 и 124124. Чтобы установить совместность миноров подсхем, необходима информация, размещенная в позициях 1212 ДВ этих подсхем. При нахождении знака пары совместных ДВ также используются только эти позиции.

Внешними узлами объединенной схемы являются собственные узлы 3 и 4 подсхем 1 и 2. Следовательно, размерность ДВ этой схемы равна четырем, а число ДВ или число миноров схемы равно шести. ДВ объединенной схемы приведены слева в табл. 2.2.2. Справа указаны пары совместных миноров подсхем с соответствующими знаками перед скобками. Произведения миноров подсхем (справа) в сумме с учетом знаков образуют минор объединенной схемы (слева).

Таблица 2.2.2. Получение миноров объединенной схемы на рис. 2.2.4

ДВ объединенной схемы: 3434	Совместные пары миноров объединяемых подсхем
0000	+(1,19), +(2,13), -(3,12), -(5,7), +(6,6), +(8,1)
0101	+(1,20), +(2,15), -(3,14), -(5,9), +(6,8), +(8,2)
0110	+(4,16), -(7,10), +(9,4), -(10,3)
1001	+(11,18), -(12,17), +(14,11), -(17,5)
1010	+(13,19), +(15,13), -(16,12), -(18,7), +(19,6), +(20,1)
1111	+(13,20), +(15,15), -(16,14), -(18,9), +(19,8), +(20,2)

Миноры объединенной схемы содержат всю информацию о ее ССФ (см. рис. 2.2.1). Нахождение знака слагаемых миноров объединенной схемы усложняется, когда обозначения позиций ДВ подсхем неупорядочены. Упорядочение позиций первой подсхемы предусматривает их приведение к виду: собственные узлы – общие узлы. Напротив, позиции ДВ второй подсхемы считаются упорядоченными, если они приведены к виду: общие узлы – собственные узлы. При этом порядок следования общих узлов в обозначениях позиций ДВ обеих подсхем должен быть одинаков. Таким образом, топологическое правило нахождения знака требует учета двух составляющих  $(-1)^{d+h}$ , где  $d$  – число инверсий, требующихся для упорядочения ДВ первой и второй подсхем;  $h$  – число инверсий в подстановке, образованной из номеров генераторов и приемников, которые инцидентны общим узлам подсхем.

Если среди общих узлов объединяемых подсхем имеются узлы, являющиеся одновременно внешними узлами объединенной схемы, то следует использовать обобщенное условие совместности ДВ. Для доказательства этого условия вводится дополнительный узел, соединенный короткозамкнутой ветвью, то есть вырожденным НУИ, с общим внешним узлом. Дополнительный узел рассматривается в качестве собственного узла одной из подсхем. Таким образом, задача приводится к рассмотренному ранее случаю, когда у подсхем отсутствуют общие внешние узлы.

**Обобщенное условие совместности ДВ.** Два ДВ совместны, если результат поэлементного сложения содержимого каждой из общих позиций этих ДВ отличен от нуля.

При формировании объединенного ДВ содержимое собственных позиций ДВ объединяемых подсхем переносится без изменений в ДВ объединенной схемы. Содержимое каждой из позиций объединенного ДВ, формируемых для общих внешних узлов этих подсхем, равно поэлементному произведению содержимого соответствующих позиций ДВ объединяемых подсхем.

#### *Алгоритм объединения двух подсхем*

**1.** Парное сравнение ДВ подсхем и выявление пар совместных ДВ. Для этого используются позиции ДВ, соответствующие общим узлам подсхем, и условие совместности.

**2.** Приведение совместных пар ДВ к ДВ объединенной схемы. В объединенный ДВ в первую очередь заносится содержимое позиций, относящихся к собственным узлам первой подсхемы. Далее рассматриваются позиции, соответствующие общим внешним узлам. В объединенный ДВ заносится единица только в том случае, если содержимое соответствующих позиций в ДВ подсхем отлично от нуля. В противном случае объединенный ДВ дополняется нулем в позиции, соответствующей общему внешнему узлу. Формирование объединенного ДВ завершается учетом содержимого позиций, относящихся к собственным узлам второй подсхемы. Параметр найденного ДВ равен произведению миноров исходных подсхем.

**3.** Определение знаков совместных пар миноров объединяемых подсхем. Если в позициях общих внешних узлов обоих ДВ содержатся единицы, то ДВ первой подсхемы модифицируется путем помещения в соответствующую позицию нуля. Такая модификация необходима, поскольку единица из ДВ первой подсхемы перешла в объединенный ДВ подсхем. Далее применяется топологическое правило и знак рассчитывается по формуле  $(-1)^{d+h}$ .

4. Приведение подобных членов среди параметров объединенных ДВ по виду ДВ и образование миноров объединенной схемы. Перед параметром объединенного ДВ учитывается знак соответствующей пары миноров объединяемых подсхем.

Специального рассмотрения заслуживают случаи, когда подсхемы включают идеальные ОУ. Среди миноров таких подсхем могут быть миноры, тождественно равные нулю, если подсоединение НУИ в соответствии с ДВ минора приводит к получению вырожденной схемы. Это обусловлено тем, что идеальный ОУ имеет статус НУИ, и возможно образование контуров, содержащих только генераторы или только приемники НУИ (см. табл. 1.2.2). Наличие нулевых миноров позволяет значительно сократить количество ДВ, подлежащих рассмотрению, как при анализе подсхем, так и при их объединении. Для этого необходимо использовать правила, учитывающие условие совместности ДВ объединяемых подсхем.

**Правило 2.2.1.** Если внешний узел подсхемы совпадает с выходным узлом идеального ОУ, принадлежащего этой подсхеме, то в первой половине позиций ДВ содержимое позиции этого внешнего узла равно нулю.

**Правило 2.2.2.** Если внешний узел подсхемы совпадает с выходным узлом идеального ОУ, принадлежащего другой подсхеме, то в первой половине позиций ДВ содержимое позиции этого внешнего узла равно единице.

В правилах 2.2.1 и 2.2.2 предполагается, что одним из выходных узлов идеального ОУ является базисный узел схемы, что практически всегда имеет место [42]. Дуальные правила справедливы для входного узла идеального ОУ с дифференциальным входом, когда другой входной узел этого ОУ является базисным узлом схемы. Алгоритм объединения подсхем используется в сочетании с рассмотренными правилами.

### 2.3. АНАЛИЗ АКТИВНОГО ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА

В качестве иллюстрации метода двоичных векторов рассмотрим пример получения передаточной функции для полосового фильтра на тринадцати ОУ. Схема активного фильтра, изображенная на рис. 2.3.1, содержит 13 идеальных ОУ, 36 резисторов и 8 конденсаторов [103]. Почти двадцать лет эта схема служит «пробным камнем» для алгоритмов формирования ССФ (см. Интернет-сайт B.S. Rodanski: <http://www.eng.uts.edu.au/~benr/symbolic/>) [110]. Структурная схема фильтра показана на рис. 2.3.2.

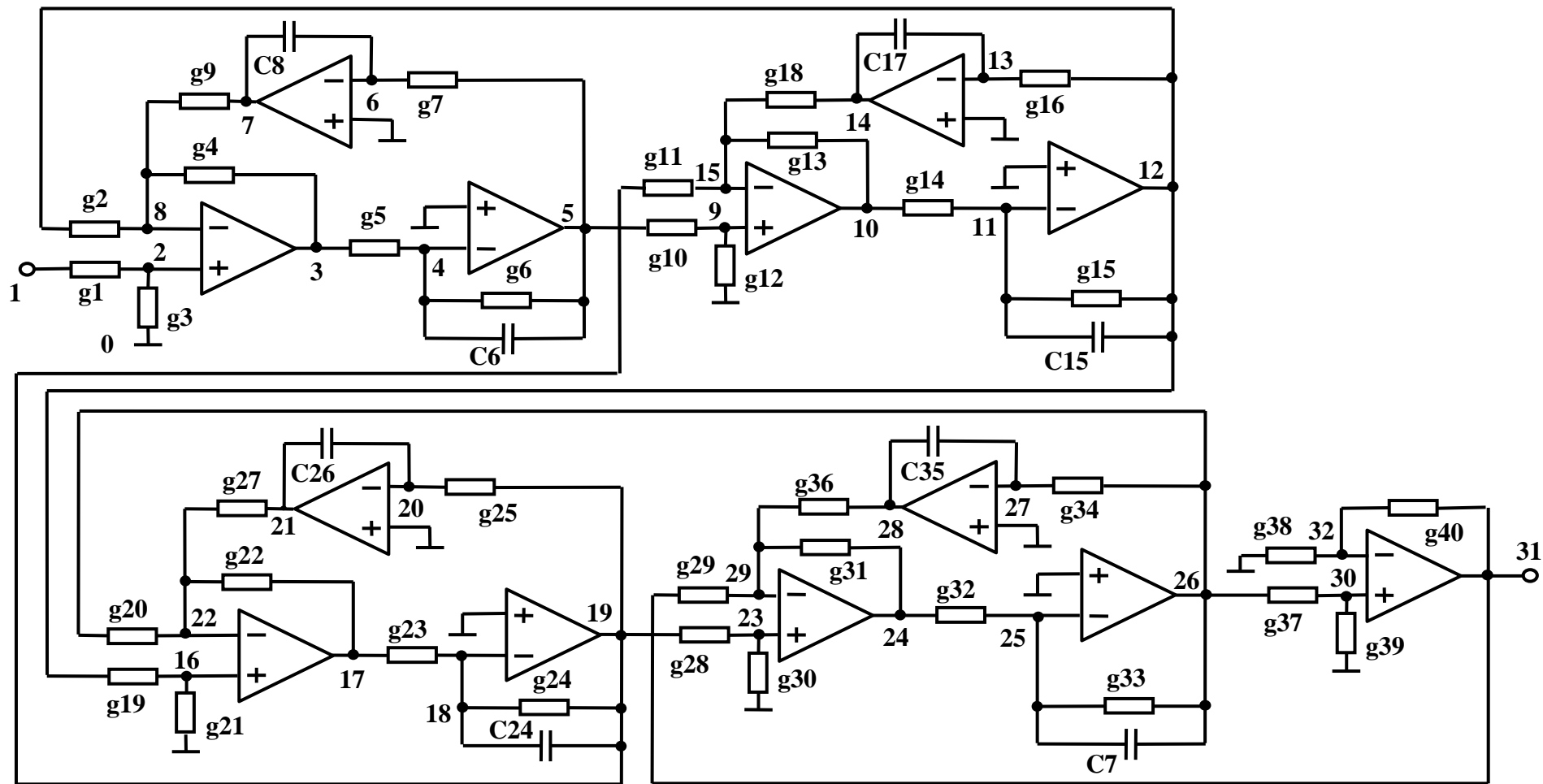


Рис. 2.3.1. Схема полосового фильтра

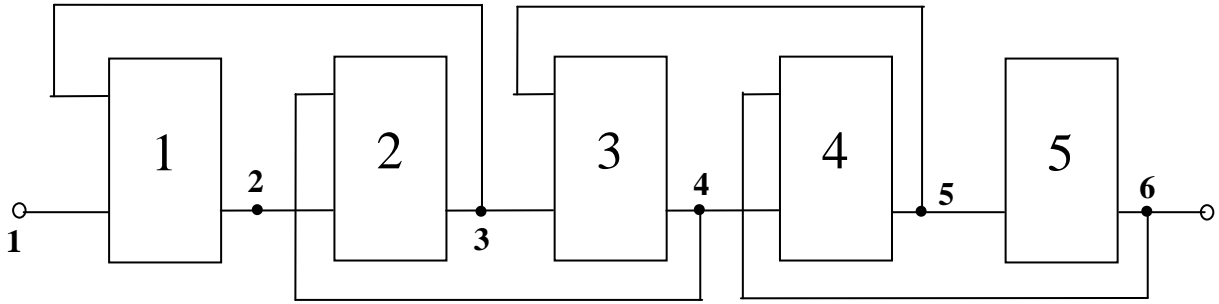


Рис. 2.3.2. Структурная схема активного полосового фильтра

Следует отметить, что подсхемы 1–4 этой схемы идентичны, а выходной (правый) узел каждой подсхемы совпадает с выходным узлом одного из трех идеальных ОУ, находящихся внутри этой подсхемы. Подсхема 5 содержит единственный ОУ, выходной узел которого является одновременно ее выходным узлом.

Подсхема 1 показана на рис. 2.3.3. Для получения подсхем 2–4 порядковые номера резисторов и конденсаторов пересчитываются по формулам соответственно

$$N_r = i + 8(j - 1) \quad (2.3.1)$$

и

$$N_c = i + 2(j - 1), \quad (2.3.2)$$

где  $i$  – номер параметра в подсхеме 1,  $j$  – номер одной из подсхем 2–4 ( $j = 2, 3, 4$ ).

Подсхема 5 изображена на рис. 2.3.4.

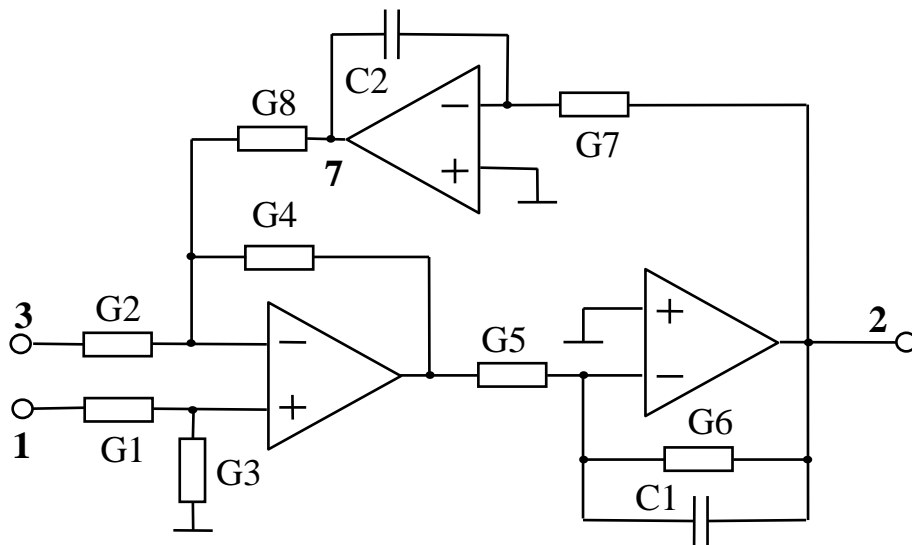


Рис. 2.3.3. Подсхема 1 для схемы полосового фильтра

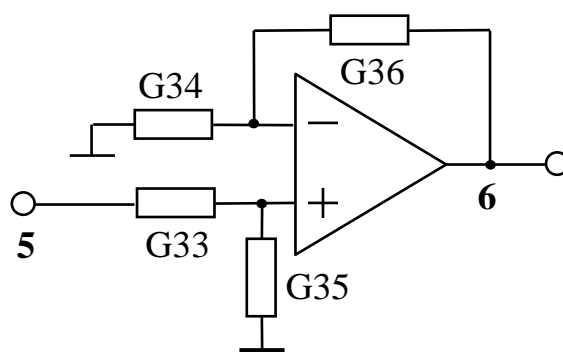


Рис. 2.3.4. Подсхема 5 для схемы полосового фильтра

### 2.3.1. АНАЛИЗ ПОДСХЕМ ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА

Нахождение миноров подсхем выполняется на основе ДВ. В случае подсхемы с четырьмя внешними узлами будет 20 двоичных векторов. Однако наличие идеальных ОУ в самой подсхеме и вне ее позволяет сократить это число. В результате применения правил 2.2.1 и 2.2.2 для учета идеальных ОУ множества ДВ подсхем 1–4 уменьшаются до трех элементов: 1) 101011; 2) 101101; 3) 101110. Обозначения (кортежи) позиций ДВ для подсхем 1, 2, 3 и 4 имеют вид соответственно 123123, 234234, 345345, 456456. Подсхема 5 имеет три внешних узла. Учет идеальных ОУ вне и внутри этой подсхемы позволяет сократить число ДВ с шести до двух: 1) 1001; 2) 1010. Кортёж этих ДВ имеет вид: 5656.

Далее для обозначения миноров подсхем используется символ  $\Delta$  с двумя цифрами: первая цифра – номер подсхемы, а вторая цифра – порядковый номер минора подсхемы. Например, подсхему 3 представляют миноры:  $\Delta_{31}$ ,  $\Delta_{32}$  и  $\Delta_{33}$ . Нахождение минора подсхемы заключается в подсоединении к этой подсхеме НУИ согласно ДВ этого минора с последующим раскрытием определителя образованной схемы. Используя метод схемных определителей (см. подразделы 1.3 и 1.4), получаем следующие миноры для подсхемы 1:

$$\begin{aligned}\Delta_{11} &= -G_1 G_5 p C_2 (G_2 + G_4 + G_8), \\ \Delta_{12} &= (G_1 + G_3) [ (G_6 + p C_1) G_4 p C_2 + G_5 G_7 G_8 ], \\ \Delta_{13} &= G_2 G_5 p C_2 (G_1 + G_3).\end{aligned}$$

Миноры подсхемы 5 находятся аналогично

$$\Delta_{51} = G_{33} (G_{34} + G_{36}), \quad \Delta_{52} = G_{36} (G_{33} + G_{35}).$$



Для получения миноров подсхем 2–4 не требуется раскрытие определителей производных схем, поскольку эти миноры образуются из миноров  $\Delta_{11}$ ,  $\Delta_{12}$ ,  $\Delta_{13}$  формальной заменой номера подсхемы и перенумерацией параметров элементов. Номера резисторов и конденсаторов пересчитываются по формулам (2.3.1) и (2.3.2).

### 2.3.2. ОБЪЕДИНЕНИЕ ПОДСХЕМ ПОЛОСОВОГО ФИЛЬТРА

Для объединения подсхем используется иерархическое дерево, которое изображено на рис. 2.3.5. Номера узлов этого дерева соответствуют номерам исходных подсхем (подсхемы 1–5) и подсхем, образованных в результате объединения (подсхемы 6–9). Объединение подсхем выполняется снизу-вверх согласно рис. 2.3.5 или слева-направо согласно рис. 2.3.2. Подсхема с номером 9 завершает процесс объединения и является исходной схемой. Из миноров этой подсхемы можно получить искомую передаточную ССФ по напряжению.

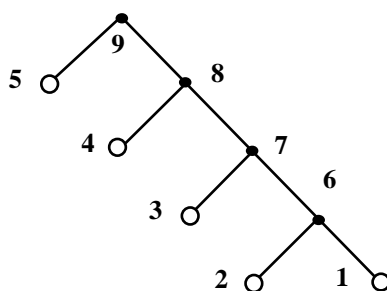


Рис. 2.3.5. Дерево объединения подсхем полосового фильтра

В первую очередь объединяются подсхемы 1 и 2. Узел 3 принадлежит обоим этим подсхемам. В то же время его нужно сохранить как внешний узел объединенной схемы (подсхема 6). Чтобы установить совместность ДВ объединяемых подсхем, рассматриваются позиции, соответствующие их общим узлам 2 и 3. Фрагменты ДВ подсхем 1 и 2 для кортежа 2323 имеют вид

	2323		2323
1	0111	1	1001
2	0101	2	1010
3	0110	и	3 1011 .

Слева от ДВ указывается порядковый номер минора.

Узел 2 является общим внутренним узлом подсхем, поэтому совместность ДВ в позициях 2 обеспечивается при взаимном дополнении их содержимого. Узел 3 – общий внешний узел, следовательно, совместность ДВ в позициях 3 достигается при условии, когда содержимое позиций 3 рассматриваемых пар ДВ либо взаимно дополняющее, либо равняется единице, но не может быть равным нулю. Таким образом, совместными являются четыре пары ДВ (миноров подсхем): (1,1), (2,2), (2,3) и (3,1).

Пары ДВ (1,1) и (2,3) имеют в позиции 3 единицы, поэтому для определения знака этих пар единицы в позиции 3 (вторая половина ДВ) для второй подсхемы заменяются нулями. Введение дополнительного узла во вторую, а не в первую, подсхему обусловлено тем, что узел 3 в кортеже ДВ размещается рядом с узлом 4, который является собственным узлом подсхемы 2. В случае пары (1,1) рассматриваются ДВ 0111 и 1000. После нумерации НУИ получаем соответственно 0212 и 1000. Сложение нумерованных ДВ приводит к вектору 1212, первая (вторая) половина элементов которого образует первую (вторую) строку подстановки 12 / 12. Эта подстановка не имеет инверсий, следовательно, знак пары (1,1) положителен.

В случае определения знака пары (3,1) необходимо рассмотреть ДВ 0110 и 1001. Нумерация НУИ приводит к векторам 0220 и 1001. В результате сложения нумерованных ДВ имеем вектор 1221 и соответствующую подстановку 12 / 21. Эта подстановка содержит одну инверсию, то есть является нечетной, следовательно, знак пары (3,1) отрицателен. Аналогично определяются знаки у пар (2,2) и (2,3).

Формируя объединенный ДВ, необходимо помнить, что единица в позиции 3 этого ДВ возможна только при равенстве единице содержимого соответствующих позиций в ДВ подсхем 1 и 2. Отсюда после приведения подобных ДВ получаем множество ДВ подсхемы 6: 1) 101011; 2) 101101; 3) 101110. Кортеж этих ДВ имеет вид: 134134. Соответствующие миноры перечислены ниже:  $\Delta_{61} = \Delta_{11}\Delta_{21}$ ,  $\Delta_{62} = \Delta_{12}\Delta_{22} - \Delta_{13}\Delta_{21}$ ,  $\Delta_{63} = \Delta_{12}\Delta_{23}$ .

Поскольку ДВ у подсхем 1–4 одинаковые, а ДВ подсхемы 6 совпадают с ДВ подсхемы 1, то объединение подсхем 6 и 3, 7 и 4 можно выполнить без проведения соответствующих выкладок. Выражения для миноров подсхемы 7 образуются из выражений для миноров подсхемы 6 формальной заменой первых цифр 6, 1 и 2 после  $\Delta$  на цифры 7, 6 и 3. Получение выражений для миноров подсхемы 8 выполняется путем замены указанных цифр на 8, 7 и 4 соответственно.

При установлении совместности ДВ подсхем 8 и 5 рассматриваются позиции, соответствующие их общим узлам 5 и 6. Интересующие фрагменты ДВ подсхемы 8 и ДВ подсхемы 5 имеют вид соответственно:

	5656		5656
1	0111		1 1001
2	0101	и	2 1010 .
3	0110		

Как видно, совместными являются три пары ДВ: (1,1), (2,2) и (3,1). Далее поступаем аналогично объединению подсхем 1 и 2. Отсюда получают ДВ подсхемы 9: 1) 1001; 2) 1010. Кorteж этих ДВ имеет вид: 1616. Соответствующие миноры перечислены ниже:

$$\Delta_{91} = \Delta_{81}\Delta_{51}, \quad \Delta_{92} = \Delta_{82}\Delta_{52} - \Delta_{83}\Delta_{51}.$$

Используя формулы (2.3.1) и (2.3.2) при переходе от миноров первой подсхемы к минорам второй, третьей и четвертой подсхем, получаем последовательность выражений (ПВ) для анализа и объединения подсхем полосового фильтра, которая представлена ниже:

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= -G_1G_5pC_2 (G_2 + G_4 + G_8), \\ \Delta_{12} &= (G_1 + G_3) [ (G_6 + pC_1)G_4pC_2 + G_5G_7G_8 ], \\ \Delta_{13} &= G_2G_5pC_2 (G_1 + G_3), \\ \Delta_{21} &= -G_9G_{13}pC_4 (G_{10} + G_{12} + G_{16}), \\ \Delta_{22} &= (G_9 + G_{11}) [ (G_{14} + pC_3)G_{12}pC_2 + G_{13}G_{15}G_{16} ], \\ \Delta_{23} &= G_{10}G_{13}pC_4 (G_9 + G_{11}), \\ \Delta_{31} &= -G_{17}G_{21}pC_6 (G_{18} + G_{20} + G_{24}), \\ \Delta_{32} &= (G_{17} + G_{19}) [ (G_{22} + pC_5)G_{20}pC_6 + G_{21}G_{23}G_{24} ], \\ \Delta_{33} &= G_{18}G_{21}pC_6 (G_{17} + G_{19}), \\ \Delta_{41} &= -G_{25}G_{29}pC_8 (G_{26} + G_{28} + G_{32}), \\ \Delta_{42} &= (G_{25} + G_{27}) [ (G_{30} + pC_7)G_{28}pC_8 + G_{29}G_{31}G_{32} ], \\ \Delta_{43} &= G_{26}G_{29}pC_8 (G_{25} + G_{27}), \\ \Delta_{51} &= G_{33} (G_{34} + G_{36}), \quad \Delta_{52} = G_{36} (G_{33} + G_{35}), \\ \Delta_{61} &= \Delta_{11}\Delta_{21}, \quad \Delta_{62} = \Delta_{12}\Delta_{22} - \Delta_{13}\Delta_{21}, \quad \Delta_{63} = \Delta_{12}\Delta_{23}, \\ \Delta_{71} &= \Delta_{61}\Delta_{31}, \quad \Delta_{72} = \Delta_{62}\Delta_{32} - \Delta_{63}\Delta_{31}, \quad \Delta_{73} = \Delta_{62}\Delta_{33}, \\ \Delta_{81} &= \Delta_{71}\Delta_{41}, \quad \Delta_{82} = \Delta_{72}\Delta_{42} - \Delta_{73}\Delta_{41}, \quad \Delta_{83} = \Delta_{72}\Delta_{43}, \\ \Delta_{91} &= \Delta_{81}\Delta_{51}, \quad \Delta_{92} = \Delta_{82}\Delta_{52} - \Delta_{83}\Delta_{51}, \\ H &= \Delta_{91} / \Delta_{92}. \end{aligned}$$

Здесь  $H = \Delta N / \Delta D$  – искомая передаточная ССФ по напряжению.

Таким образом, топологический метод миноров подсхем (метод ДВ) в виде восходящего иерархического анализа предусматривает деление схемы

на некоторое количество подсхем и формирование выражений миноров для каждой из них. Те миноры, которые необходимы для ее задания в виде «черного ящика» относительно внешних узлов, используются в дальнейшем в выражениях более высокого уровня, отображающих объединение подсхем (см. рис. 2.3.5). На заключительном первом уровне объединение подсхем приводит к получению выражений, являющихся минорами исходной схемы. Представление ССФ в виде последовательности выражений обеспечивает многократное уменьшение вычислительной сложности [64].

Таким образом, методы схемных миноров (адьюнкт) позволяют преодолеть существующие ограничения на тип линейных элементов, число внешних узлов подсхем и предельную сложность анализируемых схем. Сомножители диакоптических формул не содержат дубликаций, поскольку являются минорами некоторой подсхемы и находятся как определители производных схем, образованных в результате подсоединения НУИ к внешним узлам этой подсхемы. Исключение дубликаций на уровне слагаемых диакоптических формул достигается использованием безызбыточных формул на основе схемных миноров. Обсуждаемый ниже обобщенный метод выделения параметров позволяет упростить разложение определителей схем и подсхем путем использования схемно-алгебраических формул-шаблонов для выделения типовых многополюсных элементов и подсхем. Такие шаблоны формируются один раз и применяются многократно, что значительно сокращает объем необходимых выкладок и время, затрачиваемое на анализ электрических цепей.

## 2.4. МЕТОД ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

### 2.4.1. ПОНЯТИЕ ОБ ОПРЕДЕЛИТЕЛЕ ПРИНЦИПАЛЬНОЙ СХЕМЫ

Решение задачи символьного анализа состоит в переходе от исходной электронной цепи к алгебраической формуле – символьной схемной функции (ССФ) в комплексной или операторной форме. Известные методы анализа цепей с многополюсными электрокомпонентами (транзисторами, усилителями и др.) используют для этого дополнительные рабочие модели многополюсников, например, графы входов [77], сигнальные [2] и ориентированные (унисторные) графы [23], символьные матрицы [51], структурные числа [3], схемы замещения с управляемыми источниками (УИ) и цепи контуров передачи этих схем [93], а также непосредственно схемы замещения с УИ [62]. Дополнительный математический и схемный

аппарат усложняет процесс формирования ССФ, создаёт трудности при освоении метода, добавляет затраты на взаимное преобразование математических и схемных объектов. В связи с этим предлагается исключить из процесса построения ССФ любые дополнительные модели многополюсников, в том числе схемы замещения с УИ, а использовать для этого только исходную (принципиальную) схему и алгебраические операции с параметрами её элементов.

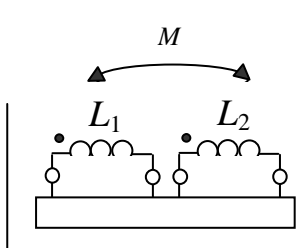
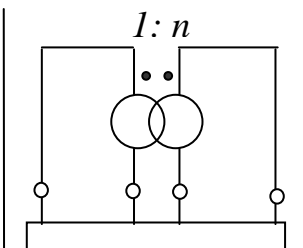
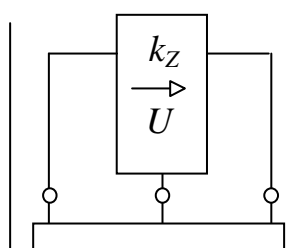
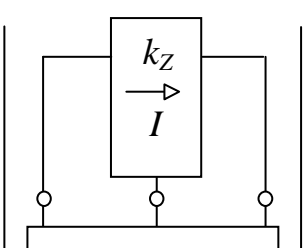
Для реализации обсуждаемого подхода введем понятие определителя принципиальной схемы электронной цепи, алгебраически тождественного известному понятию определителя соответствующей схемы замещения [36]. Различие между указанными определителями состоит в методах их формирования, в структуре получаемых функций и количестве схемно-алгебраических операций, необходимых для их получения. Так, для построения определителей схем замещения используются формулы выделения параметров двухполюсных элементов и управляемых источников [62].

#### 2.4.2. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

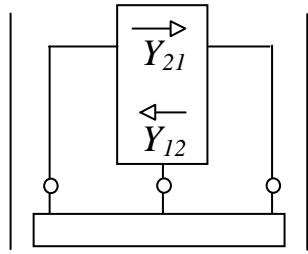
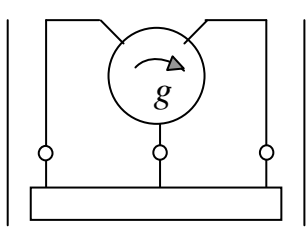
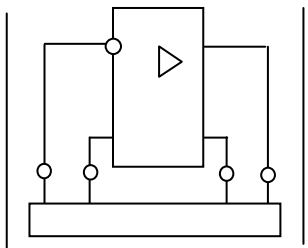
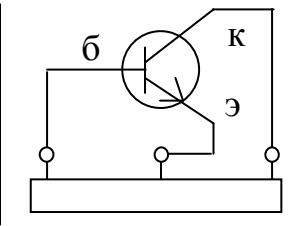
Для формирования определителей принципиальных схем электронных цепей предлагается применять помещенные в табл. 2.4.1 схемно-алгебраические формулы выделения параметров многополюсников (сокращенно – САФ или САФ многополюсников) и представленные в табл. 2.4.2 и 2.4.3 определители так называемых элементарных схем многополюсников – схем, содержащих один многополюсник, полюсы которого в различной комбинации разомкнуты, замкнуты или соединены между собой через резисторы, генератор и приемник неудаляемого управляемого источника.

В табл. 2.4.1 сведены САФ наиболее распространенных многополюсников, таких как взаимноиндуктивности, идеальные трансформаторы, операционные усилители, биполярные, полевые и составные транзисторы, конверторы и инверторы сопротивлений, гираторы, длинные (передающие) линии. Эти САФ получены с помощью схем замещения соответствующих многополюсников, состоящих из двухполюсных ветвей и УИ. Аналогичные САФ могут быть получены для других многополюсников и подсхем, а также для тех же многополюсных элементов из табл. 2.4.1, но с другим набором параметров. Следует отметить, что в табл. 2.4.1 каждая операция схемного определителя обозначена двумя вертикальными чертами.

Таблица 2.4.1. Схемно-алгебраические формулы для выделения параметров многополюсных элементов

№	Исходное схемно-алгебраическое выражение	Эквивалентное схемно-алгебраическое выражение
1	2	3
1		<p style="text-align: center;">Взаимоиндуктивность</p> $p^2 (L_1 L_2 - M^2) \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  +$ $+ pM \left( \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleleft \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleleft \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  \right) +$ $+ pL_1 \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  +$ $+ pL_2 \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  +$
2		<p style="text-align: center;">Идеальный трансформатор</p> $n^2 \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  + n \left( \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleleft \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  + \right.$ $\left. + \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  \right) + \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $
3		<p style="text-align: center;">Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием напряжения</p> $(k_Z - 1) \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleleft \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  + k_Z \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $
4		<p style="text-align: center;">Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием тока</p> $(1 - k_Z) \left  \begin{array}{c} \circ \quad \blacktriangleright \quad \circ \quad \circ \quad \blacktriangleleft \quad \circ \\ \hline \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \circ \quad \circ \quad \circ \quad \circ \\ \hline \end{array} \right $

Продолжение табл. 2.4.1

1	2	3
5	Идеальный инвертор сопротивления	
		$Y_{12}Y_{21} \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + Y_{21} \left  \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  +$ $+ Y_{12} \left  \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $
6	Идеальный гиратор	
		$g^2 \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ g \left( \left  \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \right)$
7	Операционный усилитель с коэффициентом усиления $K_{oy}$ и выходной проводимостью $Y_{вых}$	
		$K_{oy}Y_{вых} \left  \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  +$ $+ Y_{вых} \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $
8	Низкочастотный биполярный транзистор с $h$ -параметрами	
		$(h_{11э}h_{22э} - h_{12э}h_{21э}) \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  +$ $+ h_{12э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + h_{21э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  +$ $+ h_{11э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + h_{22э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $ $+ \left  \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right $

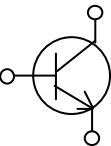
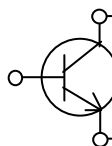
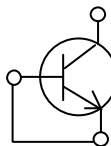
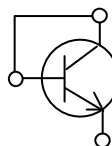
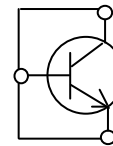
Окончание табл. 2.4.1

1	2	3
9		<p style="text-align: center;"><b>БТИЗ с Y-параметрами</b></p> $  \begin{aligned}  & (Y_{11э}Y_{22э} - Y_{12э}Y_{21э}) \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \\  & + Y_{12э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + Y_{21э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \\  & + Y_{11э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + Y_{22э} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \\  & + \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right   \end{aligned}  $
10		<p style="text-align: center;"><b>Полевой транзистор с Z-параметрами</b></p> $  \begin{aligned}  & (Z_{11и}Z_{22и} - Z_{12и}Z_{21и}) \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \\  & + Z_{12и} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + Z_{21и} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \\  & + Z_{11и} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + Z_{22и} \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \\  & + \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right   \end{aligned}  $
11		<p style="text-align: center;"><b>Длинная (передающая) линия</b></p> $  \begin{aligned}  & Z_B \operatorname{ch}(\gamma l) \left\{ \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \right\} + \\  & + \operatorname{sh}(\gamma l) \left\{ Z_B^2 \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \right\} + \\  & + Z_B \left\{ \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  + \left  \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right  \right\}  \end{aligned}  $



В табл. 2.4.2 помещены определители элементарных схем биполярного транзистора с  $H$ -параметрами, включенного по схеме с общим эмиттером (ОЭ); в табл. 2.4.3 – определители элементарных схем идеального трансформатора. Значения этих определителей выведены с помощью соответствующих САФ из табл. 2.4.1. Аналогично могут быть получены определители элементарных схем любых других многополюсников.

Таблица 2.4.2. Определители элементарных схем биполярного транзистора (ОЭ) с  $H$ -параметрами

№	1	2	3	4	5
Схема					
$\Delta$	$h_{22э}$	1	$\Delta_{Hэ}$	$\Delta_{Hэ} - h_{12э} + h_{21э} + 1$	$h_{11э}$

Окончание табл. 2.4.2

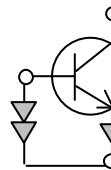
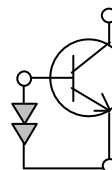
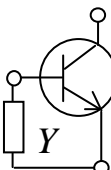
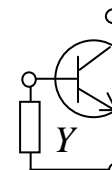
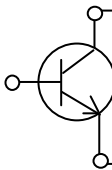
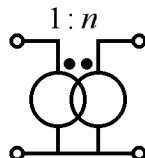
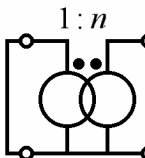
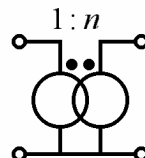
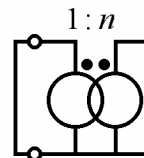
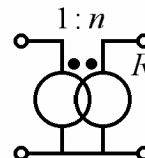
№	6	7	8	9	10
Схема					
$\Delta$	$h_{21э} + 1$	$h_{21э}$	$Y\Delta_{Hэ} + h_{22э}$	$h_{11э} Y + 1$	$h_{22э} + Y$

Таблица 2.4.3. Определители элементарных схем идеального трансформатора

№	1	2	3	4	5
Схема					
$\Delta$		1	$n^2$	0	$n^2$

Окончание табл. 2.4.3

№	6	7	8	9	10
Схема					
$\Delta$	$R$	1	$n^2 R$	$nR_1 + R_2$	$n$

Искомые ССФ – входные и передаточные функции цепей – предлагается формировать по известным схемно-алгебраическим формулам [63], в которых в качестве рабочей модели следует использовать не схему замещения электронной цепи с УИ, как в [63], а непосредственно исходную (принципиальную) схему. Таким образом, схемно-алгебраические формулы для принципиальных схем электронных цепей представляют собой дроби, в числителе которых находится определитель исходной (принципиальной) схемы с включенным в нее НУИ, причем генератор НУИ замещает входной источник напряжения или тока, а приемник НУИ – приемник напряжения или тока.

В знаменателе схемно-алгебраических формул помещен также определитель исходной (принципиальной) схемы, в которой стянуты (удалены) генератор напряжения (тока) и приемник тока (напряжения). Преобразование числителя и знаменателя схемно-алгебраических формул в искомые алгебраические выражения предлагается выполнять путем последовательного применения САФ выделения многополюсников и формул для определителей элементарных схем многополюсников.

Преимущество использования метода САФ многополюсников по сравнению с методом выделения отдельных сопротивлений, проводимостей и параметров УИ состоит в экономии алгебраических операций, поскольку один раз полученная формула для данного многополюсника используется затем многократно. Кроме этого сокращается количество операций, необходимых для учета многополюсника, так как в САФ сгруппированы подобные члены. Последнее обстоятельство приводит к более компактным ССФ.

### 2.4.3. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФОРМУЛ

Вывод САФ, приведенных в табл. 2.4.1, осуществляется с помощью формул выделения параметров сопротивления, проводимости и управляемых источников (1.3.1), (1.3.2) и (1.3.9). Рассмотрим формирование САФ (табл. 2.4.1) названных выше многополюсников.

Предварительно отметим, что прямоугольником в таблицах и на рисунках обозначена произвольная линейная электронная цепь, не содержащая непосредственно независимых источников энергии (неавтономный многополюсник). В п. 1 табл. 2.4.1 представлена САФ взаимной индуктивности. Четырехполюсник, содержащий две взаимосвязанные катушки индуктивности, обладает тремя параметрами: сопротивлениями катушек индуктивности  $pL_1$ ,  $pL_2$  и сопротивлением взаимной индукции  $pM$ , где  $p = j\omega$  – комплексный оператор;  $j$  – мнимая единица;  $\omega$  – циклическая частота;  $L_1$ ,  $L_2$  – коэффициенты самоиндукции первой и второй катушек индуктивности соответственно;  $M$  – коэффициент взаимной индукции. Переходим от исходной схемы с взаимной индуктивностью (п. 1 в табл. 2.4.1) к схеме замещения [69], содержащей источники напряжения, управляемые током (рис. 2.4.1,а). ЭДС источников взаимной индукции  $\underline{E}_1 = pM\underline{I}_2$  и  $\underline{E}_2 = pM\underline{I}_1$ , где  $\underline{I}_1$ ,  $\underline{I}_2$  – комплексные действующие значения токов первой и второй катушек индуктивности соответственно. Здесь и далее комплексные действующие значения ЭДС, токов и напряжений обозначаем соответствующими символами с подчёркиванием. С помощью формул (1.3.9) и (1.3.1) выделим последовательно параметр  $pM$  управляемых источников и сопротивления  $pL_1$  и  $pL_2$ . После группирования слагаемых получим САФ, представленную в п. 1 табл. 2.4.1. Если взаимная индуктивность состоит из трёх и более связанных катушек, то формирование САФ выполняется путём поочередного выделения параметров взаимной индукции каждой пары взаимосвязанных катушек.

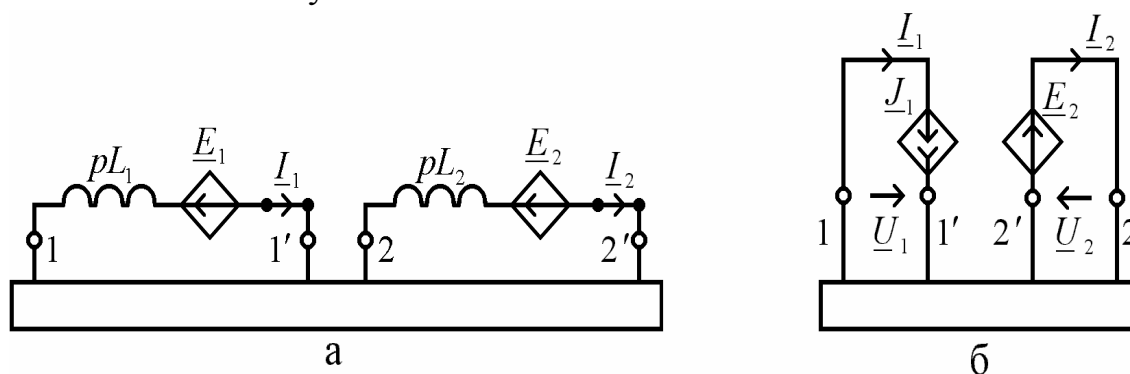


Рис. 2.4.1. Схемы замещения взаимной индуктивности и идеального трансформатора

Следует отметить, что формула, аналогичная САФ взаимной индуктивности в п. 1 табл. 2.4.1, получена в [93]. Однако формула из [93] содержит трудоемкие операции перечисления цепей контуров передачи схем замещения. Последние операции делают применение этой формулы сложным в освоении и недостаточно эффективным при анализе схем с несколькими УИ. Искомую ССФ получают путем

последовательного применения САФ и определителей элементарных схем различных многополюсников.

Идеальный двухобмоточный трансформатор изображен в п. 2 табл. 2.4.1 (жирными точками на схеме помечены одноименные зажимы). Представим его схемой замещения [69] на рис. 2.4.1,б, где  $\underline{I}_1 = n\underline{I}_2$  и  $\underline{E}_2 = n\underline{U}_1$  ( $n$  – коэффициент трансформации). Запишем определитель данной схемы. Для этого применим формулу (1.3.9) дважды, в результате получим САФ, представленную в п. 2 табл. 2.4.1. Если трансформатор имеет более двух обмоток, то САФ формируется соответствующим числом обращений к формуле (1.3.9).

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием напряжения (КСПН) [69] характеризуется коэффициентом конверсии  $K_z$  (п. 3 в табл.2.4.1). Если к вторичным зажимам конвертора подключить нагрузку с сопротивлением  $Z_n$ , то входное сопротивление данной схемы

$$Z_{\text{вх}} = K_z Z_n. \quad (2.4.1)$$

Представим КСПН схемой замещения на рис. 2.4.2,а [69], где коэффициент источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН),  $K = 1 - 1/K_z$ . Выделим по формуле (1.3.9) параметр  $K$ . Умножим полученное выражение на  $K_z$  с целью исключения дробных выражений в числителе и знаменателе ССФ. Это и есть окончательная САФ КСПН, занесём её в п. 3 табл. 2.4.1. Выполненная операция умножения не нарушает эквивалентности ССФ, поскольку при этом умножаются на  $K_z$  и числитель, и знаменатель искомой функции. Отметим, что в частном случае при  $K_z = -1$  получим САФ конвертора инверсии напряжения с отрицательным полным сопротивлением [69].

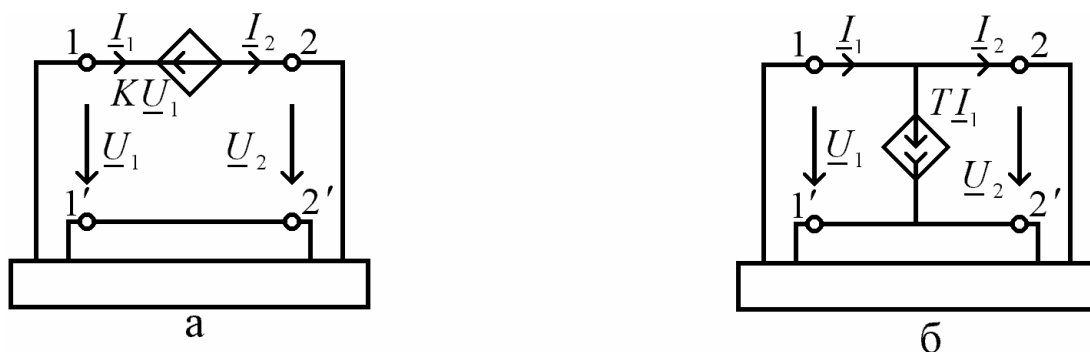


Рис. 2.4.2. Схемы замещения конверторов сопротивления

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием тока (КСПТ) [69] изображен в п. 4. табл. 2.4.1 и характеризуется, как КСПН, коэффициентом конверсии  $K_z$ . Формула преобразования сопротивления с помощью КСПТ повторяет (2.4.1). Для вывода САФ воспользуемся схемой

замещения на рис. 2.4.2,б. Параметр источника тока, управляемого током,  $T = 1 - K_z$ .

После выделения параметра  $T$  по формуле (1.3.9) получим САФ, представленную в п. 4 табл. 2.4.1. В частном случае при  $K_z = -1$  имеем САФ конвертора инверсии тока с отрицательным сопротивлением [69].

Идеальный инвертор сопротивления [28] изображен в п. 5 табл. 2.4.1. Входное сопротивление инвертора, нагруженного на сопротивление  $Z_H$ ,

$$Z_{ex} = \frac{K_{iz}}{Z_H},$$

где  $K_{iz}$  – коэффициент инверсии. Представим инвертор сопротивления схемой замещения на рис. 2.4.3,а, где токи источников, управляемых напряжением (ИТУН),  $\underline{J}_1 = Y_{12}\underline{U}_2$  и  $\underline{J}_2 = Y_{21}\underline{U}_1$ . Проводимости передачи  $Y_{12}$ ,  $Y_{21}$  удовлетворяют условию

$$K_{iz} = \frac{1}{Y_{12}Y_{21}}.$$

Искомую САФ (п. 5 табл. 2.4.1) получим путем выделения  $Y_{12}$  и  $Y_{21}$  по формуле (1.3.9).

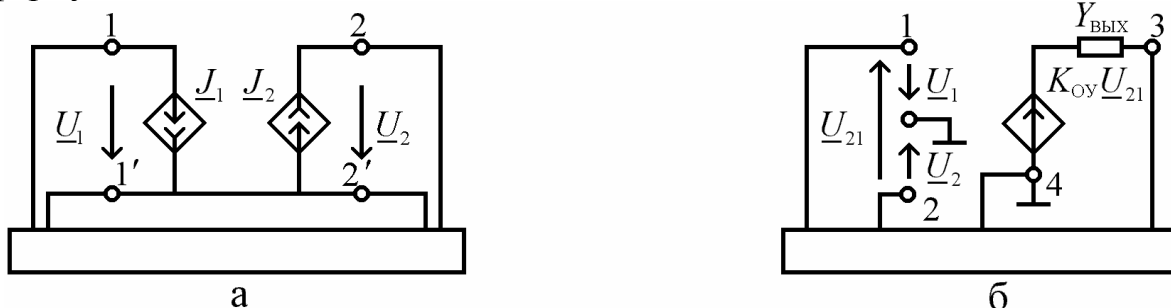


Рис. 2.4.3. Схемы замещения идеального инвертора сопротивления и операционного усилителя

Аналогично может быть выведена САФ идеального гиратора (п. 6 табл. 2.4.1). Для этого достаточно принять в схеме замещения инвертора на рис. 2.4.3,а передаточные проводимости УИ  $Y_{12}=Y_{21}=g$  [48], где  $g$  – проводимость (действительное число) гирации. Окончательное выражение САФ гиратора дано в п. 6 табл. 2.4.1.

Рассмотрим теперь класс схем, содержащих наиболее распространенный тип операционного усилителя (ОУ) – ОУ с дифференциальным входом и одиночным выходом [42]. Исходная схема с ОУ представлена в п. 7 табл. 2.4.1. Выведем САФ для случая, когда параметрами ОУ являются коэффициент усиления  $K_{ОУ}$  и выходная проводимость  $Y_{ВЫХ}$ , а входные проводимости бесконечно малы.

Соответствующая схема замещения изображена на рис. 2.4.3,б, где 1 – инвертирующий вход; 2 – неинвертирующий вход; 3 – выход; 4 – общий зажим. Вывод САФ осуществляется в два этапа: сначала по формуле (1.3.9) выделяется параметр  $K_{Oy}$ , затем по формуле (1.3.2) – проводимость  $Y_{\text{вых}}$ . Окончательная САФ дана в п. 7 табл. 2.4.1.

Низкочастотные биполярные транзисторы характеризуются в малосигнальном линейном режиме  $H$ -параметрами [2], которые часто приводятся в справочниках. Схема замещения транзистора, включенного с общим эмиттером (п. 8 табл. 2.4.1), представлена на рис. 2.4.4,а, где ЭДС ИНУН  $E_1 = h_{12э} U_2$ , функция источника тока, управляемого током (ИТУТ),  $J_2 = h_{21э} I_1$ . Здесь и далее буквенный индекс у символа параметра транзистора обозначает сокращенно его схему включения, например, индекс «э» – схему с общим эмиттером. На схемах этими же буквами «э», «б», «к» обозначены электроды биполярного транзистора – база, эмиттер, коллектор. Последовательное выделение параметров ИНУН  $h_{12э}$  и ИТУТ  $h_{21э}$  по формуле (1.3.9), сопротивления  $h_{11э}$  и проводимости  $h_{22э}$  по (1.3.1) и (1.3.2) соответственно с последующей группировкой слагаемых позволяет получить САФ биполярного транзистора, которая приведена в п. 8 табл. 2.4.1. Нередко используются частные случаи модели, когда некоторые параметры равны нулю, например  $h_{12э}$  и  $h_{22э}$  [2], в этом случае САФ упрощается – отсутствуют соответствующие слагаемые.

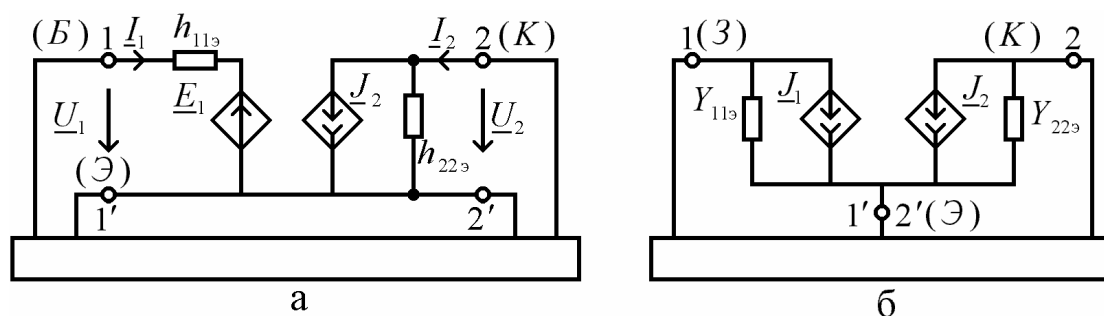


Рис. 2.4.4. Схемы замещения транзисторов с  $H$ - и  $Y$ -параметрами

Другой распространённой моделью для описания свойств различных транзисторов является схема с  $Y$ -параметрами [48]. Эти параметры применяются для моделирования биполярных, полевых и составных транзисторов. Нахождение  $Y$ -параметров составных транзисторов по известным параметрам или схемам замещения отдельных транзисторов производится методом сложения неопределённых  $Y$ -матриц [51]. Аналогично могут моделироваться биполярные транзисторы с изолированным затвором (БТИЗ) и статические индукционные транзисторы. Для примера рассмотрим БТИЗ, включённый по схеме с общим эмиттером (п. 9 табл. 2.4.1). Схема замещения транзистора

приведена на рис. 2.4.4,б, где  $\underline{J}_1 = Y_{12э}\underline{U}_2$  и  $\underline{J}_2 = Y_{21э}\underline{U}_1$  – источники тока, управляемые напряжением (ИТУН). Электроды БТИЗ – затвор, эмиттер, коллектор – обозначены первыми буквами их названий. Применение формул (1.3.9) и (1.3.2) для выделения параметров ИТУН  $Y_{12э}$ ,  $Y_{21э}$  и проводимостей  $Y_{11э}$ ,  $Y_{22э}$  с последующей группировкой слагаемых приводит к САФ в п. 9 табл. 2.4.1.

Для моделирования транзисторов используются также Z-параметры [48]. Для примера рассмотрим полевой транзистор, включенный по схеме с общим истоком (п.10 табл. 2.4.1). Схема замещения транзистора представлена на рис. 2.4.5,а. Электроды полевого транзистора – затвор, исток, сток – обозначены первыми буквами их названий. Вывод искомой САФ осуществляется путём поочерёдного применения формул (1.3.9) и (1.3.1). Окончательное выражение САФ приведено в п. 10 табл. 2.4.1.

До сих пор нами формировались САФ многополюсников с сосредоточенными параметрами. Рассмотрим теперь цепи, содержащие длинные (передающие) линии [48]. Исходная схема, содержащая длинную линию, дана в п. 11 табл. 2.4.1. Длинная линия (ДЛ) характеризуется волновым сопротивлением  $Z_B$ , коэффициентом распространения  $\gamma$  и длиной  $l$ . Выделение указанных параметров будем проводить на основе матрицы [48]

$$A = \begin{pmatrix} ch(\gamma l) & Z_B sh(\gamma l) \\ \frac{sh(\gamma l)}{Z_B} & ch(\gamma l) \end{pmatrix}. \quad (2.4.2)$$

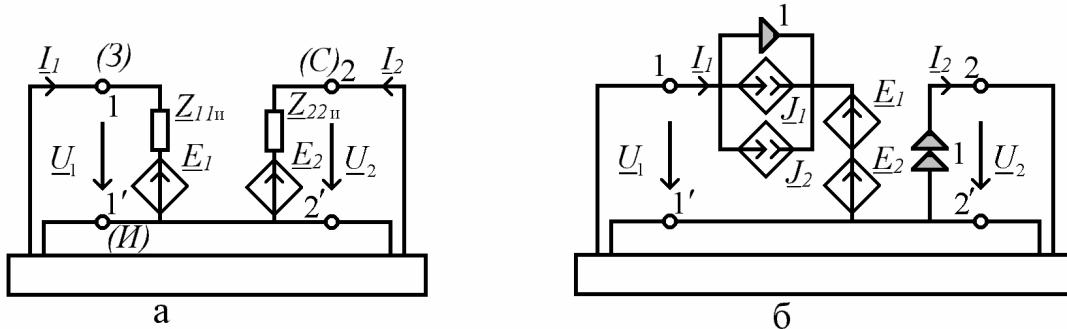


Рис. 2.4.5. Схемы замещения транзистора с Z-параметрами (а) и длинной линии (б)

Рассмотрим показанную на рис. 2.4.5,б схему замещения ДЛ относительно её внешних зажимов. Эта схема содержит НУИ, ветвям которого присвоен номер 1. Токи УИ

$$\underline{J}_1 = sh(\gamma l) \cdot \underline{U}_2 / Z_B \quad \text{и} \quad \underline{J}_2 = ch(\gamma l) \cdot \underline{I}_2,$$

ЭДС УИ

$$\underline{E}_1 = ch(\gamma l) \cdot \underline{U}_2 \quad \text{и} \quad \underline{E}_2 = Z_B sh(\gamma l) \cdot \underline{I}_2.$$

Убедиться в правильности схемы на рис. 2.4.5,б можно путём построения для неё матрицы  $A$ -параметров, которая совпадает с (2.4.2). Искомая САФ ДЛ получается путём четырехкратного применения (1.3.9) по отношению к определителю схемы на рис. 2.4.5,б, а также правил перенумерации ГНУИ и ПНУИ, операций выделения последовательного и параллельного соединения одноименных ГНУИ и ПНУИ [37]. Окончательная САФ ДЛ (п. 11 табл. 2.4.1) получена путем умножения выражения на  $Z_B$  с целью исключения дробей в числителе и знаменателе ССФ.

#### 2.4.4. ОПРЕДЕЛИТЕЛИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ СХЕМ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Последовательное применение предлагаемых САФ многополюсников (табл. 2.4.1), а также при необходимости формул (1.3.1), (1.3.2) выделения параметров двухполюсных элементов к схемным уравнениям ССФ позволяет получить искомую функцию в форме алгебраического выражения. Этот процесс можно ускорить, если использовать заранее полученные табличные выражения определителей часто встречающихся при решении задач элементарных схем многополюсников (табл. 2.4.2 и 2.4.3). Определители элементарных схем многополюсников очень просты, быстро запоминаются и существенно экономят время анализа цепи.

Рассмотрим определители элементарных схем двух наиболее характерных многополюсников – биполярного транзистора с общим эмиттером, представленного  $H$ -параметрами, и идеального трансформатора. Для формирования определителя биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами (п.1 табл. 2.4.2) обратимся к табл. 2.4.1. Согласно п.8 табл. 2.4.1 САФ биполярного транзистора содержит 6 слагаемых. В данном случае пять слагаемых будут нулевыми. Очевидно, первое, третье и шестое слагаемые равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы [62]. Второе и четвертое слагаемые равны нулю в связи с тем, что в них под знаком определителя находятся схемы, в которых ГНУИ (ПНУИ) разомкнут. В результате определитель биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами эквивалентен пятому слагаемому, значение которого равно  $h_{22\ominus}$  (схемный определитель одиночного узла равен 1) [62]. Определители других элементарных схем биполярного транзистора найдены аналогично и размещены в табл. 2.4.2, где  $\Delta_{H\ominus} = h_{11\ominus} h_{22\ominus} - h_{12\ominus} h_{21\ominus}$  – определитель матрицы  $H$ -параметров [48].

Представим теперь в табл. 2.4.3 определители элементарных схем идеального трансформатора (ИТ). Найдём для примера определитель ИТ, у которого все полюсы разомкнуты (п.1 табл. 2.4.3). Для этого будем использовать САФ ИТ в п.2 табл. 2.4.1. Очевидно, первое и четвёртое слагаемые указанной САФ равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы. Второе и третье



слагаемые также равны нулю, так как в схемах под знаком определителя имеются разомкнутые ГНУИ и ПНУИ. Таким образом, определитель ИТ с разомкнутыми полюсами равен нулю (п.1 табл. 2.4.3). Определители других элементарных схем ИТ найдены аналогичным образом и помещены в табл. 2.4.3.

Ускоряющими процесс формирования ССФ являются так же таблицы постоянно встречающихся частных вариантов САФ многополюсников. К ним относятся САФ многополюсников с подключенными НУИ. Такие схемы имеют место при нахождении символьных выражений числителя. Рассмотрим САФ идеального трансформатора. Пусть НУИ подсоединён к схеме так, как показано в п.1 табл. 2.4.4. Для упрощения выражения используем САФ ИТ из п.2 табл. 2.4.1. В данном случае три из четырёх слагаемых САФ равны нулю. Первое слагаемое равно нулю, поскольку в схеме имеется разомкнутый ПНУИ. Второе и четвёртое слагаемые являются нулевыми, так как в схемах содержатся контура из ПНУИ [62]. В третьем ненулевом слагаемом перенумеруем ПНУИ и исключим последовательное согласное соединение генератора и приёмника одноимённого НУИ. Полученное выражение – это окончательная САФ ИТ, которую запишем в п.1 табл. 2.4.4. Остальные широко распространённые частные варианты САФ ИТ получены аналогично и представлены в п.2–4 табл. 2.4.4.

Таблица 2.4.4. Частные варианты САФ идеального трансформатора

№	Исходное выражение	САФ ИТ
1		
2		
3		
4		

2.4.5. АНАЛИЗ ДВУХКАСКАДНОГО ТРАНСФОРМАТОРНОГО УСИЛИТЕЛЯ

В качестве примера проведём с помощью предлагаемого метода символьный анализ двухкаскадного трансформаторного усилителя [2], изображенного на рис. 2.4.6. Для этой схемы известны значения проводимостей  $Y_4, Y_5$  и сопротивлений  $R_6, R_7$ . Транзисторы  $V_1, V_2$  характеризуются  $H$ -параметрами в схеме с ОЭ, причём  $h_{12\varnothing}^{V1} = h_{12\varnothing}^{V2} = 0$ ;  $h_{22\varnothing}^{V1} = h_{22\varnothing}^{V2} = 0$ . Верхний индекс  $H$ -параметров обозначает их принадлежность соответствующему транзистору на рис. 2.4.6. Трансформатор считаем идеальным с коэффициентом трансформации  $n$ . Требуется найти символьное выражение для коэффициента передачи тока  $T = I_7 / J$ .

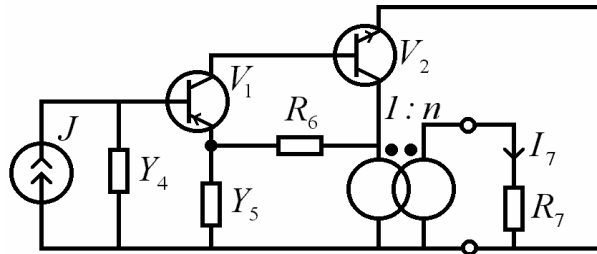


Рис. 2.4.6. Двухкаскадный трансформаторный усилитель

Искомый коэффициент запишем в виде следующего схемно-алгебраического выражения

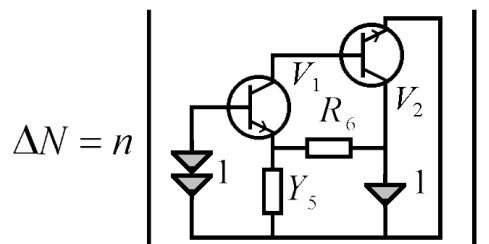
$$T = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source } J \text{ and admittance } Y_4 \text{ replaced by a current source } 1 \text{ pointing right.} \\ \text{The rest of the circuit (transistors } V_1, V_2, \text{ resistors } R_6, R_7, \text{ admittances } Y_5, \text{ and transformer } 1:n \text{) remains the same.} \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with current source } J \text{ and admittance } Y_4 \text{ replaced by a current source } 1 \text{ pointing left.} \\ \text{The rest of the circuit remains the same.} \end{array} \right|}, \quad (2.4.3)$$

где цифрой 1 обозначены генератор и приёмник НУИ. Нумерация последующих НУИ будет осуществляться по порядку.

Необходимо преобразовать схемно-алгебраическое выражение (2.4.3) в алгебраическую форму. Для этого будем использовать САФ биполярного

транзистора (п.8 табл. 2.4.1), в которой первое, четвертое и пятое слагаемые равны нулю в силу равенства нулю параметров  $h_{12э}$  и  $h_{22э}$  [2], определители элементарных схем биполярного транзистора (табл. 2.4.2) и идеального трансформатора (табл. 2.4.3), частные варианты САФ ИТ (табл. 2.4.4), формулы выделения сопротивления (1.3.1) и проводимости (1.3.2). Для преобразования схемно-алгебраических выражений (САВ) применяются также из [62] операции с НУИ (преобразование последовательного и параллельного соединения ГНУИ и ПНУИ, правила перенумерации ГНУИ и ПНУИ), частные случаи выделения сопротивления и проводимости, параллельно (последовательно) которым включены ГНУИ или ПНУИ, условия вырождения схемы: наличие разомкнутых и замкнутых в петлю ГНУИ или ПНУИ, диакоптические формулы для схем, разделимых по одному и двум узлам.

Рассмотрим сначала преобразование числителя (2.4.3). Предварительно удалим проводимость  $Y_4$ , поскольку она включена параллельно ГНУИ, стянем сопротивление  $R_7$ , так как оно соединено последовательно с ПНУИ. Применим теперь частное выражение САФ ИТ (п.1 табл. 2.4.4). В результате получаем



Выделим в  $\Delta N$  транзистор  $V_1$  с помощью САФ в п.8 табл.2.4.1. В указанной формуле будут равны нулю не только первое, четвертое и пятое слагаемые, как было отмечено выше, но и третье слагаемое, поскольку к базе транзистора подсоединен ГНУИ, и он окажется в этом случае разомкнутым. Таким образом, ненулевыми являются второе и шестое слагаемые, а числитель

$$\Delta N = n \left[ h_{21э}^{V1} \left( \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right| \right) \right] \cdot (2.4.4)$$

В первом слагаемом (2.4.4) поменяем номера ГНУИ, при этом перед САВ появляется отрицательный знак, для его компенсации изменим ориентацию у ПНУИ 1, затем исключим последовательное встречное

соединение ГНУИ и ПНУИ с номером 2. Во втором слагаемом (2.4.4) удалим проводимость  $Y_5$ , стянем  $R_6$ , заменим согласное параллельное соединение генератора и приёмника НУИ отрезком проводника. После указанных преобразований

$$\Delta N = n \left[ h_{21\Omega}^{V1} \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1: } V_2 \text{ source, } R_6 \text{ resistor, } Y_5 \text{ conductance, } 1 \text{ current source} \\ \text{Circuit 2: } V_2 \text{ source, } 1 \text{ current source} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3: } V_2 \text{ source, } 1 \text{ current source} \end{array} \right) \right]. \quad (2.4.5)$$

Выделим в первом слагаемом (2.4.5) сопротивление  $R_6$ . Второе слагаемое является определителем элементарной схемы транзистора и равно 1 в соответствии с п.2 табл. 2.4.2. Таким образом,

$$\Delta N = n \left[ h_{21\Omega}^{V1} \left( R_6 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1: } V_2 \text{ source, } R_6 \text{ resistor, } Y_5 \text{ conductance, } 1 \text{ current source} \\ \text{Circuit 2: } V_2 \text{ source, } Y_5 \text{ conductance, } 1 \text{ current source} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3: } V_2 \text{ source, } 1 \text{ current source} \end{array} \right) \right) + 1 \right]. \quad (2.4.6)$$

В первом слагаемом (2.4.6) выделим проводимость  $Y_5$  и запишем определитель элементарной схемы биполярного транзистора из п.7 табл. 2.4.2. Второе слагаемое после удаления проводимости  $Y_5$ , как параллельной ПНУИ, становится определителем элементарной схемы из п.6 табл. 2.4.2. В результате окончательное выражение числителя

$$\Delta N = n[h_{21\Omega}^{V1} (R_6 Y_5 h_{21\Omega}^{V2} + 1) + 1]. \quad (2.4.7)$$

Сформируем теперь алгебраическое выражение знаменателя. Для этого используем соответствующее схемно-алгебраическое выражение (2.4.3). Преобразуем его с помощью формулы нахождения определителя схемы, разделимой по двум узлам  $a$  и  $b$ . В результате

$$\Delta D = \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1: } V_1, V_2 \text{ sources, } Y_4, Y_5, R_6 \text{ components} \\ \text{Circuit 2: } 1:n \text{ transformer, } R_7 \text{ resistor} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3: } V_1, V_2 \text{ sources, } Y_4, Y_5, R_6 \text{ components, nodes } a, b \\ \text{Circuit 4: } 1:n \text{ transformer, } R_7 \text{ resistor} \end{array} \right). \quad (2.4.8)$$





параметров многополюсников ориентирован на построение свернутых выражений, близких к оптимальным выражениям [61], что иллюстрирует пример анализа двухкаскадного транзисторного усилителя [77].

#### 2.4.6. АНАЛИЗ ДВУХКАСКАДНОГО ТРАНЗИСТОРНОГО УСИЛИТЕЛЯ

Схема усилителя представлена на рис. 2.4.7. Биполярные транзисторы  $V_1$ ,  $V_2$  заданы  $Y$ -параметрами для схемы с общей базой. Требуется найти ССФ коэффициента передачи напряжения  $K=U/E$ .

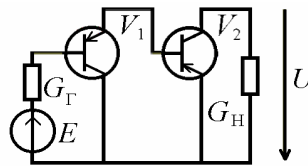


Рис. 2.4.7. Двухкаскадный транзисторный усилитель

Сформируем сначала числитель ССФ. Выражение числителя тождественно определителю исходной схемы, в которой генератор  $E$  заменен на ГНУИ, а приемник напряжения, обозначенный на рис. 2.4.7 стрелкой  $U$ , - приемником НУИ. Таким образом,

$$\Delta N = \left| \begin{array}{c} G_{\Gamma} \quad V_1 \quad V_2 \quad G_{\text{H}} \\ \begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \quad \downarrow \\ 1 \quad a \quad b \quad 1 \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.4.13)$$

Выделим в (2.4.13) проводимость  $G_{\Gamma}$ , соединенную последовательно с ГНУИ, удалим проводимость  $G_{\text{H}}$ , параллельную ПНУИ, так, как это выполнено в (2.4.6). Упростим полученное САВ с помощью формулы нахождения числителя каскадной схемы [93]. В результате получаем

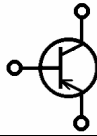
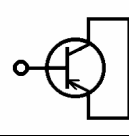
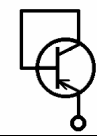
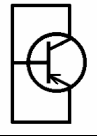
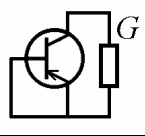
$$\Delta N = G_{\Gamma} \left| \begin{array}{c} V_1 \\ \begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 1 \quad 1 \end{array} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \begin{array}{c} \downarrow \quad \uparrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 2 \end{array} \end{array} \right|. \quad (2.4.14)$$

Вычислим в (2.4.14) определители элементарных схем биполярного транзистора с общей базой (ОБ) в соответствии с п. 6,7 табл. 2.4.5 и запишем окончательное выражение числителя

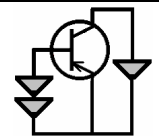
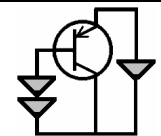

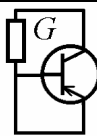
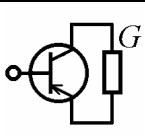
$$\Delta N = G_{\Gamma} (Y_{12Б}^{V1} + Y_{11Б}^{V1}) (Y_{21Б}^{V2} + Y_{22Б}^{V2}). \quad (2.4.15)$$

Упомянутая таблица получена аналогично табл. 2.4.2. В ней определитель  $Y$ -матрицы транзистора  $\Delta Y_{Б} = Y_{11Б} \cdot Y_{22Б} - Y_{12Б} \cdot Y_{21Б}$ , а сумма всех элементов матрицы проводимостей  $\Sigma Y_{Б} = Y_{11Б} + Y_{12Б} + Y_{21Б} + Y_{22Б}$ .

Таблица 2.4.5. Определители  $\Delta$  элементарных схем биполярного транзистора (ОБ) с  $Y$ -параметрами

№	1	2	3	4	5
Схема					
$\Delta$	$\Delta_{YБ}$	$\Sigma Y_{Б}$	$Y_{11Б}$	1	$Y_{22Б} + G$

Окончание табл. 2.4.5

№	6	7	8	9	10
Схема					
$\Delta$	$Y_{21Б} + Y_{22Б}$	$Y_{12Б} + Y_{11Б}$	$G Y_{11Б} + \Delta_{YБ}$	$R Y_{22Б} + 1$	$G \Sigma Y_{Б} + \Delta_{YБ}$

Сформируем теперь знаменатель ССФ. Выражение знаменателя тождественно определителю  $\Delta D$  исходной схемы, в которой стянута источник напряжения  $E$  и удален приемник напряжения  $U$ . Таким образом,

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta D: \text{ A BJT with input at the base and output at the collector. A conductance } G_{\Gamma} \text{ is connected between base and emitter. Two voltage sources } V_1 \text{ and } V_2 \text{ are connected between base-emitter and base-collector respectively. A conductance } G_{Н} \text{ is connected between collector and emitter. Nodes } a \text{ and } b \text{ are marked at the base and emitter respectively.} \end{array} \\ \cdot \end{array} \right. \quad (2.4.16)$$

Преобразуем (2.4.16) с помощью формулы для определителя схемы, разделимой по двум узлам  $a$  и  $b$ . Эта формула использовалась ранее, например, в выражении (2.4.8). После этой операции



$$\Delta D = \left| \begin{array}{c|c} \text{Circuit 1} & \text{Circuit 2} \\ \hline \text{Circuit 3} & \text{Circuit 4} \end{array} \right| \cdot \quad (2.4.17)$$

Учитывая в (2.4.17) определители элементарных схем транзистора из п.5, 8–10 табл. 2.4.5, запишем окончательное выражение знаменателя

$$\Delta D = (G_{\Gamma} + \sum Y_{\text{Б}}^{V1}) (G_{\text{Н}} \sum Y_{\text{Б}}^{V2} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V2}) + (G_{\Gamma} Y_{11\text{Б}}^{V1} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V1}) (G_{\text{Н}} + Y_{22\text{Б}}^{V2}). \quad (2.4.18)$$

Найденные выражения для числителя (2.4.15) и знаменателя (2.4.18) являются максимально компактными – содержат минимальное число операций умножения и сложения. Это обеспечивается за счет использования определителей элементарных схем транзистора.

#### 2.4.7. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПОСТРОЕНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ВЫДЕЛЕНИЯ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Схемно-алгебраические формулы (САФ) содержат как символы (параметры и переменные) и арифметические операции с ними (умножение, сложение, вычитание и деление), так и многополюсники (подсхемы) и операции с ними (схемный определитель, умножение схемного определителя на символ). САФ формируются путем выделения элементов схемы замещения многополюсника, поэтому они не содержат дублирующих пар слагаемых с противоположными знаками.

САФ применяются многократно для различных схем, многополюсников и подсхем. Это дает возможность сэкономить время анализа, а также получить более компактные выражения, поскольку в САФ уже сгруппированы сомножители. Наибольший эффект удастся получить при использовании САФ для многополюсников, содержащих одинаковые элементы, например, в многофазных системах. В этом случае группирование слагаемых приводит к значительному сокращению числа арифметических операций.

Применение САФ дает эффективный способ получения численно-аналитических выражений для искомых схемных функций и откликов цепи, поскольку схемные определители многополюсников, содержащиеся в САФ, могут быть получены численным решением соответствующих уравнений или с помощью известных программ численного анализа. Это экономичнее, чем получение численно-аналитических выражений на основе символьных выражений.

Изложенные достоинства САФ свидетельствуют о необходимости автоматизации их получения. Для этого предлагается программа CIRMUL

(автор *В.В.Филаретов*), которая является модификацией программы CIRSYMW [17] и предназначена для получения схемно-алгебраических выражений схемных определителей и символьных выражений откликов. При этом поддерживаются имена и формат рабочих файлов, а также файла конфигурации программы CIRSYMW.

Параметры всех элементов схемы представляются в символьной форме. В отличие от программы CIRSYMW предусматривается использование в схеме одного многополюсника с числом полюсов от двух до девяти. Это обеспечивается включением оператора  $S$  (*subcircuit* – подсхема). Узлы многополюсника должны быть пронумерованы порядковыми цифрами от двух до девяти. Например, для включения в схему четырехполюсника достаточно привести в конце *cir*-файла строку «S 1 2 3 4». В отличие от программы CIRSYMW программой CIRMUL не проводится бисекция схем и выполняется первоочередное выделение параметров элементов, внешних по отношению к многополюснику. При этом в конце подвыражений оказываются сомножители, начинающиеся с символа  $S$ , которые соответствуют многополюснику с разомкнутыми полюсами (например,  $S1234$ ), замкнутыми некоторыми или всеми его полюсами, а также этому многополюснику с подсоединенными к его полюсам НУИ. Таким образом, получается схемно-алгебраическое выражение, в котором присутствуют цифровые коды многополюсника. Правила перехода от кодов многополюсников к обычным схемно-алгебраическим выражениям иллюстрируются рассмотренными ниже примерами.

Чтобы получать не только схемно-алгебраические выражения определителей, но и схемно-алгебраические выражения откликов, необходимо подключать приемники напряжения или тока к свободным парам полюсов многополюсника, то есть полюсам, не подключенным к другим, внешним по отношению к многополюснику, элементам. Число полюсов многополюсника ограничено девятью из соображений удобства перехода от кодов многополюсника к соответствующим схемным представлениям.

**Выделение всех параметров двух взаимно связанных катушек индуктивности.** Цепь с индуктивной связью и ее схема замещения показаны на рис. 2.4.8.

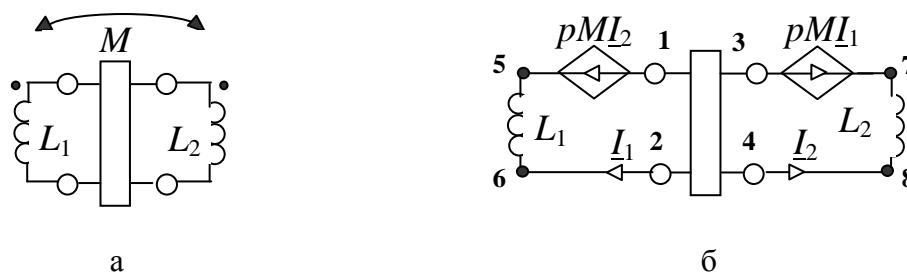


Рис. 2.4.8. Цепь с взаимной индуктивностью (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже (для краткости записи строки cir-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

```
Взаимно связанные катушки L1 5 6 1 L2 7 8 1 H 1 5 4 8 1 H 3 7 2 6 1 S 1 2 3 4
.END
```

Здесь  $H=pM$  – сопротивление взаимной индуктивности. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

```
Z1=s*L1; Z2=s*L2;
detan=
-H*N*S1234+S1234{H[1243]}+S1234{H[3421]}+Z1*(Z2*(S1234)+
S1233)+Z2*(S1134)+S1133;
```

Первое слагаемое выражения  $\detan$  содержит параметр четырехполюсника с разомкнутыми полюсами (все цифры кода различные), а последнее – с замкнутыми полюсами 1 и 2, 3 и 4, поскольку цифры, соответствующие этим полюсам, в коде S1133 попарно одинаковые. Второе слагаемое  $\detan$  соответствует подсоединению к четырехполюснику НУИ с параметром  $H$ , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 4 к узлу 3. Аналогично этому третье слагаемое  $\detan$  соответствует подсоединению к четырехполюснику НУИ с параметром  $H$ , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Коды S1233 и S1134 четырехполюсника соответствуют закорачиванию полюсов 3 и 4, 1 и 2. Запишем выражение  $\detan$  в схемно-алгебраическом виде

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \overleftrightarrow{M} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ L_1 \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ L_2 \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| = (p^2(L_1L_2 - M^2)) \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \\
 & + pM \left( \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| \right) + \\
 & + pL_1 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right| + pL_2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \bullet \\ \text{---} \\ \bullet \end{array} \right|.
 \end{aligned}$$

**Выделение параметра идеального трансформатора.** Цепь с идеальным трансформатором и ее схема замещения показаны на рис. 2.4.9.

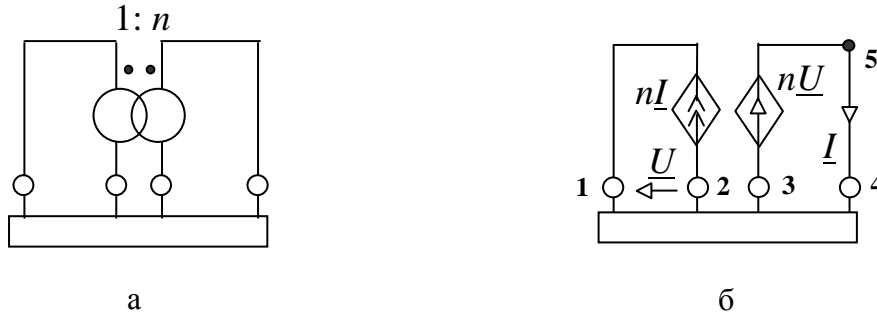


Рис. 2.4.9. Цепь с идеальным трансформатором (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже:

```
Идеальный трансформатор
F 2 1 5 4 1   K 3 5 2 1 1   S 1 2 3 4   .END
```

Здесь  $F=K=n$  – коэффициент трансформации идеального трансформатора. Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

```
detan=
F*K*S1134+S1234{F[2134]}+S1234{K[3421]}+S1233;
```

Первое слагаемое выражения  $detan$  содержит параметр четырехполюсника с замкнутыми полюсами 1 и 2, а последнее – с замкнутыми полюсами 3 и 4. Второе слагаемое  $detan$  соответствует подсоединению к четырехполюснику НУИ с параметром  $F$ , генератор которого направлен от узла 2 к узлу 1, а приемник – от узла 3 к узлу 4. Аналогично этому третье слагаемое  $detan$  соответствует подсоединению к четырехполюснику НУИ с параметром  $H$ , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Запишем выражение  $detan$  в обычном схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} 1:n \\ \text{Ideal Transformer} \end{array} \right| = n^2 \left| \begin{array}{c} \text{Shorted 1-2} \\ \text{Shorted 3-4} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Shorted 1-2} \\ \text{Shorted 3-4} \end{array} \right| + \\ + n \left( \left| \begin{array}{c} \text{Shorted 1-2} \\ \text{Shorted 3-4} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Shorted 1-2} \\ \text{Shorted 3-4} \end{array} \right| \right)$$

**Выделение параметров операционного усилителя.** Цепь с операционным усилителем и ее схема замещения, учитывающая конечные коэффициент усиления  $K$  и выходное сопротивление  $R$  показаны на рис. 2.4.10.



Рис. 2.4.10. Цепь с операционным усилителем (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже (для краткости записи строки `cir`-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

```
Операционный усилитель
K 3 5 2 1 1 R 4 5 1 S 1 2 3 4 .END
```

Здесь  $R=Z$ . Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения.

Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

```
detan=
S1234{K[3421]}+R*(S1234)+S1233;
```

Первое слагаемое `detan` соответствует подсоединению к четырехполюснику НУИ с параметром  $K$ , генератор которого направлен от узла 3 к узлу 4, а приемник – от узла 2 к узлу 1. Второе слагаемое выражения `detan` содержит параметр четырехполюсника с разомкнутыми полюсами, а третье – параметр четырехполюсника с замкнутыми полюсами 3 и 4. Запишем выражение `detan` в обычном схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with op-amp} \\ \hline \end{array} \right| = K \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with current source } KU \\ \hline \end{array} \right| + \\
 + R \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with resistor } R \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit with resistor } R \\ \hline \end{array} \right|.$$

**Выделение параметра гиратора.** Цепь с идеальным гиратором и ее схема замещения показаны на рис. 2.4.11.



Рис. 2.4.11. Цепь с идеальным гиратором (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже:

```
Идеальный гиратор
G 1 2 3 2 1   G 2 3 1 2 1   S 1 2 3   .END
```

Здесь  $G = g$ . Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения. Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

```
detan=
G*G*S111+S123{G[1232]}+S123{G[2312]};
```

Первое слагаемое выражения  $\detan$  содержит параметр трехполюсника с замкнутыми полюсами 1, 2 и 3. Второе слагаемое  $\detan$  соответствует подключению к трехполюснику НУИ с параметром  $G$ , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 3 к узлу 2. Третье слагаемое  $\detan$  соответствует подключению к трехполюснику НУИ с параметром  $G$ , генератор которого направлен от узла 1 к узлу 2, а приемник – от узла 3 к узлу 2. Запишем выражение  $\detan$  в обычном схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{Circuit with gyrator } g \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = g^2 \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 + g \left\{ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \right\}.$$

**Выделение Н-параметров транзистора.** Цепь с низкочастотным биполярным транзистором и ее схема замещения с Н-параметрами показаны на рис. 2.4.12.

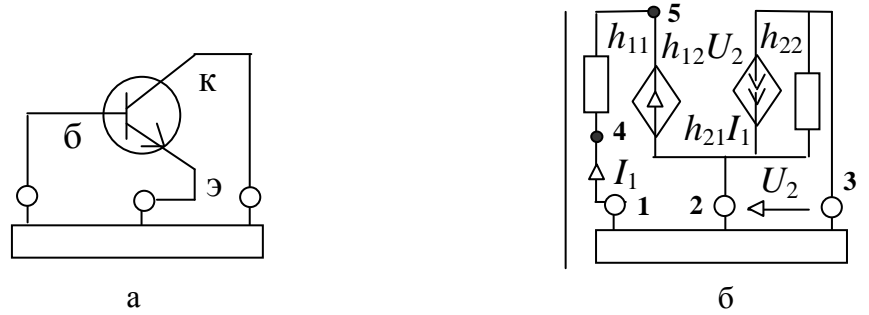


Рис. 2.4.12. Цепь с биполярным транзистором (а) и ее схема замещения (б)

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже:

```

Биполярный транзистор
K12 2 5 3 2 1   F21 3 2 1 4 1   R11 4 5 1   g22 2 3 1   S 1 2 3   .END
    
```

Здесь  $K12 = h_{12}$ ,  $F21 = h_{21}$ ,  $R11 = h_{11}$ ,  $g22 = h_{22}$ . Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения. Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

```

detan=
F21*K12*S122+S123{F21[2312]}+g22*(R11*(S122)+S111);
    
```

Первое слагаемое выражения  $detan$  содержит параметр трехполюсника с замкнутыми полюсами 2 и 3. Второе слагаемое  $detan$  соответствует подсоединению к трехполюснику НУИ с параметром F21, генератор которого направлен от узла 2 к узлу 3, а приемник – от узла 1 к узлу 2. Код S111 соответствует короткому замыканию всех полюсов трехполюсника. Запишем выражение  $detan$  в обычном схемно-алгебраическом виде

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{б} \\ \text{к} \\ \text{э} \end{array} \right| = (h_{11}h_{22} - h_{12}h_{21}) \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 & + h_{12} \left| \begin{array}{c} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \\ \text{---} \end{array} \right| + h_{21} \left| \begin{array}{c} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 & + h_{11} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + h_{22} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|.
 \end{aligned}$$

**Выделение параметров синхронного генератора.** Цепь с синхронным генератором и ее схема замещения показаны на рис. 2.4.13.

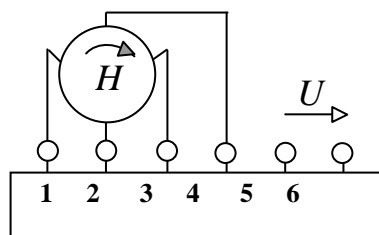


Рис. 2.4.13. Цепь с синхронным генератором

Исходный файл со схемой замещения синхронного генератора для программы CIRMUL приводится ниже (для краткости записи строки сг-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде двух строк):

```
Синхронный генератор (схема замещения Крона-Шакирова [3])
U 5 6 Ea 8 7 1 Eb 14 15 1 Ec 10 11 1 Ra 8 9 1 Rb 14 9 1 Rc 10 9 1
Rn 2 9 1 Hab 7 18 3 16 1 Hbc 15 16 4 12 1 Hca 11 12 1 18 1 S 1 2 3 4 5 6
.END
```

Здесь  $E_a, E_b, E_c$  – ЭДС фаз трехфазного синхронного генератора;  $R_a, R_b, R_c$  – сопротивления соответствующих фаз;  $R_n$  – сопротивление нулевого провода;  $H_{ab}, H_{bc}, H_{ca}$  – ИНУТ для моделирования вращающегося магнитного поля. Приемник с искомым напряжением подключен к свободным полюсам – 5 и 6 шестиполюсника  $S$ , что позволяет находить в схемно-алгебраическом виде, не только схемные определители, но и символьные выражения откликов. Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

$$U =$$

$$(\text{Rb}^*(\text{Rc}^*(\text{S123456}\{\text{Ea}[2165]\})+\text{Rn}^*(\text{S123456}\{\text{Ea}[4165]\}+\text{S123456}\{\text{Ec}[1465]\}))+$$

$$(\text{Ea})^*(\text{S123456}\{\text{Hca}[2456]\})+\text{S123256}\{\text{Ea}[2165]\}+\text{S113456}\{\text{Ec}[1465]\})+\text{Rc}^*$$

$$(\text{Rn}^*(\text{S123456}\{\text{Ea}[3165]\}+\text{S123456}\{\text{Eb}[1365]\})+\text{S122456}\{\text{Ea}[2165]\}+(\text{Eb})^*$$

$$(\text{S123456}\{\text{Hab}[2156]\})+\text{S113456}\{\text{Eb}[1365]\})+\text{Rn}^*(-\text{Hbc}^*(\text{S123456}\{\text{Ea}[3165]\})+$$

$$(\text{Ea})^*(\text{S123456}\{\text{Hca}[3456]\})+\text{S123356}\{\text{Ea}[3165]\}+(\text{Eb})^*$$

$$(\text{S123456}\{\text{Hab}[4156]\})-\text{Hca}^*(\text{S123456}\{\text{Eb}[4365]\})+\text{S123156}\{\text{Eb}[1365]\}-\text{Hab}^*$$

$$(\text{S123456}\{\text{Ec}[1465]\})+(\text{Ec})^*(\text{S123456}\{\text{Hbc}[1356]\})+\text{S121456}\{\text{Ec}[1465]\})+$$



$$\begin{aligned}
& (Ea)^*Hca^*(S123456\{Hbc[2365]\})+S123456\{Ea[2165]Hbc[2342]\}+(Ea)^* \\
& (S122456\{Hca[2456]\})+S122256\{Ea[2165]\}+(Eb)^*(Hab^* \\
& (S123456\{Hca[2465]\})+S123256\{Hab[2156]\})+S123456\{Eb[2365]Hca[2412]\} \\
& +S113156\{Eb[1365]\}+(Ec)^*Hbc^* \\
& (S123456\{Hab[2165]\})+S123456\{Ec[2465]Hab[2132]\}+(Ec)^* \\
& (S113456\{Hbc[1356]\})+S111456\{Ec[1465]\} \\
& ) \\
& / \\
& ( \\
& Rb^*(Rc^*(Rn^*(S123456)+S113456)+Rn^* \\
& (-Hca^*S123456+S123156)+S123456\{Hca[2412]\}+S113156)+Rc^*(Rn^* \\
& (-Hab^*S123456+S121456)+S123456\{Hab[2132]\}+S111456)+Rn^* \\
& (Hbc^*Hab^*S123456+Hca^*Hab^*S123456+S123456\{Hab[4134]\}+Hca^*Hbc^*S123456 \\
& +S123456\{Hca[3413]\}+S123456\{Hbc[1341]\}+S121156)+Hbc^* \\
& (Hab^*Hca^*S123456+S123456\{Hab[2124]\})+Hab^* \\
& (S123456\{Hca[2423]\})+S123256\{Hab[2132]\}+Hca^* \\
& (S123456\{Hbc[2321]\})+S122456\{Hca[2412]\}+S113456\{Hbc[1341]\}+S111156 \\
& );
\end{aligned}$$

Если приемник напряжения не будет указан в cir-файле, то результатом работы программы CIRMUL будет САФ для определителя заданной схемы (со стянутыми в результате нейтрализации источниками напряжения), то есть знаменатель САФ для отклика.

detan=

$$\begin{aligned}
& Rb^*(Rc^*(Rn^*(S123456)+S113456)+Rn^* \\
& (-Hca^*S123456+S123156)+S123456\{Hca[2412]\}+S113156)+Rc^*(Rn^* \\
& (-Hab^*S123456+S121456)+S123456\{Hab[2132]\}+S111456)+Rn^* \\
& (Hbc^*Hab^*S123456+Hca^*Hab^*S123456+S123456\{Hab[4134]\}+Hca^*Hbc^*S123456 \\
& +S123456\{Hca[3413]\}+S123456\{Hbc[1341]\}+S121156)+Hbc^* \\
& (Hab^*Hca^*S123456+S123456\{Hab[2124]\})+Hab^* \\
& (S123456\{Hca[2423]\})+S123256\{Hab[2132]\}+Hca^* \\
& (S123456\{Hbc[2321]\})+S122456\{Hca[2412]\}+S113456\{Hbc[1341]\}+S111156;
\end{aligned}$$

Таким образом, с помощью программы CIRMUL могут быть получены САФ для произвольных линейных многополюсников и подсхем.

Автоматизированную свертку САФ, учитывающую повторяющиеся параметры многополюсника, можно выполнить, например, используя математическую систему *Maple* [24].

## 2.5. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЦЕПНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

Цепные (А и В) параметры проходных четырехполюсников нашли широкое применение при анализе фильтров, трансформаторов, длинных линий, усилителей и других устройств, использующих каскадное соединение составных частей [48]. Поскольку в настоящее время все чаще используются аналитические методы исследования цепей [9], то представляет интерес определение цепных параметров в символьной форме.

Рассмотрим с этой целью МСО, позволяющий путем эквивалентных преобразований исходных САВ получить символьные выражения для шести известных схемных функций – это входное сопротивление и проводимость, передаточные сопротивление и проводимость, коэффициенты передачи напряжения и тока.

Однако использовать непосредственно САВ из табл. 1.4.1 для определения цепных параметров четырехполюсника не удается. Убедимся в этом. Запишем сначала уравнение четырехполюсника

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}. \quad (2.5.1)$$

Для определения А-параметров используем обычно применяемый метод холостого хода и короткого замыкания [46]. В этом случае параметр  $\underline{A}_{11}$  находится по формуле

$$\underline{A}_{11} = \underline{U}_1 / \underline{U}_2 \quad (2.5.2)$$

при  $\underline{I}_2 = 0$ , то есть при разомкнутой второй стороне четырехполюсника. Соответствующее САВ (см. табл. 1.4.1) предполагает в соответствии с (2.5.2) подключение ко второй стороне четырехполюсника источника ЭДС  $\underline{E}_2$ , что невозможно. Аналогичные противоречия возникают и при рассмотрении других элементов матриц А и В. В связи с этим представляет интерес задача получения САВ для непосредственного нахождения элементов указанных матриц в символьной форме.

Обсудим ограничения, которые налагаются при определении элемента  $A_{11}$ . Уже было отмечено, что вторая сторона четырехполюсника должна быть разомкнута. К первой стороне может быть подключен источник ЭДС  $\underline{E}_1 = \underline{U}_1$  или источник тока  $\underline{J}_1$ . Результаты расчета должны быть одинаковыми. Исследуем сначала первый вариант схемы, который изображен на рис. 2.5.1,а.



Рис. 2.5.1. Исследование четырехполюсника

Запишем САВ для коэффициента передачи четырехполюсника от первой стороны (от источника) ко второй разомкнутой (на холостом ходу) стороне

$$K_{21}^{1E2x} = \underline{U}_2^{1E2x} / \underline{E}_1 = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.5.3)$$

Верхним индексом у переменных и схемных функций будем отмечать состояние сторон: «х» – холостой ход, «к» – короткое замыкание, «E» – подключение ЭДС, «J» – подключение источника тока. Искомый параметр  $A_{11}$  найдем по формуле (2.5.2) с учетом, что  $\underline{U}_1 = \underline{E}_1$ , а  $\underline{U}_2 = \underline{U}_2^{2x}$ . Используя для этого выражение (2.5.3), получаем

$$A_{11} = \underline{E}_1 / \underline{U}_2^{2x} = 1 / K_{21}^{2x} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.5.4)$$

Рассмотрим второй вариант определения параметра  $A_{11}$ . Для этого подключим к первой стороне четырехполюсника источник тока  $\underline{J}_1$  (см. рис. 2.5.1,б), а вторую сторону разомкнем. Запишем параметр в соответствии с (2.5.2) и схемой на рис. 2.5.1,б

$$A_{11} = \frac{\underline{U}_1^{1J2x}}{\underline{U}_2^{1J2x}} = \frac{\underline{Z}_{21}^{1J2x} \underline{J}_1}{\underline{Z}_{11}^{1J2x} \underline{J}_1} = \frac{\underline{Z}_{21}^{1J2x}}{\underline{Z}_{11}^{1J2x}}. \quad (2.5.5)$$

В соответствии с табл. 1.4.1 учтем в (1.8.5) САВ для передаточного  $Z_{21}^{1J2x}$  и входного  $Z_{11}^{1J2x}$  сопротивлений. Сокращая одинаковые знаменатели этих схемных функций, приходим к выражению (2.5.4). Таким образом, рассмотренные два варианта вывода параметра  $A_{11}$  дают один и тот же результат.

Найдем САВ для следующего элемента матрицы  $A$ . Параметр

$$A_{12} = \underline{U}_1 / \underline{I}_2 \quad (2.5.6)$$

при  $\underline{U}_2 = 0$ , то есть при замкнутой второй стороне четырехполюсника. Здесь также не может быть непосредственно использовано схемное уравнение для передаточного сопротивления, поскольку ко второй стороне не может быть подключен источник тока. Вторая сторона должна быть замкнута, а к первой стороне может быть подключен или источник ЭДС  $\underline{E}_1$ , или источник тока  $\underline{J}_1$ , как показано на рис. 2.5.2,а,б, поскольку уравнением (1.8.1) не предъявляется к первой стороне каких-либо требований.



Рис. 2.5.2. К определению  $A$ -параметров четырехполюсника

Для схемы на рис. 2.5.2,а параметр

$$A_{12} = \frac{\underline{U}_1^{1E2k}}{\underline{I}_2^{1E2k}} = \frac{\underline{E}_1}{\underline{I}_2^{1E2k}} = \left( \frac{\underline{I}_2^{1E2k}}{\underline{E}_1} \right)^{-1}. \quad (2.5.7)$$

Выражение в скобках (2.5.7) представляет собой (см. табл. 1.4.1) передаточную проводимость от первой ко второй стороне четырехполюсника  $Y_{21}^{1E2k}$  и, следовательно, параметр

$$A_{12} = 1 / Y_{21}^{1E2k} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \Bigg/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.5.8)$$

Для схемы на рис. 2.5.2,б получается то же самое выражение  $A_{12}$ .



$$\mathbf{AT} = \mathbf{0}, \quad (2.6.1)$$

$$\mathbf{BK} = \mathbf{0}, \quad (2.6.3)$$

$$\mathbf{AY} = \mathbf{0}, \quad (2.6.2)$$

$$\mathbf{BZ} = \mathbf{0}, \quad (2.6.4)$$

где  $\mathbf{A}$  – узловая матрица,  $\mathbf{B}$  – контурная матрица.

В силу обобщенного принципа дуальности – принципа взаимосоответствия [27] – пары уравнений (2.6.1) и (2.6.2), (2.6.3) и (2.6.4) можно рассматривать как взаимосоответствующие. Согласно уравнениям (2.6.1) и (2.6.2) алгебраическая сумма входной проводимости  $l$ -й ветви  $y_{ll}$  (коэффициента  $t_{ll}$ ) и взаимных проводимостей  $y_{hl}$  всех ветвей, имеющих один и тот же общий узел с ветвью  $l$  (коэффициентов  $k_{hl}$  таких ветвей), равна нулю. Из уравнений (2.6.3) и (2.6.4) следует, что алгебраическая сумма входного сопротивления  $l$ -й ветви  $z_{ll}$  (коэффициента  $k_{ll}$ ) и взаимных сопротивлений  $z_{hl}$  всех ветвей, образующих с ветвью  $l$  один контур (коэффициентов  $k_{hl}$ ), равна нулю. Если уравнения (2.6.1) и (2.6.2) составлены для  $n$  полюсов, уравнения (2.6.3) и (2.6.4) – для  $n$  сторон многополюсника, то сумма элементов в столбцах матриц  $\mathbf{AT}$ ,  $\mathbf{AY}$ ,  $\mathbf{BK}$  и  $\mathbf{BZ}$  равна нулю, поскольку эти матрицы вырождены.

Необходимо обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, фундаментальные соотношения между схемными функциями инвариантны к способу подключения источника воздействия, который может подключаться к ветвям рассматриваемого сечения или контура [51] или не иметь общих узлов с этим сечением или контуром. Это следует из того, что первый (второй) закон *Кирхгофа* безусловно выполняется для приемников тока, образующих сечение, и приемников напряжения, образующих контур, независимо от того, как подключены источники воздействия. В то же время форма представления взаимосвязей между схемными функциями в виде уравнений (2.6.1)–(2.6.4), использующих узловую и контурную матрицы, не предусматривает произвольного подключения источников воздействия. Во-вторых, во многих случаях желательно исследовать топологические функции – числители и знаменатели схемных функций [55]. При этом учитываются условия вырождения топологических функций [62], а также взаимосвязи между топологическими функциями [55].

Обратим внимание на избыточность уравнений (2.6.1)–(2.6.4), состоящую в том, что знаменатели однопольных схемных функций от некоторого источника будут одинаковыми в каждом уравнении. Если схемы, соответствующие знаменателям, невырождены, то возможно получение на основе (2.6.1)–(2.6.4) соотношений для числителей схемных функций. Представление таких соотношений в схемно-алгебраическом виде [36], то есть минуя отображение схемы с помощью матриц, обеспечит общий характер и удобство применения новых следствий уравнений *Кирхгофа*, обсуждение которых проводится в данном разделе.

### 2.6.1. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА С ФИКСИРОВАННЫМ ГНУИ

На основании уравнения (2.6.1) можно сформулировать следствие законов *Кирхгофа* для числителей коэффициентов передачи напряжения.

**Следствие 2.6.1.** В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.6.1 алгебраическая (с учетом направлений ветвей) сумма числителей коэффициентов передачи напряжения от источника ЭДС  $\underline{E}$  к приемникам напряжения  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \dots, \underline{U}_p$ , образующим контур  $\rho$ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^p \pm N_{E U_l} = 0, \quad (2.6.5)$$

где  $N_{E U_l}$  – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви  $\underline{E}$  к ветви  $\underline{U}_l$ .

Источник ЭДС  $\underline{E}$  может иметь общие узлы с контуром  $\rho$  или не касаться его, как показано на рис. 2.6.1,а и рис. 2.6.1,б. В формуле (2.6.5) положительный знак перед  $N_{E U_l}$  берется в случае, когда направление  $\underline{U}_l$  совпадает с направлением контура, которое, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед  $N_{E U_l}$  ставится отрицательный знак. На рис. 2.6.1 направления всех приемников напряжения совпадают с направлением образованного ими контура

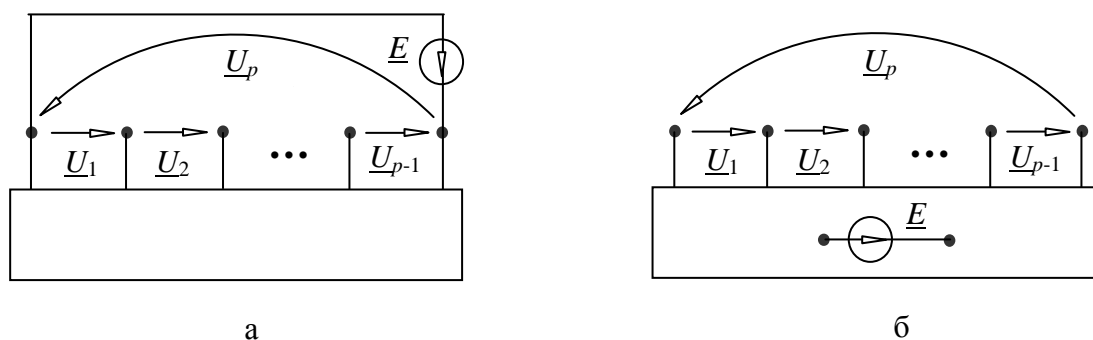


Рис. 2.6.1. Подключение источника ЭДС к рассматриваемому контуру (а) и вне его (б)

Выражение (2.6.5) следует непосредственно из уравнения  $\sum_{l=1}^p \underline{U}_l = 0$  для данного контура при существовании знаменателя  $D$ , соответствующих схемных функций. Знаменатель  $D$  находится как определитель схемы,

полученной из схемы на рис. 2.6.1,а или рис. 2.6.1,б в результате стягивания источника ЭДС и удаления всех приемников напряжения [62].

Невырожденность этого определителя является условием существования не только уравнений (2.6.3) и (2.6.5), но и *условием существования K-параметров* (коэффициентов передачи напряжения) многополюсника, поскольку они находятся по схеме на рис. 2.6.1,б. Это условие является *достаточным*, поскольку отличие от нуля определителя – достаточное условие существования единственного решения соответствующей линейной системы уравнений [8].

Используя метод схемных определителей, запишем (2.6.5) в схемно-алгебраическом виде, считая, что источник ЭДС подключен вне рассматриваемого контура,

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| = 0, \quad (2.6.6)
 \end{aligned}$$

где пары вертикальных линий указывают на применение операции взятия определителя от соответствующих схем. Все слагаемые выражения (2.6.6) имеют одинаковый знак, поскольку на рис. 2.6.1 принята одинаковая ориентация приемников напряжения по отношению к контуру.

Формула (2.6.6) получена из формулы (2.6.5) путем замены каждого слагаемого на определитель соответствующей схемы числителя. Схема числителя получается из исходной схемы на рис. 2.6.1,а в результате замены источника ЭДС на генератор неудаляемого управляемого источника (НУИ), а соответствующего приемника напряжения на приемник НУИ [62]. Генератор НУИ (ГНУИ) обозначен в (2.6.6) укрупненной двойной стрелкой и направлен против направления заменяемого источника ЭДС, а приемник НУИ (ПНУИ) – укрупненной одинарной стрелкой.

Следует обратить внимание на следующую закономерность схемно-алгебраического выражения (2.6.6). Если в этой формуле все схемы совместить в одну, то все ГНУИ совпадут, а ПНУИ образуют контур соответствующего направления. Это правило можно использовать при построении аналогичных тождеств. В частном случае следствия 2.6.1 источник ЭДС  $E$  подключается к одной из ветвей рассматриваемого контура и направлен против его обхода



$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \rightarrow \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \rightarrow \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 + & \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \rightarrow \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| = 0. \quad (2.6.7)
 \end{aligned}$$

Последнее слагаемое выражения (2.6.7) отличается только знаком от знаменателя схемных функций, числители которых образуют данное тождество, поскольку параллельное однонаправленное соединение ГНУИ и ПНУИ эквивалентно идеальному проводнику. В соответствующем уравнении (2.6.3), записанном относительно схемных функций, последнее слагаемое будет равно  $-1$ . В простейшем случае, когда контур на рис. 2.6.1,б состоит из трех ветвей, выражение (2.6.7) принимает вид

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \rightarrow \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \leftarrow \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \rightarrow \bullet \\ \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ \bullet \quad \bullet \quad \bullet \\ \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.6.8)$$

В рассмотренных схемно-алгебраических тождествах (2.6.6)–(2.6.8) ГНУИ является фиксированным – находится на одном месте во всех слагаемых, а ПНУИ перемещается по контуру при переходе от одного слагаемого к другому.

Достаточным условием существования алгебраического тождества (2.6.5) и схемно-алгебраических тождеств (2.6.6)–(2.6.8) является уже упомянутое отличие от нуля определителя схемы многополюсника с разомкнутыми сторонами, кроме одной, к которой подключается по схеме на рис. 2.6.1,б источник ЭДС. Эта сторона должна быть замкнута. Если передача напряжения осуществляется от внутренних узлов, то замкнуты должны быть именно эти узлы.

Тождество (2.6.8) было использовано в [66] при доказательстве преобразования идеального операционного усилителя в повторитель напряжения [15,16]. Аналогичное тождество на основе обычных нуллов и алгебраического правила знаков, предусматривающего нумерацию узлов схемы, доказывается в [83].

Теперь рассмотрим взаимосвязь топологических функций передаточных сопротивлений.

**Следствие 2.6.2.** В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.6.2 алгебраическая сумма числителей

передаточных сопротивлений от источника тока  $\underline{J}$  к приемникам напряжения  $\underline{U}_1, \underline{U}_2, \dots, \underline{U}_p$ , образующим контур  $\rho$ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^p \pm N_{JUl} = 0, \quad (2.6.9)$$

где  $N_{JUl}$  – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви  $\underline{J}$  к ветви  $\underline{U}_l$ . Источник тока  $\underline{J}$  может иметь общие узлы с контуром  $\rho$  или не касаться его, как показано на рис. 2.6.2,а и рис. 2.6.2,б. В формуле (2.6.9) положительный знак перед  $N_{JUl}$  берется в случае, когда направление  $\underline{U}_l$  совпадает с направлением контура, которое, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед  $N_{JUl}$  ставится отрицательный знак. На рис. 2.6.2 направления всех приемников напряжения совпадают с направлением образованного ими контура.

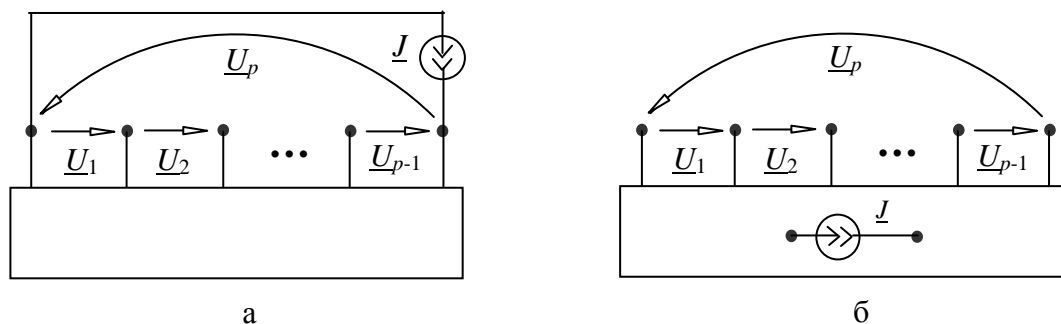


Рис. 2.6.2. Подключение источника тока к рассматриваемому контуру (а) и вне его (б)

Тождество (2.6.9) формально совпадает с тождеством (2.6.5), поскольку различные передаточные функции отличаются только знаменателями [63] и  $N_{EUI} = N_{JUl}$ . Таким образом, схемно-алгебраические тождества (2.6.6)–(2.6.8) служат одновременно отображением следствия 2. Тем не менее, алгебраические и схемно-алгебраические тождества, вытекающие из следствий 1 и 2, имеют различные условия существования, обусловленные различием знаменателей соответствующих схемных функций. Условия существования тождества (2.6.9) и схемно-алгебраических тождеств (2.6.6)–(2.6.8) на его основе совпадают с условиями существования  $Z$ -параметров соответствующего многополюсника, которые будут сформулированы в разделе 3.

### 2.6.1.1. Тождества для многополюсников с внешним базисным узлом

Другие два следствия уравнений *Кирхгофа* для топологических функций могут быть получены из следствий 2.6.1 и 2.6.2 на основе принципа дуальности (взаимосоответствия) [27]. Для формулирования

следствий 3 и 4 воспользуемся парами дуальных понятий: сопротивление  $\leftrightarrow$  проводимость, контур  $\leftrightarrow$  сечение, напряжение  $\leftrightarrow$  ток.

**Следствие 2.6.3.** В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.6.3 алгебраическая сумма числителей коэффициентов передачи тока от произвольной ветви  $\underline{J}$  к приемникам тока  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \dots, \underline{I}_s$ , образующим сечение  $\zeta$ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^s \pm N_{Jl} = 0, \tag{2.6.10}$$

где  $N_{Jl}$  – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви  $\underline{J}$  к ветви  $\underline{I}_l$ .

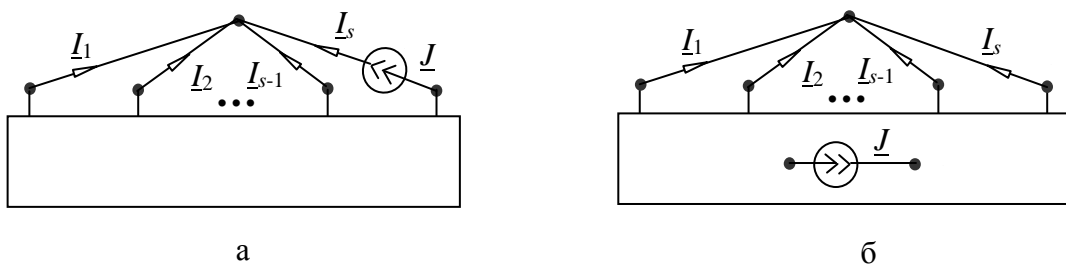
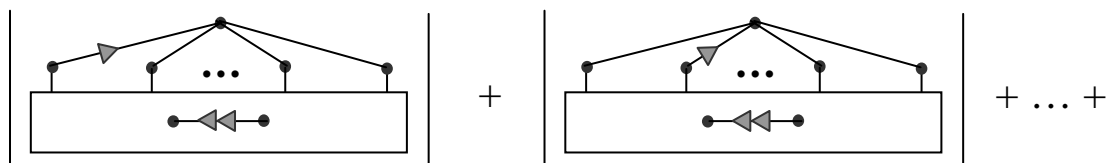


Рис. 2.6.3. Подключение источника тока в одну из ветвей сечения (а) и вне сечения (б)

Источник тока  $\underline{J}$  может входить или не входить в сечение  $\zeta$ , как показано на рис. 2.6.3,а и рис. 2.6.3,б. В формуле (2.6.10) положительный знак перед  $N_{Jl}$  берется в случае, когда направление  $\underline{I}_l$  совпадает с ориентацией сечения, которая, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед  $N_{Jl}$  ставится отрицательный знак. На рис. 2.6.3 направления всех приемников тока совпадают с ориентацией сечения.

Если отказаться от применения принципа взаимосоответствия, то выражение (2.6.10) можно получить непосредственно из уравнения  $\sum_{l=1}^p \underline{I}_l = 0$  для данного контура, при существовании знаменателя  $D$  соответствующих схемных функций. Знаменатель  $D$  находится как определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2.6.3,а или рис. 2.6.3,б в результате удаления источника тока и стягивания всех приемников тока.

Используя, как и при получении выражений (2.6.6)–(2.6.8), схемные отображения числителей схемных функций на рис. 2.6.3,б, запишем (2.6.10) в схемно-алгебраическом виде



$$+ \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 1} \\ \text{Diagram 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 3} \\ \text{Diagram 4} \end{array} \right| = 0. \quad (2.6.11)$$

При этом для получения схем числителей в (2.6.11) источник тока  $\underline{J}$  в исходной схеме на рис. 2.6.3,б заменяется ГНУИ противоположной ориентации.

В частном случае, когда источник тока включается в ветвь сечения с номером  $s$  (рис. 2.6.3а) тождество (2.6.11) преобразуется к виду

$$\left| \begin{array}{c} \text{Diagram 5} \\ \text{Diagram 6} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 7} \\ \text{Diagram 8} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 9} \\ \text{Diagram 10} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 11} \\ \text{Diagram 12} \end{array} \right| = 0. \quad (2.6.12)$$

Последнее слагаемое выражения (2.6.12) отличается только знаком от знаменателя схемных функций, числители которых образуют данное тождество, поскольку последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ эквивалентно разомкнутой ветви. В соответствующем уравнении (2.6.1), записанном относительно схемных функций, последнее слагаемое будет равно  $-1$ . В простейшем случае, когда сечение на рис. 2.6.3,а состоит из трех ветвей, выражение (2.6.12) принимает вид

$$\left| \begin{array}{c} \text{Diagram 13} \\ \text{Diagram 14} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 15} \\ \text{Diagram 16} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{Diagram 17} \\ \text{Diagram 18} \end{array} \right|. \quad (2.6.13)$$

Тождество (2.6.13) было использовано в [14] при доказательстве преобразования идеального операционного усилителя в повторитель тока [15, 16]. Аналогичное тождество на основе обычных нуллов и алгебраического правила знаков, предусматривающего нумерацию узлов схемы, доказывается в [83].

*Достаточным условием существования тождеств (2.6.10) и (2.6.11)–(2.6.13) является отличие от нуля определителя схемы на рис. 2.6.3,а (2.6.3,б) – определителя соответствующего многополюсника с замкнутыми полюсами, кроме одного, к которому подключается источник тока. Это условие совпадает с достаточным условием существования и*

единственности  $T$ -параметров (коэффициентов передачи тока), поскольку они определяются по уже упомянутым схемам.

Теперь рассмотрим взаимосвязь топологических функций передаточных проводимостей.

**Следствие 2.6.4.** В невырожденной неавтономной линейной электрической цепи на рис. 2.6.4 алгебраическая сумма числителей коэффициентов передачи тока от источника ЭДС  $\underline{E}$  к приемникам тока  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \dots, \underline{I}_s$ , образующим сечение  $\zeta$ , равна нулю, то есть

$$\sum_{l=1}^s \pm N_{El} = 0, \quad (2.6.14)$$

где  $N_{El}$  – числитель коэффициента передачи напряжения от ветви  $\underline{E}$  к ветви  $\underline{I}_l$ .

Источник ЭДС  $\underline{E}$  может подключаться к одной из ветвей сечения  $\zeta$  или находится вне этого сечения, как показано на рис. 2.6.4,а и рис. 2.6.4,б. В формуле (2.6.14) положительный знак перед  $N_{El}$  берется в случае, когда направление  $\underline{I}_E$  совпадает с ориентацией сечения, которая, как и при построении уравнений по второму закону *Кирхгофа*, выбирается произвольно. В противном случае перед  $N_{El}$  ставится отрицательный знак. На рис. 2.6.4 направления всех приемников тока совпадают с ориентацией сечения

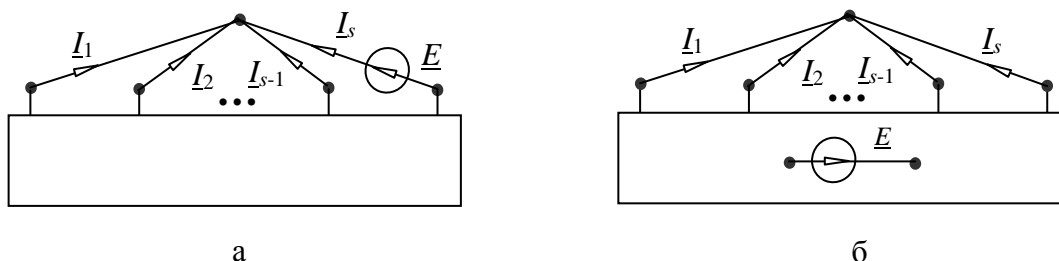


Рис. 2.6.4. Подключение источника ЭДС в одну из ветвей сечения (а) и вне сечения (б)

Если отказаться от применения принципа взаимосоответствия, то выражения (2.6.11) и (2.6.12) можно получить непосредственно из уравнения  $\sum_{l=1}^p \underline{I}_l = 0$  для данного контура, при существовании знаменателя

$D$  соответствующих схемных функций. Знаменатель  $D$  находится как определитель схемы, полученной из схемы на рис. 2.6.4,а или рис. 2.6.4,б в результате стягивания источника ЭДС и всех приемников тока [63].

Тождество (2.6.14) формально совпадает с тождеством (2.6.10), поскольку различные передаточные функции отличаются только знаменателями [63] и  $N_{El} = N_{ll}$ . Таким образом, схемно-алгебраические тождества (2.6.11)–(2.6.13) служат одновременно отображением

следствия 2.6.2. Тем не менее, алгебраические и схемно-алгебраические тождества, вытекающие из следствий 2.6.3 и 2.6.4, имеют различные условия существования, обусловленные различием знаменателей соответствующих схемных функций. Достаточное условие существования алгебраического тождества (2.6.14) и схемно-алгебраических тождеств (2.6.11)–(2.6.13) на его основе совпадает с *достаточным условием существования Y-параметров*, которое будет рассмотрено в разделе 3 и состоит в отличии от нуля определителя многополюсника с замкнутыми полюсами.

Из полученных схемно-алгебраических тождеств (2.6.6) и (2.6.7), (2.6.11) и (2.6.12) видно, что в схемах всех слагаемых ГНУИ фиксируются в одном положении, а ПНУИ перемещаются по ветвям контура или сечения при переходе от одного слагаемого к другому. Таким образом, все полученные тождества – это тождества с фиксированным ГНУИ.

#### 2.6.2. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ТОЖДЕСТВА С ФИКСИРОВАННЫМ ПНУИ

Обратим внимание на тождество для трехполюсника (2.6.13). В этом тождестве при переходе от первой схемы ко второй и третьей схемам генератор НУИ не меняет своего положения относительно правого узла трехполюсника (учитывая, что разомкнутая ветвь – это последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ). Однако, если идеальный проводник в третьей схеме представить параллельным встречным соединением ГНУИ и ПНУИ, то окажется, что ПНУИ не меняет своего положения, а ГНУИ перемещается по контуру (!). Именно это обстоятельство использовалось для доказательства тождества (2.6.13) в работе [66].

Вскрытое противоречие позволяет предположить, что, наряду со схемно-алгебраическими тождествами (2.6.6) и (2.6.7), (2.6.11) и (2.6.12), существуют схемно-алгебраические тождества для произвольных многополюсников, у которых в схемах для всех слагаемых ПНУИ фиксируются в одном положении, а ГНУИ перемещаются по ветвям контура или сечения при переходе от одного слагаемого к другому. Для получения новых тождеств обратимся к упомянутому доказательству тождества (2.6.13).

Для этого представим (2.6.13) в следующем виде

$$\left| \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleright \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \\ \text{---} \blacktriangleright \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \\ \text{---} \blacktriangleright \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \\ \text{---} \blacktriangleright \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \blacktriangleleft \text{---} \end{array} \right|. \quad (2.6.15)$$

Рассмотрим две схемы, представленные на рис. 2.6.5, которые эквивалентны в соответствии с правилом переноса источника через контур [52].

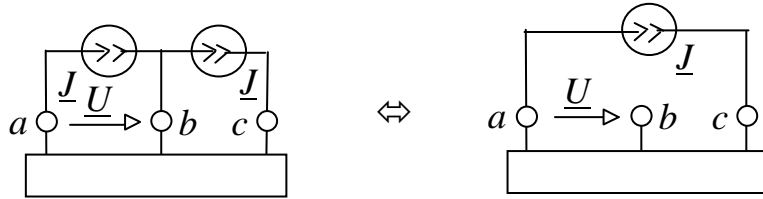


Рис. 2.6.5. К выводу тождества (2.6.15)

Из эквивалентности схем на рис. 2.6.5 следует равенство напряжений  $\underline{U}$  между узлами  $a$  и  $b$ . Приравняв выражения для  $\underline{U}$ , полученные из каждой схемы по методу схемных определителей, получаем схемно-алгебраическое тождество, которое после деления на  $\underline{J}$  и умножения на общий знаменатель, равный определителю трехполюсника, приобретает вид выражения (2.6.15).

Рассмотренное доказательство тождества (2.6.15) с помощью правила переноса источника тока по контуру справедливо не только для трех ветвей в контуре, но и для произвольного числа ветвей в контуре, поскольку само правило выполняется для любого контура [52]. Поэтому применение общей формулировки этого правила обобщает тождество (2.6.15) на контуры, содержащие произвольное число ветвей. В частном случае, когда приемник принадлежит полюсам многополюсника, как в (2.6.15), схемно-алгебраические тождества могут быть получены также на основе отмеченного выше равенства нулю суммы элементов столбца матриц передаточных сопротивлений (2.6.4) и коэффициентов передачи напряжения (2.6.3).

Тождества с фиксированным ПНУИ могут быть записаны формально из (2.6.6) и (2.6.7) путем замены ГНУИ (ПНУИ) на ПНУИ (ГНУИ). В полученных таким образом схемно-алгебраических формулах ПНУИ находится на одном месте, а ГНУИ перемещается вдоль контура при переходе от одного слагаемого к другому. Приведем одно такое тождество, полученное из (2.6.6), в котором приемник находится внутри многополюсника

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \rightarrow \rightarrow \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \leftarrow \leftarrow \text{---} \end{array} \right| = 0, \quad (2.6.16)
 \end{aligned}$$

Аналогичные тождества для сечений (узлов) могут быть получены на основе правила переноса источника ЭДС через сечение (узел). Эти тождества также могут быть записаны формально, как и тождества для контуров, путем замены в (11) и (12) ГНУИ (ПНУИ) на ПНУИ (ГНУИ). В полученных схемно-алгебраических тождествах ПНУИ также зафиксирован, а ГНУИ перемещается по ветвям сечения при переходе от одного слагаемого к другому. В частном случае, когда приемник подключается к полюсам многополюсника, схемно-алгебраические тождества получаются из условия равенства нулю суммы элементов столбцов матриц передаточных проводимостей (2.6.2) и коэффициентов передачи тока (2.6.1).

### 2.6.3. ТОЖДЕСТВА ДЛЯ АВТОНОМНЫХ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Схемно-алгебраические выражения с фиксированным ГНУИ (2.6.6) и (2.6.11) являются фактически тождествами для автономных многополюсников, поскольку в этом случае независимый источник находится внутри многополюсника. Однако эти тождества справедливы только для одного источника. Чтобы разработать схемно-алгебраические тождества для автономных многополюсников с произвольным числом независимых источников, необходимо использовать неявный принцип наложения [38] и понятие определителя схемы с независимыми источниками [37]. Однако здесь это понятие трансформируется в понятие *определителя автономного многополюсника*. Последнее понятие соответствует неявной (относительно параметров источников) форме числителя отклика, записанного непосредственно по *Краммеру* [8].

Поскольку законы *Кирхгофа* для контура и сечения выполняются независимо от количества источников в цепи, то выражения (2.6.6) и (2.6.11) могут быть преобразованы в тождества для произвольных автономных многополюсников. Достаточно заменить в них неавтономные многополюсники на автономные, и определители неавтономных многополюсников на определители автономных многополюсников. Для иллюстрации представим здесь тождество для автономного многополюсника, полученное на основе (2.6.6),

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \rightarrow \text{---} \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \dots + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \rightarrow \text{---} \quad \bullet \\ \hline \text{A} \end{array} \right| + \dots + \left| \begin{array}{c} \bullet \quad \bullet \quad \bullet \quad \dots \quad \bullet \quad \bullet \quad \leftarrow \text{---} \\ \hline \text{A} \end{array} \right| = 0, \quad (2.6.17)
 \end{aligned}$$



где  $A$  – автономный многополюсник.

В заключение подраздела перечислим основные его результаты. Схемно-алгебраические тождества, известные для трехполюсников, обобщены на произвольные многополюсники с любым подключением ГНУИ (ПНУИ) – к полюсам или внутренним узлам многополюсника. Сформулированы достаточные условия существования схемно-алгебраических тождеств, совпадающие с достаточными условиями существования и единственности используемых для их формирования первичных параметров многополюсников. Рассмотрены и обоснованы достаточные условия существования и единственности  $K$ - и  $T$ -параметров (коэффициентов передачи напряжения и тока) многополюсников. Схемно-алгебраические тождества с фиксированным ГНУИ обобщены на автономные многополюсники.

## 2.7. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ ПРИ ВАРИАЦИИ ПАРАМЕТРОВ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Приращения переменных в электрических цепях находятся на основе теоремы вариации параметров. Теорема вариации параметров пассивных элементов для взаимных цепей была сформулирована *К. М. Поливановым* [26] в виде аналитических формул, которые содержат собственные и взаимные проводимости ветвей и представляют собой выражения в явной форме для приращений искомых токов в зависимости от вариации сопротивлений ветвей. *Э. В. Зеляхом* [26] были расширены возможности этой теоремы путем разработки формул для приращений токов в зависимости от вариации параметров пассивных элементов в невзаимных электрических цепях. Запишем одну из таких формул. Приращение тока произвольной  $k$ -й ветви [26]

$$\Delta I_k = -\sum Y_{ki} \underline{E}_i = -\sum Y_{ki} \underline{I}_{io} \Delta Z_i, \quad (2.7.1)$$

где  $Y_{ki}$  – собственные и взаимные проводимости короткого замыкания ветвей  $k$  и  $i$  для цепи, учитывающей вариации сопротивлений  $\Delta Z_i$ ;  $\underline{I}_{io}$  – ток  $i$ -й ветви в исходной цепи. Суммирование производится по  $i$  от 1 до  $n$ , где  $n$  – число ветвей, сопротивления которых варьируются.

Теорема вариации используется и для расчета приращений переменных в электронных цепях при изменении параметров УИ в методах схем в приращениях и присоединенной схемы. Эти методы применяются для анализа цепей при бесконечно малых приращениях параметров для численного определения чувствительностей переменных и функций [69].

В данном подразделе рассмотрим анализ цепей при произвольных приращениях параметров. Такая задача возникает при параметрическом синтезе электронных цепей. Обсудим формирование символьных выражений для приращений токов и напряжений, поскольку аналитические выражения дают возможность исследовать общие свойства цепей, доступны большинству специалистов и позволяют сравнивать результаты для различных схем в любом диапазоне параметров. В этом смысле эффективным является использование ССФ по образцу (2.7.1). Выведем на основе ССФ формулы вида (2.7.1) для вариации параметров управляемых источников. На базе этих выражений будут предложены САВ, позволяющие получить с помощью последовательных преобразований явные символьные выражения для приращений исследуемых переменных и схемных функций в зависимости от параметров УИ и их вариаций.

Для решения поставленной задачи возьмем, например, ИНУН. Произвольную исходную схему цепи приведем к четырехстороннему многополюснику  $M_n$  и представим ее на рис. 2.7.1,а. К  $i$ -й стороне  $M_n$  подключим независимый источник ЭДС  $E_i$ ,  $j$ -ю сторону замкнем накоротко. К полюсу  $j'$  внутри многополюсника  $M_n$  подсоединим генератор ИНУН  $\underline{E}_K = K\underline{U}_j$ . Управляющую ветвь ИНУН выделим в виде разомкнутой  $l$ -й стороны  $M_n$ . На  $n$ -й разомкнутой стороне будем снимать искомое напряжение.

Для вывода искомых формул воспользуемся теоремой о компенсации приращений параметров. Эта теорема сформулирована и доказана [26] для сопротивлений (проводимостей) двухполюсников. Теорема используется и при моделировании УИ в упомянутом методе схем в приращениях и методе присоединенной схемы [69]. Представим ее и докажем для ИНУН. Отметим, что доказательство необходимо не только для подтверждения достоверности результатов, но и для получения искомых формул. В процессе доказательства будут выведены базовые формулы для приращения напряжений в зависимости от вариации параметра ИНУН. Эти формулы содержат схемные функции исходной схемы и производной схемы в приращениях.

**Теорема 2.7.1.** Если параметр  $K$  ИНУН  $\underline{E}_K = K\underline{U}_j$  (см. рис. 2.7.1,а) получил приращение  $\Delta K$ , то это вызовет в схеме (см. рис. 2.7.1,б) приращения токов ( $\Delta \underline{I}_i$  и др.) и напряжений ( $\Delta \underline{U}_n$  и др.), соответственно равные токам и напряжениям, которые вызвал бы в схеме независимый источник напряжения величиной  $\underline{E}_j = \Delta K \underline{U}_j$  (рис. 2.7.1,в). Здесь и далее подчеркиванием выделяются комплексные действующие значения напряжений и токов.

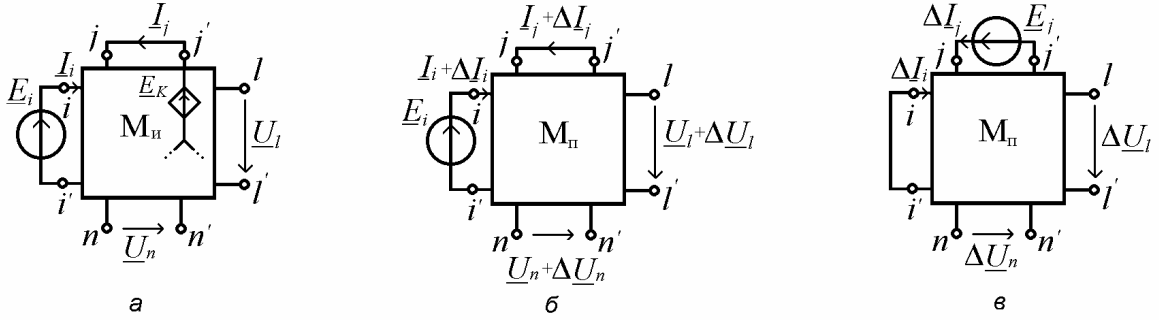


Рис. 2.7.1. К вариации параметра ИНУН

Покажем непосредственно, что приращения напряжения  $\Delta \underline{U}_n$  произвольной  $n$ -й стороны многополюсников  $M_n$  и  $M_n$  в схемах на рис. 2.7.1,б,в равны. Запишем для исходной схемы на рис. 2.7.1,а напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) E_i, \quad (2.7.2)$$

где  $K_{ni}^{iej\kappa}(M_n)$  – коэффициент передачи напряжения от  $i$ -й к  $n$ -й стороне многополюсника  $M_n$  (информация об этом отражена в нижнем индексе функции) при подключенном источнике ЭДС (обозначен в верхнем индексе символом «e») к  $i$ -й стороне  $M_n$ , короткозамкнутой (отражена символом «к»)  $j$ -й стороне и разомкнутых  $l$ -й и  $n$ -й сторонах (данные о состоянии сторон  $l$  и  $n$  в верхнем индексе функции не указываются, поскольку они здесь и далее разомкнуты). Сформируем по схеме на рис. 2.7.1,б выражение для напряжения

$$\underline{U}_n + \Delta \underline{U}_n = K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) E_i, \quad (2.7.3)$$

где  $K_{ni}^{iej\kappa}(M_n)$  – коэффициент передачи многополюсника  $M_n$ , аналогичный коэффициенту для  $M_n$  в (2.7.2). Из (2.7.2) и (2.7.3) найдем для схемы на рис.2.7.1,б приращение напряжения

$$\Delta \underline{U}_n = [K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) - K_{ni}^{iej\kappa}(M_n)] E_i. \quad (2.7.4)$$

Запишем теперь для схемы на рис. 2.7.1,в формулу для того же приращения напряжения

$$\Delta \underline{U}_n = K_{nj}^{ikje}(M_n) E_j = K_{nj}^{ikje}(M_n) \Delta K \underline{U}_l, \quad (2.7.5)$$

где  $K_{nj}^{ikje}(M_n)$  – коэффициент передачи напряжения от  $j$ -й к  $n$ -й стороне  $M_n$ . Найдем из схемы на рис. 2.7.1,а напряжение  $\underline{U}_l$  и подставим его в (2.7.5). В результате получим для схемы на рис. 2.7.1,в искомое приращение напряжения



генератором ИНУН независимым источником ЭДС  $\underline{E}_j = \Delta K \underline{U}_j$ .  
Полученную эквивалентную схему поместим на рис. 2.7.2,б.

Запишем для схемы на рис. 2.7.2,а выражение напряжения

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i, \quad (2.7.10)$$

где  $K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n)$  – коэффициент передачи напряжения от  $i$ -й к  $n$ -й стороне многополюсника  $M_n$ . Найдем по той же схеме напряжение

$$\underline{U}_j = K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i, \quad (2.7.11)$$

где  $K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n)$  – коэффициент передачи напряжения многополюсника  $M_n$ .

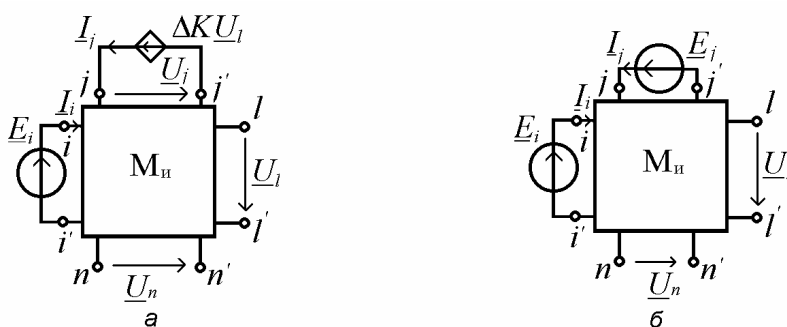


Рис. 2.7.2. К доказательству тождества 2.7.7

Используя принцип наложения, запишем теперь для схемы на рис. 2.7.2,б напряжение

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_n) \underline{E}_j, \quad (2.7.12)$$

где  $K_{ni}^{iej\kappa}(M_n)$ ,  $K_{nj}^{ikje}(M_n)$  – соответствующие коэффициенты передачи напряжения для многополюсника  $M_n$ . Учитывая, что по теореме компенсации  $\underline{E}_j = \underline{U}_j$ , подставим (2.7.11) в (2.7.12), в результате получим

$$\underline{U}_n = K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) \underline{E}_i + K_{nj}^{ikje}(M_n) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n) \underline{E}_i. \quad (2.7.13)$$

В соответствии с теоремой компенсации ветви [46] левые части уравнений (2.7.10) и (2.7.13) равны, откуда

$$K_{ni}^{iej\Delta k}(M_n) = K_{ni}^{iej\kappa}(M_n) + K_{nj}^{ikje}(M_n) K_{ji}^{iej\Delta k}(M_n). \quad (2.7.14)$$

Тождество (2.7.14) эквивалентно (2.7.9), поскольку коэффициент передачи многополюсника  $M_n$  с короткозамкнутой  $j$ -й стороной равен коэффициенту передачи  $M_n$  с подключенным к  $j$ -й стороне генератором ИНУН. Так как



### 3. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЯВНОГО ПРИНЦИПА НАЛОЖЕНИЯ ДЛЯ СИМВОЛЬНОГО АНАЛИЗА, ДИАГНОСТИКИ И ДИАКОПТИКИ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

#### 3.1. ПОНЯТИЕ О ПРИНЦИПЕ НАЛОЖЕНИЯ

Наиболее кратко ток или напряжение  $j$ -й ветви ЛЭЦ записывается через матричное решение методом *Крамера* [8] системы уравнений, составленной по законам *Кирхгофа*,

$$O_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \quad (3.1.1)$$

где  $O_j$  – символьное выражение отклика (СВО);  $\Delta$  – определитель матрицы параметров системы уравнений;  $\Delta_j$  – определитель матрицы параметров, в которой  $j$ -й столбец заменен на матрицу-столбец правой части системы уравнений. Далее, для краткости, будем называть матрицы, определители которых равны, соответственно,  $\Delta$  и  $\Delta_j$ , матрицей знаменателя и матрицей числителя соответственно. В частном случае, когда выполняется разложение определителя матрицы числителя по элементам  $j$ -го столбца, СВО получается в виде

$$O_j = \sum_{i=1}^n F_{ji} x_i, \quad (3.1.2)$$

где  $i, j$  – номера ветвей, содержащих источники воздействия и приемники откликов соответственно;  $x_i$  – напряжение или ток соответствующего источника воздействия с номером  $i$ ;  $F_{ji}$  – схемная (передаточная от ветви  $i$  к ветви  $j$ ) функция;  $n$  – число независимых источников в схеме. Переменные  $O_j, F_{ji}, x_i$  представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Выражение (3.1.2) является классической формулировкой принципа наложения, который положен в основу анализа не только ЛЭЦ с несколькими источниками воздействия, но и произвольных линейных систем [52]. Представление ЛЭЦ цепи в виде многополюсника, заданного схемными функциями, оказалось столь плодотворным, что применение общего выражения (3.1.1) и любые другие способы разложения определителя матрицы числителя не получили широкого распространения.

В соответствии с формулой (3.1.2) общая реакция схемы на приемнике напряжения или тока находится путем вычисления реакций каждого отдельно взятого источника и последующего алгебраического суммирования этих реакций. При этом источники, не участвующие в порождении некоторого отклика, исключаются из схемы в соответствии с их физическими свойствами, то есть источники напряжения стягиваются, а источники тока удаляются.

На рис. 3.1.1 представлена у-схема с тремя независимыми источниками напряжения [35] и САВ для нахождения искомого СВО. Отсюда получаем  $U = (E_1 G_1 + E_2 G_2 + E_3 G_3)/(G_1 + G_2 + G_3)$ .

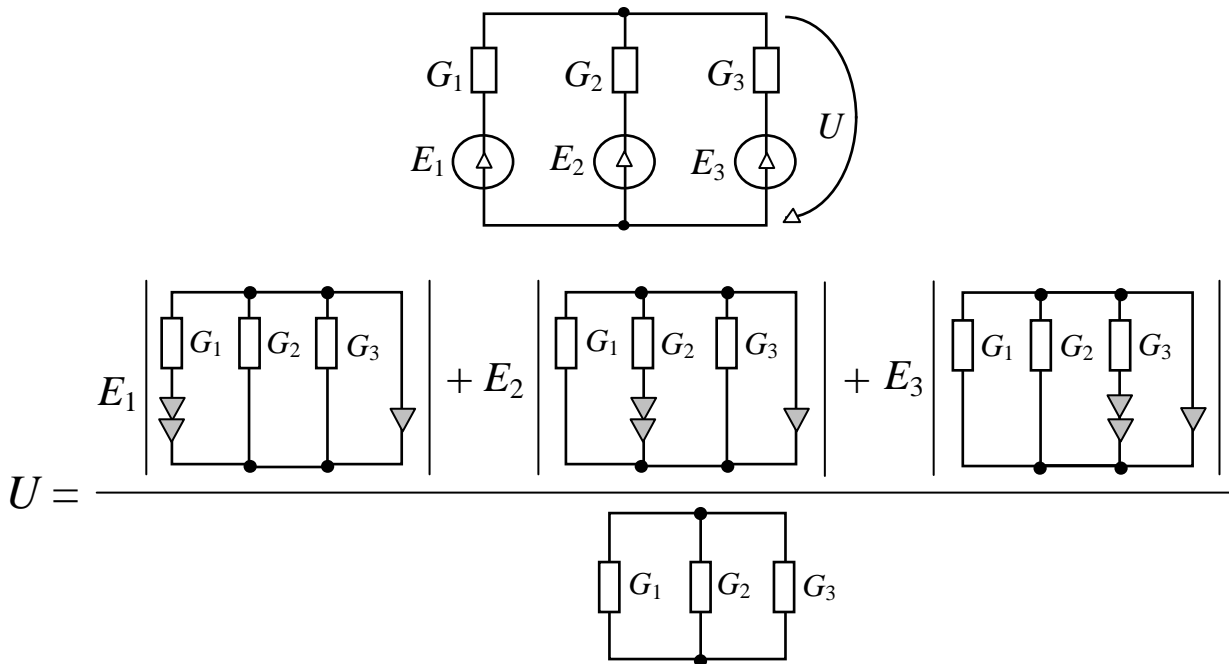


Рис. 3.1.1. Анализ схемы с тремя источниками напряжения

Схема, дуальная схеме на рис. 3.1.1, и соответствующее САВ представлены на рис. 3.1.2. Из этого САВ непосредственно следует решение  $I = (J_1 R_1 + J_2 R_2 + J_3 R_3)/(R_1 + R_2 + R_3)$ .

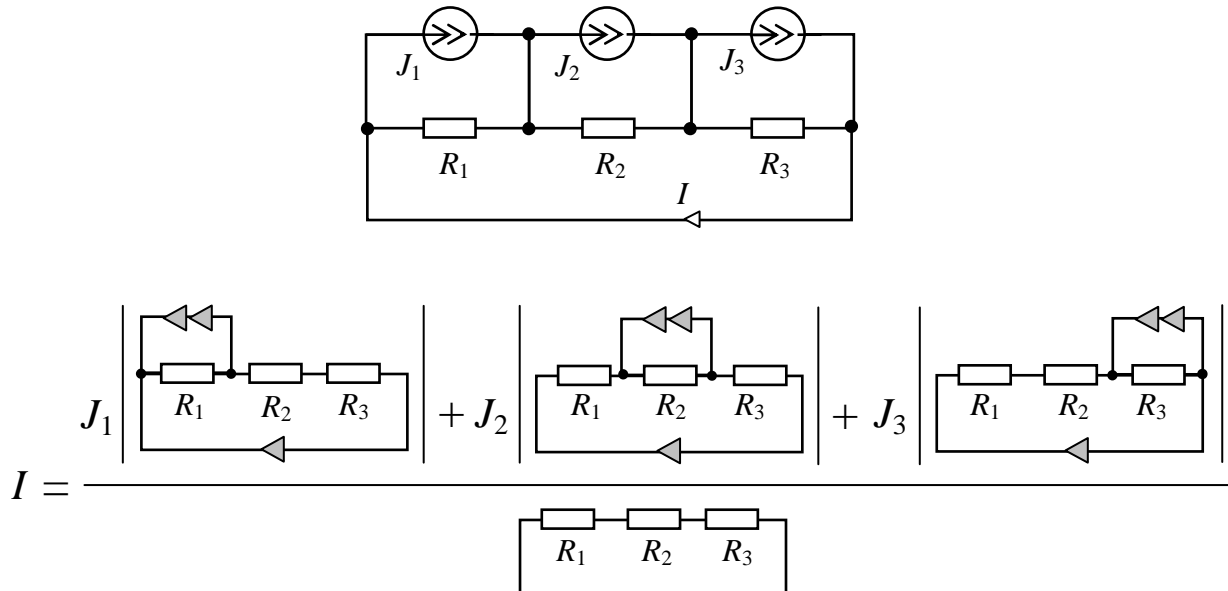


Рис. 3.1.2. Анализ схемы с тремя источниками тока

В выражении (3.1.2) слагаемые числителя (знаменатель у всех ССФ общий) сгруппированы при параметрах независимых источников, то есть



явно. Учитывая это, далее принцип наложения в формулировке (3.1.2) будем называть явным. Однако еще *Кирхгоф* в своем (исторически первом) топологическом методе [30] применял группировку слагаемых числителя  $\Delta_j$  относительно произведений сопротивлений схемы, соответствующих ее деревьям. При этом параметры независимых источников появлялись в формируемом СВО многократно, то есть неявно. В матричной интерпретации это соответствует разложению определителя матрицы числителя (3.1.1) по элементам, выбираемым произвольно. Недостатком явного принципа наложения является необходимость построения при его использовании  $n$  числителей схемных функций, что препятствует формированию компактных и оптимальных по числу вычислительных операций выражений искомых СВО [38].

В [54] предлагается использовать для построения символьного выражения отклика линейных электрических цепей неявный принцип наложения (НПН), который в отличие от традиционного (явного) принципа наложения заключается в замене всех независимых источников, кроме одного – опорного источника, эквивалентными проводимостями или сопротивлениями. Последняя операция трактуется как применение обратной теоремы о компенсации [34]. Недостатком такого подхода является, во-первых, необходимость решения нелинейных уравнений для поиска эквивалентных проводимостей (сопротивлений) и, во-вторых, большая трудоемкость. Например, для схемы с тремя независимыми источниками требуется найти восемь алгебраических дополнений и решить систему из двух квадратных уравнений. В случае многовариантного анализа (оптимизации) указанные операции приходится каждый раз повторять. Ограничения подхода [54] обусловлены тем, что проводимости замещения зависят не только от параметров источников воздействия, но и от параметров других элементов схемы. Более предпочтительно вместо каждого независимого источника ввести компенсирующий элемент – источник, который управляется ветвью единственного опорного источника. В этом состоит неявный принцип наложения, обсуждаемый далее для повышения эффективности символьного анализа и диагностики ЛЭЦ.

### 3.2. НЕЯВНЫЙ ПРИНЦИП НАЛОЖЕНИЯ

Символьный топологический анализ линейных электрических цепей с двумя и более независимыми источниками осуществляется с помощью принципа наложения [52], согласно которому отклик – напряжение или ток  $j$ -й ветви

$$O_j = \sum_{i=1}^n N_{ji} x_i / D, \quad (3.2.1)$$

где  $x_i$  – напряжение или ток  $i$ -го источника соответствующего воздействия (всего  $n$  источников);  $F_{ji}$  – схемная (передаточная от ветви  $i$  к ветви  $j$ ) функция;  $N_{ji}$  – числители схемных функций (СФ)  $F_{ji}$ ;  $D$  – определитель схемы. Переменные  $O_j$ ,  $F_{ji}$ ,  $N_{ji}$ ,  $x_i$ ,  $D$  представлены в комплексной или операторной форме для анализа цепи в установившемся гармоническом или переходном режимах соответственно.

Формула (3.2.1) позволяет сформировать символьные выражения отклика (СВО) в виде дробно-рационального выражения, числитель которого представляется многочленом канонической формы [8] относительно воздействующих величин. При этом числитель каждой СФ  $N_{ji}$  строится отдельно. Такой подход, во-первых, требует топологического исследования  $n$  схем числителей СФ, что усложняет процесс анализа, а во-вторых, препятствует построению компактного СВО, экономичного по числу вычислительных операций [38]. Поэтому желательно формировать числитель СВО в виде определителя одной схемы, как это выполняется для знаменателя [62]. Единая схема числителя позволит построить символьное выражение числителя в общем неканоническом виде, что в свою очередь даст возможность получить за счет выделения параметров по критерию максимума участия [61] компактное вложенное выражение.

Для выполнения поставленной задачи рассмотрим на рис. 3.2.1,а произвольную линейную электрическую схему (ЛЭС), которая содержит независимые источники (НИ) тока и напряжения, сопротивления и проводимости, управляемые источники (УИ) всех четырех типов, в также связанные ориентированные нулоры – неудаляемые управляемые источники (НУИ) [62]. Все эти элементы, кроме НИ, включены в неавтономный многополюсник на рис. 3.2.1,а. НИ подсоединены к его внешним полюсам. На внешние полюсы выведена также ветвь с искомым током  $I$  и один из произвольных узлов цепи, который будет вспомогательным для преобразования исходной схемы. В такой схеме существует единственное решение задачи анализа, если для нее выполняется условие невырожденности – условие отличия от нуля ее определителя [96, 97].

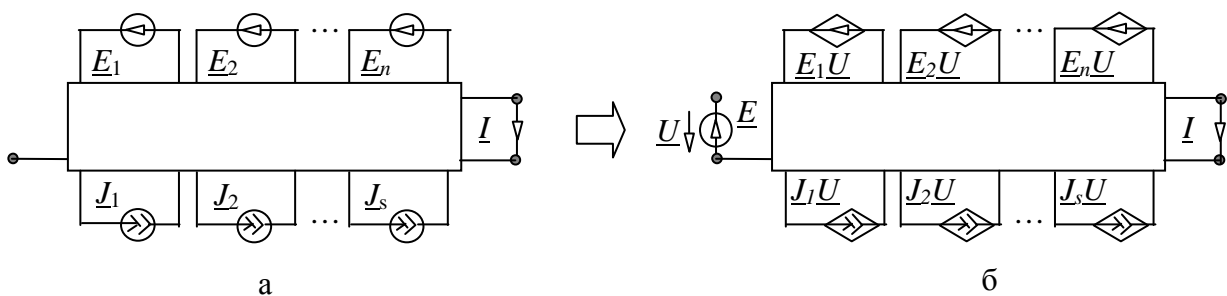


Рис. 3.2.1. Исходная схема (а) и эквивалентная схема (б) с единичным управляющим источником

Используя формулу (3.2.1) и метод схемных определителей [62], запишем схемно-алгебраическую формулу для тока

$$\underline{I} = \frac{\begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_n + \\ + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_1 + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_2 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_s \end{array}}{\left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right|}, \quad (3.2.2)$$

где между вертикальными чертами – символами определителя – помещены схемы, полученные из исходной схемы на рис. 3.2.1,а. Так, схема знаменателя, который, как было отмечено, является определителем исходной схемы, сформирована путем нейтрализации в ней независимых источников и приемников – заменой источников ЭДС и приемников тока проводниками, удалением источников тока и приемников напряжения. Схема для каждого слагаемого числителя (3.2.2) получена из исходной схемы путем замены приемника тока  $\underline{I}$  приемником НУИ (ПНУИ), а соответствующего источника ЭДС или тока – генератором НУИ (ГНУИ) противоположной ориентации, при этом остальные независимые источники нейтрализуются.

### 3.3. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ МЕТОДОМ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА

Как видно из (3.2.2), числителю отклика в соответствии с принципом наложения действительно соответствует множество схем. Чтобы получить одну единую схему числителя, введем в исходную схему на рис. 3.2.1,а опорный источник, например ЭДС, с единичным параметром  $\underline{E} = 1$ . Подсоединим его одним из зажимов к свободному полюсу многополюсника, а второй зажим оставим неподключенным. Полученная схема будет эквивалентна исходной, поскольку единичный источник

нейтрализован размыканием и не оказывает никакого влияния на режим цепи.

Умножим параметр каждого из НИ в схеме с единичным источником на дробь  $\underline{U}/\underline{U}$ , где  $\underline{U} = \underline{E} = 1$  – напряжение на единичном источнике. Поскольку дробь также равна единице, то режим полученной схемы будет совпадать с режимом исходной схемы. Преобразуем все НИ с параметрами  $\underline{E}_1\underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{E}_2\underline{U}/\underline{U}, \dots, \underline{E}_n\underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_1\underline{U}/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_2\underline{U}/\underline{U}, \dots, \underline{J}_s\underline{U}/\underline{U}$  в зависимые источники, управляемые напряжением  $\underline{U}$  единичного источника, с параметрами  $\underline{E}_1/\underline{U}$ ,  $\underline{E}_2/\underline{U}, \dots, \underline{E}_n/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_1/\underline{U}$ ,  $\underline{J}_2/\underline{U}, \dots, \underline{J}_s/\underline{U}$  соответственно. Поскольку  $\underline{U} = 1$ , то параметрами УИ будут фактически параметры НИ  $\underline{E}_1$ ,  $\underline{E}_2, \dots, \underline{E}_n$ ,  $\underline{J}_1$ ,  $\underline{J}_2, \dots, \underline{J}_s$  с физическими размерностями, соответствующими коэффициентам передачи напряжения и передаточным проводимостям соответственно. Полученная схема с УИ на рис. 3.2.1,б эквивалентна исходной схеме в силу единичного управляющего напряжения, которое гарантирует сохранение величин преобразованных источников такими же, как в исходной схеме. На этом основании искомый ток  $\underline{I}$  можно найти по схеме с единичным источником на рис. 3.2.1,б. Поскольку в этой схеме один независимый источник, то отклик находится с помощью одной схемной функции

$$\underline{I} = Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII} \underline{E} = \frac{N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII}}{D} = \frac{\text{Diagram}}{D}, \quad (3.3.1)$$

где  $Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII}$  – передаточная проводимость от источника  $\underline{E}$  к приемнику  $\underline{I}$  для схемы на рис. 3.2.1,б, в которой все независимые источники, кроме опорного источника  $\underline{E}$ , преобразованы в УИ;  $N_{YIE}^{EJ \rightarrow YII}$  – числитель передаточной проводимости  $Y_{IE}^{EJ \rightarrow YII}$ .

Схемно-алгебраическая формула (САФ) в (3.3.1) получена, как и формула (3.2.2), по МСО. Как видно, числитель отклика содержит только один определитель и одну соответствующую ему схему числителя в отличие от множества определителей и совокупности схем в (3.2.2).

Схема знаменателя  $D$  в (3.3.1) совпадает с соответствующей схемой в (3.2.2), поэтому здесь не показана. Совпадение схем знаменателей в (3.2.2) и (3.3.1) означает, что введение в схему единичного управляющего источника не изменяет условий существования и единственности решения задачи анализа, то есть сохраняет невырожденность исходной схемы.

Из совпадения знаменателей (3.2.2) и (3.3.1) следует тождественность, но не совпадение соответствующих числителей. Формируемые символьные выражения числителей по (3.2.2) и (3.3.1) будут различаться порядком следования параметров и вычислительных операций. САФ (3.2.2) – это частный случай (3.3.1), получающийся при первоочередном выделении параметров НИ. Покажем это.

Выделим в числителе (3.3.1) параметр произвольного УИ, например  $\underline{E}_n \underline{U}$ , по известной формуле [62], упростим полученное выражение по правилам МСО, запишем результат

$$N_{YIE}^{EJ \rightarrow UI} = \underline{E}_n \left( \text{схема} \right) + \underline{U} \left( \text{схема} \right) \cdot (3.3.2)$$

Выражение (3.3.2) – это формула выделения параметра источника ЭДС из схемы числителя (3.3.1). Аналогичная формула получается и для выделения параметра источника тока

$$N_{YIE}^{EJ \rightarrow UI} = \underline{J}_s \left( \text{схема} \right) + \underline{U} \left( \text{схема} \right) \cdot (3.3.3)$$

Если в числителе (3.3.1) выделить с помощью формул (3.3.2) и (3.3.3) все представленные там УИ, то получим числитель (3.2.2). Это доказывает, что (3.3.2) является частным случаем более общей схемно-алгебраической формулы (3.3.2). Последняя формула обеспечивает произвольное выделение параметров всех элементов схемы, в том числе НИ.

Отметим, что для получения схемы числителя САФ (3.3.1) не требуется единичный источник, который был использован для вывода этой формулы. Для этого достаточно ввести в исходную схему внешний управляющий ГНУИ, который подсоединяется одним полюсом к любому узлу схемы, а все НИ заменяются на УИ, управляемые напряжением ГНУИ, приемник отклика – приемником НУИ. СВО формируются в этом случае с помощью формул выделения параметров [62], в том числе параметров НИ (3.3.2), (3.3.3). Метод получения СВО электрических схем с несколькими НИ на основе алгебраических и схемно-алгебраических формул вида (3.3.1), (3.3.2) и (3.3.3) назовем методом управляющего ГНУИ (МУГ). Наряду с разомкнутым управляющим ГНУИ может использоваться

замкнутый в петлю ГНУИ. В этом случае управляющей переменной для УИ является ток ГНУИ.

Сравним тождественно равные числители отклика  $\underline{I}$ , полученные по принципу наложения источников (3.3.2) и МУГ (3.3.1). Как видно, одной единой схеме числителя в (3.3.1) соответствует  $m = n + s$  схем в (3.2.2), одному ПНУИ в (3.3.1) –  $m$  ПНУИ в (3.2.2), одному ГНУИ в (3.3.1) –  $m$  ГНУИ в (3.2.2) и, следовательно, одному НУИ в (3.3.1) соответствует  $m$  НУИ в (3.2.2). В связи с этим можно говорить о многомерном или  $m$ -мерном НУИ (МНУИ) в формулах (3.3.1)–(3.3.3) и, соответственно, о многомерных ПНУИ и ГНУИ. В ниже следующих формулах (3.3.4) и (3.3.5) многомерные ГНУИ и ПНУИ вычерчиваются двойной жирной линией.

При выделении параметра НИ из (3.3.1) по формуле (3.3.2) или (3.3.3) соответствующие ПНУИ и ГНУИ выбираются из многомерных ПНУИ и ГНУИ в (3.3.1) и устанавливаются в первом слагаемом (3.3.2) или (3.3.3) вместо приемника отклика и независимого источника соответственно. При этом ГНУИ ориентируется против направления НИ.

Как уже отмечалось, положение многомерного ГНУИ в схеме числителя (3.3.1) не играет роли при формировании ССФ. Поэтому для уменьшения числа элементов в этой схеме можно скрыть положение многомерного ГНУИ, а поскольку управляющее напряжение является единичным, то представить УИ независимыми источниками, как в исходной схеме. Тогда САФ (3.3.1) преобразуется к более простому виду

$$\underline{I} = \frac{N}{D} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \leftarrow \ominus \\ \underline{E}_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \leftarrow \ominus \\ \underline{E}_2 \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{c} \leftarrow \ominus \\ \underline{E}_N \end{array} \\ \hline \text{---} \\ \hline \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_2 \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_s \end{array} \end{array} \right| \Bigg/ D. \quad (3.3.4)$$

Упрощенная САФ для выделения источника ЭДС выводится из (3.3.2) и имеет вид

$$N = E_n \left| \begin{array}{c} \text{---} \quad \text{---} \quad \dots \quad \text{---} \quad \rightarrow \\ \hline \text{---} \\ \hline \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \leftarrow \ominus \\ \underline{E}_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \leftarrow \ominus \\ \underline{E}_2 \end{array} \quad \dots \quad \text{---} \\ \hline \text{---} \\ \hline \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_1 \end{array} \quad \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_2 \end{array} \quad \dots \quad \begin{array}{c} \oplus \rightarrow \\ \underline{J}_s \end{array} \end{array} \right|. \quad (3.3.5)$$

Упрощенная САФ для выделения параметра источника тока может быть получена из формулы (3.3.3) аналогично (3.3.5).

Таким образом, применение одной единой схемы числителя в (3.3.1) или (3.3.4), а также формул выделения параметров сопротивлений, проводимостей, УИ [62] и независимых источников (3.3.2), (3.3.3) или (3.3.5) позволяет сформировать при учете критерия максимального участия параметров [61] компактные и экономичные СВО.

### 3.4. СИМВОЛЬНАЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ДИАГНОСТИКА ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Параметрическая диагностика линейных электрических цепей (ЛЭЦ) состоит в определении совокупности неизвестных параметров элементов по известным параметрам элементов и некоторым измеренным токам и напряжениям [10,22]. Если измерения выполняются в рабочем режиме ЛЭЦ путем однократного функционального эксперимента [11,101], то задача параметрической диагностики считается базисной [29]. При невозможности выполнения условий разрешимости [29] базисной задачи диагностика осуществляется на основе многократного тестового эксперимента [20,29]. Как базисная, так и тестовая задачи диагностики решаются, как правило, на основе численно-матричного подхода. При этом для базисной задачи формируемые системы уравнений всегда являются линейными [20], а для тестовой диагностики уравнения могут быть нелинейными, если не все узлы схемы являются доступными [11].

Наряду с численно-матричным подходом к решению задачи диагностики ЛЭЦ представляет интерес символьно-топологический подход, при котором не используется построение уравнений, а результатом являются символьные выражения искоемых параметров (СВП) [32]. Такой подход является эффективным, поскольку аналитические выражения обладают рядом достоинств [19], например, позволяют исследовать общие свойства цепей. С другой стороны, топологические и схемно-алгебраические методы дают возможность получать символьные выражения в компактном виде и с наименьшими затратами [2, 52].

#### 3.4.1. БАЗИСНАЯ ЗАДАЧА ДИАГНОСТИКИ

Рассмотрим базисную задачу диагностики, которая имеет важное самостоятельное значение, а также «является удобной отправной точкой для построения более сложных моделей диагностики электрических цепей» [29, с. 19]. Пусть принципиальная схема диагностируемой цепи содержит любые активные и пассивные элементы: резисторы,

конденсаторы, катушки индуктивности, взаимоиנדуктивности, транзисторы, усилители тока и напряжения, операционные усилители, гираторы, конверторы сопротивлений, независимые гармонические источники напряжения и тока. Если цепь содержит электронные компоненты, то в ней наблюдается малосигнальный режим и эти компоненты замещаются управляемыми источниками и идеальными операционными усилителями. Измерения напряжений и токов осуществляются в рабочем режиме на доступных узлах и ветвях. Используются действующие значения и начальные фазы узловых и междуузловых напряжений, а также токов ветвей и полюсов элементов. Известна часть параметров элементов. Требуется найти неизвестные параметры элементов в виде аналитических выражений, содержащих известные параметры, а также измеренные токи и напряжения.

Поставленная задача решена в [32] схемно-символьным методом [62] на основе принципа косвенной компенсации [37] с использованием идеальных операционных усилителей, представленных связанными ориентированными нуллорами [80] или неудаляемыми управляемыми источниками (НУИ) [62]. Принцип косвенной компенсации используется здесь для сведения задачи символьной топологической диагностики к задаче топологического анализа. В качестве исходной диагностируемой схемы (ИДС) используется схема замещения цепи, содержащая вольтметры, амперметры и фазометры. Любой двухполюсный элемент с неизвестным параметром (включая управляемые генераторы тока и напряжения) в ИДС компенсируется с помощью двух схемных операций: 1) замены этого элемента генератором НУИ (ГНУИ); 2) фиксации на некоторой произвольной ветви измеренного на ней напряжения  $\underline{U}$  или тока  $\underline{I}$ . Подчеркиванием отмечены здесь и далее комплексные действующие значения напряжений и токов. Фиксация напряжения  $\underline{U}$  осуществляется включением между соответствующими зажимами фиксирующей ветви по напряжению – последовательного соединения компенсирующего независимого источника ЭДС  $\underline{E}^C = \underline{U}$  и приемника НУИ (ПНУИ). Ток  $\underline{I}$  фиксируется включением в разрыв соответствующей ветви фиксирующей ветви по току – параллельного соединения компенсирующего независимого источника тока  $\underline{J}^C = \underline{I}$  и ПНУИ.

Полученная с помощью указанных преобразований схема замещения с компенсированными элементами (СКЭ) эквивалентна ИДС на основании теоремы о косвенной компенсации комплексного сопротивления [37]. Это позволяет через напряжения и токи СКЭ, используя принцип наложения [52], выразить неизвестные параметры элементов [37]. Однако принцип наложения требует получения значительного числа символьных схемных функций (ССФ) –  $2N(N_E + N_J + N_{EC} + N_{JC})$ , где  $N$  – число искоемых параметров,  $N_E$  и  $N_J$  – число независимых источников ЭДС и тока,  $N_{EC}$  и  $N_{JC}$  – число компенсирующих источников ЭДС и тока соответственно.



Можно сократить указанное количество ССФ до  $2N$ , применив для компенсации элементов управляемые источники (УИ) в соответствии с неявным принципом наложения [38]. Другим полезным усовершенствованием методики [32], вытекающим из первого, является получение искомого параметра в виде отношения определителей двух схем, производных от СКЭ, то есть минуя нахождение соответствующих напряжений и токов. Указанные возможности положены в основу эффективной методики символьной диагностики, излагаемой далее в этом разделе.

### 3.4.2. ПОНЯТИЕ О КОМПЕНСАЦИИ ЭЛЕКТРОКОМПОНЕНТОВ

Поставленная задача символьной диагностики ЛЭЦ решена в [32] путем перехода от нулорного представления матрично-численной задачи диагностики [29] к символьной задаче анализа схемно-алгебраическим методом [37] на основе НУИ. Задача диагностики преобразуется к задаче анализа с помощью компенсации в ИДС элементов с неизвестными параметрами с помощью двух схемных операций: 1) замены компенсируемого элемента ГНУИ; 2) фиксации на некоторой произвольной ветви измеренного на ней напряжения  $\underline{U}$  или тока  $\underline{I}$ . Подчеркиванием отмечены здесь и далее комплексные действующие значения напряжений и токов. Фиксация напряжения  $\underline{U}$  осуществляется включением между соответствующими зажимами фиксирующей ветви по напряжению – последовательного соединения компенсирующего независимого источника ЭДС  $\underline{E}^C = \underline{U}$  и ПНУИ. Ток  $\underline{I}$  фиксируется включением в разрыв соответствующей ветви фиксирующей ветви по току – параллельного соединения компенсирующего независимого источника тока  $\underline{J}^C = \underline{I}$  и ПНУИ. Вместо НУИ может быть использован также направленный нулор (рис. 1.1.2).

Полученная с помощью указанных преобразований схема замещения с компенсированными элементами (СКЭ) эквивалентна ИДС. Такого рода компенсацию, при которой компенсирующий независимый источник устанавливается не вместо компенсируемой ветви, как в классической теореме о компенсации [52], а взамен другой произвольной ветви, назовем косвенной компенсацией, а соответствующий метод компенсации – методом косвенной компенсации (МКК). Компенсация, основанная на классической теореме, рассматривается как прямая (непосредственная) компенсация элементов, а соответствующий метод диагностики называется методом прямой компенсации (МПК).

МПК позволяет упростить решение частной задачи символьной диагностики, когда измерены напряжения или токи на всех элементах с неизвестными параметрами. МКК в отличие от МПК является общим

методом компенсации элементов. Преимущества обоих методов можно объединить в методе комбинированной компенсации. В этом случае элементы с неизвестными параметрами, на которых измерены напряжения или токи, компенсируются МПК, а остальные элементы – МКК. Формирование более компактных и экономичных по количеству вычислительных операций выражений для искомых параметров обеспечивается применением методов прямой, косвенной и комбинированной компенсации на основе неявного принципа наложения источников воздействия и компенсирующих источников, изложенного во втором разделе пособия.

### 3.4.3. УСЛОВИЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ ДИАГНОСТИКИ

Базисная задача диагностики, для решения которой предназначены рассмотренные формулы, не всегда выполнима и требуется исследование условий ее разрешимости.

*Первым необходимым условием* разрешимости произвольной задачи диагностики или диагностируемости ЛЭЦ является тождественно ненулевой определитель ее схемы замещения в предположении, что параметры всех элементов известны [62]. Такой определитель соответствует определителю схемы в режиме анализа. Отличие от нуля определителя схемы является необходимым условием решения задачи диагностики, поскольку это достаточное условие существования и единственности решения задачи анализа [97]. Если это условие не выполняется, значит, некорректно построена модель цепи для ее анализа, а, следовательно, не имеет смысла ее диагностика на основе такой некорректной модели. Необходимо пересмотреть схему замещения ЛЭЦ, например, устранить излишнюю идеализацию элементов и привести ее к ненулевому определителю. Эффективным способом контроля определителя схемы являются обобщенные топологические условия вырождения схем [62].

*Второе необходимое условие* решения задачи диагностики заключается в том, что количество измеренных напряжений и токов  $m_{UI}$  должно быть не меньше количества параметров  $n$ , подлежащих определению [29]. Это условие назовем условием количества измерений. При этом из всех  $m_{UI}$  измерений используется для построения схемы с компенсированными элементами (СКЭ) только  $n$  токов и напряжений. Это необходимо, чтобы СКЭ характеризовалась определенной системой уравнений по законам *Кирхгофа* с числом уравнений, равным числу неизвестных токов и напряжений [29].

Используемые для построения СКЭ  $n$  токов и напряжений должны удовлетворять условию независимости, которое можно считать *третьим необходимым условием* разрешимости задачи диагностики. Это условие состоит в следующем: 1) ветви с измеряемыми напряжениями (вольтметры) и токами (амперметры) не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами напряжения, приемниками тока и ПНУИ; 2) амперметры и вольтметры не должны образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами тока, приемниками напряжения и ПНУИ. В частности, токи могут быть измерены не более чем в хордах, а напряжения – не более чем в ветвях дерева.

Условию независимости должны удовлетворять также напряжения и токи элементов с неизвестными параметрами. Это условие считается *четвертым необходимым условием* диагностируемости цепи и может быть сформулировано следующим образом: 1) двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы напряжения и тока независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами напряжения и генераторами НУИ; 2) двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы тока и напряжения независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами не должны образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами тока и генераторами НУИ. Третье и четвертое необходимые условия следуют, как и второе условие, из определенных систем уравнений для схем, соответствующих анализу и диагностике цепи.

*Пятым необходимым условием* разрешимости задачи диагностики параметра элемента следует считать условие его ненулевого режима. Если обе переменные (ток и напряжение), входящие в уравнение двухполюсного элемента или УИ, равны нулю, то определить параметр этого элемента нельзя. Для УИ достаточно одной нулевой (управляющей или управляемой) переменной, чтобы невозможно было определить его параметр. Для проверки условия ненулевого режима элемента необходимо найти в режиме анализа управляющую и управляемую переменные этого элемента. Если ток и напряжение сопротивления (проводимости) или управляющая переменная УИ тождественно равны нулю, то на основе данной схемы замещения определить параметр этого элемента нельзя. В частности, задача диагностики резисторов в рассматриваемом режиме неразрешима, когда их токи (напряжения) равны нулю [22]. Например, ток и напряжение резистора, включенного последовательно с ПНУИ, тождественно равны нулю. Определить параметр резистора при такой схеме включения нельзя. Необходимо перейти к более сложной схеме замещения, которая учитывает хотя и малые, но ненулевые значения тока и

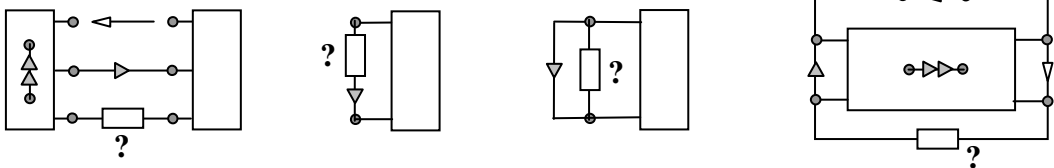
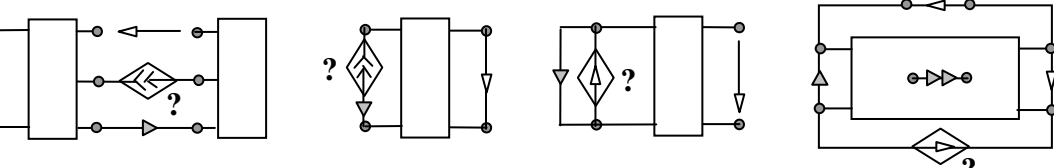

напряжения сопротивления (проводимости) или управляющей переменной УИ. Если режим исследуемого элемента нулевой только при определенном численном соотношении элементов, то провести диагностику такой цепи можно при наличии возможности изменения параметров некоторых элементов. Некоторые примеры невыполнения условия ненулевого режима для элемента с искомым параметром иллюстрируются в табл. 3.4.1.

Параметр иногда не определяется и в случае ненулевого тока или напряжения этого элемента, если его параметр не влияет на измеренное напряжение или ток. Это имеет место, если элемент нейтрализован [62]. Например, независимый источник ЭДС, подсоединенный к схеме одним полюсом или независимый источник тока, замкнутый накоротко, не влияют на режим схемы. Параметр элемента может не влиять на режим некоторых (всех) элементов схемы и в силу определенной топологии. Например, при параллельном соединении источника ЭДС и двух резисторов ток каждого из резисторов определяется только его собственным сопротивлением и не зависит от сопротивления другого резистора. Чтобы заранее исключить возможность построения ИДС, в которых искомым параметр не влияет на измеряемые токи или напряжения, следует проверить *шестое необходимое условие* диагностируемости цепи – условие влияния параметра. Для проверки этого условия следует получить в режиме анализа символьное выражение отклика (СВО) для измеренного тока или напряжения. Если искомым параметр входит в это СВО, то условие влияния параметра выполняется. В противном случае необходимо заменить наблюдаемую ветвь (положение вольтметра или амперметра). При диагностике нескольких параметров, каждый из них должен входить, по крайней мере, в одно СВО измеренных токов или напряжений.

*Седьмым необходимым условием* разрешимости базисной задачи диагностики является отличие от нуля определителя СКЭ, поскольку для получения искомых параметров в сущности используется анализ этой схемы, а условием существования и единственности решения задачи анализа является, как уже отмечалось, отличие от нуля ее определителя. Напомним, что определители СКЭ на основе независимых источников и на основе УИ тождественно равны [37]. Если условие ненулевого определителя СКЭ не выполняется, то необходимо сменить часть наблюдаемых ветвей [29] или тип некоторых измеряемых величин (напряжение на ток или наоборот).

Достаточными условиями разрешимости задачи диагностики являются только два из семи необходимых условий: условие ненулевого режима (пятое в перечне необходимых условий) и условие ненулевого определителя СКЭ (седьмое по порядку). Оставшиеся необходимые условия проверяются автоматически при поиске определителя СКЭ.

Таблица 3.4.1. Топологические признаки невыполнения условия ненулевого режима для элемента с искомым параметром

№	Классы схем
1	<p>Искомые сопротивления и проводимости образуют сечения (контуры) с ПНУИ и приемниками напряжения (тока)</p> 
2	<p>Генераторы напряжения (тока) с искомым параметром образуют контур (сечение) с ПНУИ и приемниками тока (напряжения)</p> 
3	<p>Параллельно-последовательное соединение резисторов и ПНУИ</p> 

### 3.4.4. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ УСЛОВИЙ ДИАГНОСТИРУЕМОСТИ ЦЕПИ

Чтобы исключить типичные случаи невыполнения условия независимости измерений, а также условия независимости режима элементов с неизвестными параметрами, необходимо при построении ИДС пользоваться следующими топологическими правилами, которые иллюстрируются в табл. 3.4.2:

1. Все вольтметры (приемники с измеренным напряжением) должны принадлежать одному произвольному дереву схемы и не образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами напряжения, приемниками тока и ПНУИ (строка 1 табл. 3.4.2).

Таблица 3.4.2. Топологические признаки вырождения ИДС

№	Классы схем
1	<p>Схемы с контуром из вольтметров, амперметров, независимых генераторов напряжения, приемников тока и ПНУИ</p>
2	<p>Схемы с сечением из амперметров, вольтметров, независимых генераторов тока, приемников напряжения и ПНУИ</p>
3	<p>Схемы с контуром из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов напряжения и ГНУИ</p>
4	<p>Схемы с сечением из элементов с неизвестными параметрами, независимых и управляемых генераторов тока и ГНУИ</p>
5	<p>Некоторые дополнительные схемы</p>

2. Все амперметры (приемники с измеренными токами) должны входить в произвольное множество хорд и не образовывать сечений как отдельно, так и в совокупности с независимыми генераторами тока, приемниками напряжения и ПНУИ (строка 2 табл. 3.4.2).

3. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы напряжения и тока независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать контуров как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами напряжения и генераторами НУИ (строка 3 табл. 3.4.2).

4. Двухполюсные элементы с неизвестными параметрами, а также генераторы тока и напряжения независимых и управляемых источников с неизвестными параметрами, не должны образовывать сечений, как отдельно, так и в совокупности с независимыми и управляемыми генераторами тока и генераторами НУИ (строка 4 табл. 3.4.2).

Перечисленные правила вытекают из условий вырождения схем, рассмотренных в п. 1.2.2. Соблюдение правил 1–4 построения ИДС не освобождает от формирования выражения определителя СКЭ и проверки его значения на ноль, поскольку возможны другие варианты вырождения ИДС (см., например, строку 5 в табл. 3.4.2).

Диагностируемость того или иного параметра может отсутствовать и в случаях, когда определитель СКЭ отличен от нуля. Это имеет место, как было отмечено в подразделе 3.3, в случае ненулевого режима диагностируемого элемента. Поэтому в качестве более сильного условия диагностируемости параметра можно рассматривать отличие от нуля схемных определителей для числителя и знаменателя СВП.

Ненулевой режим элемента всегда устраняется путем выбора более сложной (точной) схемы замещения. Однако ИДС с нулевым определителем СКЭ не всегда может быть преобразована к невырожденной схеме путем изменения положения вольтметров и амперметров.

Необходимые условия полезны для выяснения причин недиагностируемости цепи. При проверке диагностируемости пользуются достаточными условиями. Однако, несмотря на существование двух достаточных условий, применять рассмотренные выше диагностические формулы можно уже при выполнении одного условия – условия ненулевого определителя СКЭ. Если в результате расчета искомого параметра получается неопределенность  $0/0$ , то это означает, что не выполняется условие ненулевого режима и, как отмечалось, найти этот параметр в рамках используемой для построения ИДС схемы замещения (принципиальной схемы) нельзя. Если же функция искомого параметра принимает неопределенное значение  $0/0$  только при некотором соотношении численных значений параметров, то необходимо исследовать эту функцию с целью ухода от данной численной неопределенности путем

изменения параметров доступных элементов (источников воздействия, нагрузки).

Если условие ненулевого определителя СКЭ не может быть удовлетворено в рамках базисной задачи, то следует перейти к тестовой задаче на основе многократного эксперимента. В этом случае также можно построить САФ для СВП. В частности, не могут быть найдены в рамках базисной задачи параметры двух последовательно соединенных элементов, когда их общий узел недоступен для измерения [29]. Эту задачу можно решить с помощью двукратного эксперимента, используя метод косвенной или комбинированной компенсации. Для этого компенсируется целиком вся сложная двухполюсная ветвь. Расчет токов и напряжений для этой ветви выполняется для двух режимов схемы. В результате получают СВП для каждого из элементов, составляющих эту ветвь.

### 3.5. ПРИМЕР ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ ПРЯМОЙ КОМПЕНСАЦИИ

Рассмотрим пример символьной диагностики электронной цепи [29, 32]. Принципиальная схема усилителя представлена на рис. 3.5.1,а, а ее схема замещения в режиме малого сигнала приведена на рис. 3.5.1,б. В этой ИДС известны: действующее значение ЭДС входного гармонического источника, сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_{к1}$ ,  $R_{к2}$ , коэффициенты передачи тока  $\beta_1$  и  $\beta_2$  транзисторов  $V_1$  и  $V_2$ , параметры всех элементов, кроме сопротивлений  $R_{б1}$  и  $R_{б2}$ , которые нужно определить. Измерены действующие значения напряжений  $U_1$  и  $U_2$ . Поскольку схема замещения на 3.5.1,б не содержит реактивных элементов, то фазы всех элементов одинаковы, и для упрощения записи напряжения и токи можно представлять только действующими значениями без учета их начальных фаз. Требуется найти СВП для неизвестных сопротивлений  $R_{б1}$  и  $R_{б2}$ .

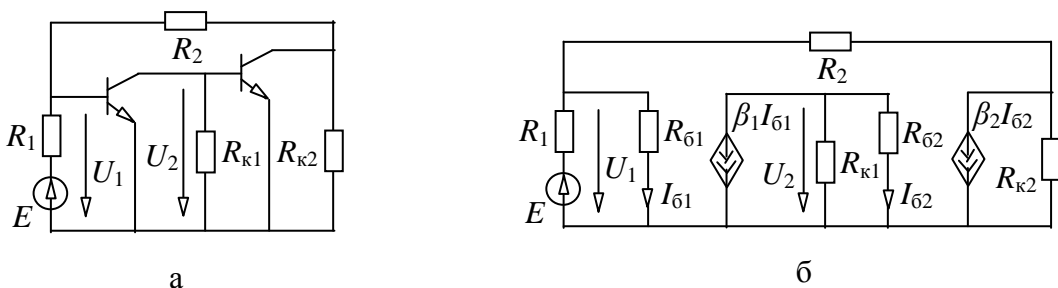


Рис. 3.5.1. Принципиальная схема электронного усилителя (а) и ее схема замещения (б)







СAB первого множителя третьего слагаемого знаменателя выражения (3.5.4) имеет вид

$$N_{YI_{61}E_2} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } N_{YI_{61}E_2} \\ \text{Resistor } R_1 \text{ in parallel with } I_{61} \\ \text{Resistor } R_2 \text{ in series with } \beta_1 I_{61} \\ \text{Resistor } R_{k1} \text{ in parallel with } I_{62} \\ \text{Resistor } R_{k2} \text{ in parallel with } \beta_2 I_{62} \end{array} \end{array} \right|. \quad (3.5.9)$$

Выражение (3.5.9) упрощается в результате нейтрализации УИ  $\beta_1 I_{61}$ , стягивания сопротивлений  $R_{61}$  и  $R_{k1}$ , преобразования в НУИ  $\beta_2 I_{62}$ , выделения  $R_1$  и  $R_{k2}$ , а также стягивания  $R_2$

$$N_{YI_{61}E_2} = R_1 R_{k2} \beta_2 \left| \begin{array}{c} \text{Simplified circuit diagram} \\ \text{Resistor } R_1 \text{ in parallel with } \beta_2 I_{62} \\ \text{Resistor } R_{k2} \text{ in parallel with } I_{62} \end{array} \right|. \quad (3.5.10)$$

В результате стягивания  $R_{k1}$ , взаимной замены номеров у ГНУИ, а также удаления двух пар последовательно включенных ГНУИ и ПНУИ получаем

Подставляя полученные множители (3.5.6), (3.5.8), (3.5.10) в выражение (3.5.4), запишем

$$R_{61} = \frac{DE_1}{R_{k1}(R_2 + R_{k2})E - R_{k1}(R_1 + R_2 + R_{k2})E_1 + \beta_2 R_1 R_{k2} E_2}, \quad (3.5.11)$$

где  $D = R_1 R_{k1} [R_2 + R_{k2} (1 - \beta_1 \beta_2)]$ .

СВП для другого искомого сопротивления формируется аналогично:

$$R_{62} = \frac{DE_2}{-\beta_1 R_{k1} (R_2 + R_{k2})E + \beta_1 R_{k1} (R_1 + R_2 + R_{k2})E_1 - R_1 (R_2 + R_{k2})E_2}. \quad (3.5.12)$$

### 3.6. МЕТОД КОСВЕННОЙ КОМПЕНСАЦИИ НА ОСНОВЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

Обратим внимание на то, что известный метод косвенной компенсации на основе независимых источников [29, 32] обеспечивает построение СВП только в канонической форме, то есть группированием слагаемых алгебраических выражений относительно параметров независимых источников. Это не позволяет выполнить факторизацию СВП в процессе их формирования в соответствии с алгоритмом оптимальной свертки [61] для получения компактных и экономичных по числу арифметических операций выражений, а также увеличивает затраты на построение СВП за счет повторного нахождения подвыражений. В

предлагаемом методе компенсации на основе УИ фиксирующие ветви по напряжению и току содержат источники, управляемые напряжением или током соответствующего опорного источника. В качестве такого источника в силу неявного принципа наложения может быть выбран любой независимый источник, как собственный источник схемы, так и дополнительно введенный в схему источник с единичным параметром. Таким образом, в СКЭ оказывается единственный независимый источник и, следовательно, СВП могут быть получены в неканонической форме в виде отношения схемных определителей, что обеспечивает (при надлежащем порядке выделения элементов в разложении [61]) формирование оптимальных по сложности выражений.

Выведем схемно-алгебраические формулы (САФ) для СВП. Используем один из вариантов реализации неявного принципа наложения – метод отношений воздействий [38], в котором в качестве опорного источника выбирается один из собственных источников схемы.

### 3.6.1. КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ СОБСТВЕННОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

На рис. 3.6.1,а представлена произвольная ИДС с искомым сопротивлением  $Z_s$ , в которой прямоугольником обозначен неавтономный многополюсник. Для определения  $Z_s$  измерено напряжение  $\underline{U}_f$  на некоторой произвольной (доступной) ветви  $f$ , которая обозначена символом вольтметра  $V$ . При построении СКЭ искомое сопротивление всегда заменяется на ГНУИ, который показан на рис. 3.6.1,б укрупненной двойной стрелкой. При использовании традиционного принципа наложения [52] в СКЭ помещается фиксирующая ветвь в виде последовательного соединения ПНУИ (укрупненная одинарная стрелка) с независимым источником напряжения, как показано на рис. 3.6.1,б. Аналогично поступаем при наличии нескольких двухполюсных ветвей с неизвестными параметрами, в том числе и генераторов УИ. Важно, чтобы число измеренных токов и напряжений было равно числу искомых параметров.



Рис. 3.6.1. ИДС с искомым резистором (а) и ее СКЭ на основе независимых источников (б)

При использовании неявного принципа наложения в СКЭ помещается фиксирующая ветвь в виде последовательного соединения ПНУИ с источником напряжения, управляемым напряжением или током опорного источника. На рис. 3.6.2,а в качестве опорного источника выбран источник с напряжением  $\underline{U} = \underline{E}$ . Как видно, преобразование ИДС в СКЭ теперь затрагивает не только ветвь с искомым параметром и вольтметром, но и все ветви с независимыми источниками напряжения и тока, которые замещаются соответствующими источниками, управляемыми также напряжением опорного источника, с параметрами  $k_f = \underline{U}_f/\underline{E}$ ,  $k_b = \underline{E}_b/\underline{E}$  и  $y_b = \underline{J}_b/\underline{E}$ . Невырожденная СКЭ на рис. 3.6.1,б будет эквивалентна СКЭ на рис. 3.6.2,а в соответствии с обобщенной обратной теоремой о компенсации [38].

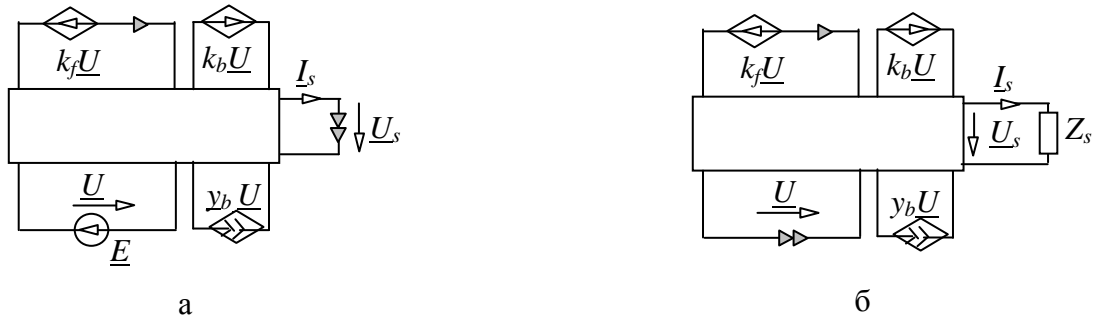


Рис. 3.6.2. СКЭ на основе УИ (а) и ее СДЭ (б)

По СКЭ на основе УИ, используя метод схемных определителей [37] и закон *Ома*, найдем схемно-алгебраическую формулу для искомого сопротивления

$$Z_s = \frac{U_s}{I_s} = \frac{K_{UsE} \cdot \underline{E}}{Y_{IsE} \cdot \underline{E}} = \frac{N_{KUsE} / D}{N_{YIsE} / D} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } k_f U, k_b U, y_b U, U, \text{ and } I_s \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } k_f U, k_b U, y_b U, U, \text{ and } I_s \end{array} \\ \hline \end{array}}, \quad (3.6.1)$$

где  $K_{UsE}$ ,  $Y_{IsE}$  – коэффициент передачи напряжения и передаточная проводимость от опорного источника  $\underline{E}$  к приемникам напряжения  $\underline{U}_s$  и тока  $\underline{I}_s$  соответственно;  $N_{KUsE}$  и  $N_{YIsE}$  – числители функций  $K_{UsE}$  и  $Y_{IsE}$  соответственно;  $D$  – определитель СКЭ. Схемы, соответствующие  $N_{KUsE}$  и  $N_{YIsE}$ , получены из СКЭ путем замены независимого источника и приемников напряжения и тока на ГНУИ и ПНУИ соответственно.

В числителе и знаменателе (3.6.1) поменяем взаимно номера у ГНУИ. Параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ заменим переключкой, а их последовательное согласное включение удалим из схемы, изменив при этом знак определителя на противоположный. Полученную САФ занесем в строку 1 табл. 3.6.1, где символом  $M_1$  обозначен двухполюсник, содержащий СДЭ без сопротивления  $Z_s$ .

Обратим внимание на то, что числитель и знаменатель выражения (3.6.1) и САФ в строке 1 табл. 3.6.1 являются производными схемами от одной и той же схемы, представленной на рис. 3.6.2,б. Эта схема получена из СКЭ на рис. 3.6.2,а путем декомпенсации искомого сопротивления (возврата его в схему) и замены опорного источника генератором НУИ с противоположным направлением. Эту схему назовем схемой с декомпенсированным элементом (СДЭ).

Использование СДЭ позволяет записать искомое сопротивление в виде

$$Z_s = -\frac{\Delta_z}{\Delta^z}, \quad (3.6.2)$$

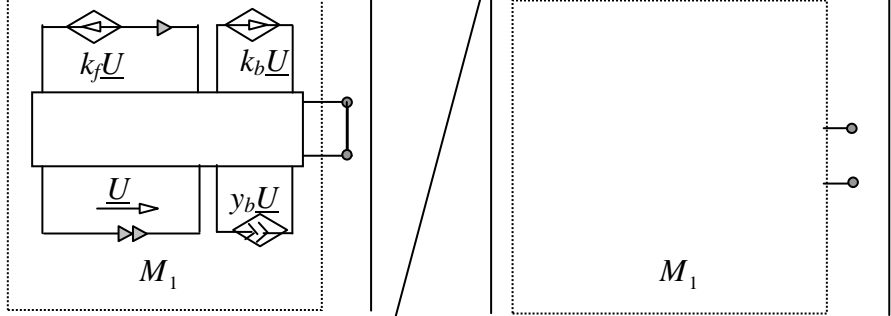

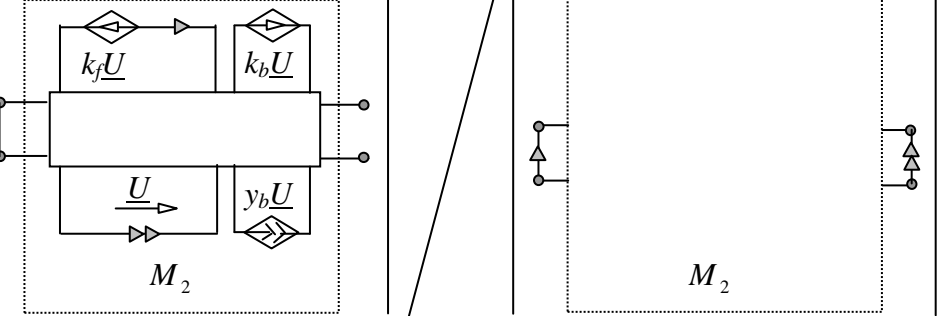



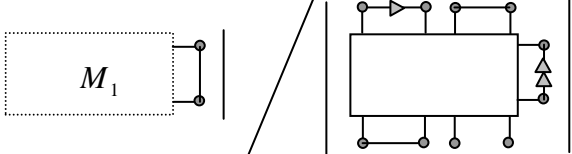

где  $\Delta_z, \Delta^z$  – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 3.6.2,б путем стягивания (замены идеальным проводником) и удаления соответственно сопротивления  $Z_s$ . Формула (3.6.2) является краткой записью САФ из строки 1 табл. 3.6.1, использующей известные схемные операции стягивания и удаления, однотипные с формулой выделения сопротивления при символьном анализе цепей [62].

САФ для искомой проводимости находится по той же СКЭ, что и формула для сопротивления. При этом подразумевается, что в ИДС на рис. 3.6.1,а вместо сопротивления помещена проводимость  $Y_s$ . Сформированная таким образом САФ для  $Y_s$  занесена в строку 2 табл. 3.6.1 или в алгебраическом виде

$$Y_s = -\frac{\Delta^y}{\Delta_y}, \quad (3.6.3)$$

где  $\Delta^y, \Delta_y$  – определители схем, производных от СДЭ на рис. 3.6.2,б, в которой сопротивление  $Z_s$  заменено на проводимость  $Y_s$ ; верхний и нижний индексы при символе  $\Delta$  означают удаление и стягивание элемента  $Y_s$  соответственно.

Таблица 3.6.1. Диагностические САФ на основе собственного опорного источника

№	Элемент и его САФ
1	<p>Сопротивление</p> <p><math>Z_s = -</math></p> 
2	<p>Проводимость</p> <p><math>Y_s = -</math></p> 
3	<p>ИТУТ</p> <p><math>\beta_s = -</math></p> 
4	<p>ИНУН</p> <p><math>k_s = -</math></p> 
5	<p>ИТУН</p> <p><math>Y_{ys} = -</math></p> 
6	<p>ИНУТ</p> <p><math>Z_{ys} = -</math></p> 
7	<p>Независимый источник ЭДС</p> <p><math>E_s =</math></p> 
8	<p>Независимый источник тока</p> <p><math>I_s =</math></p> 

Рассмотрим теперь вывод формул для искомых параметров УИ. Для определенности возьмем ИДС с источником тока, управляемым током (ИТУТ), и представим ее на рис. 3.6.3,а. Изображенный здесь многополюсник является также неавтономным, как и в ИДС с искомым сопротивлением. Компенсируем ИТУТ с помощью принципа косвенной компенсации, который справедлив не только для сопротивления, но и для любой двухполюсной ветви. Независимые источники в полученной СКЭ преобразуем в УИ так, как это было сделано применительно к СКЭ с сопротивлением. Преобразованная СКЭ представлена на рис. 3.6.3,б.

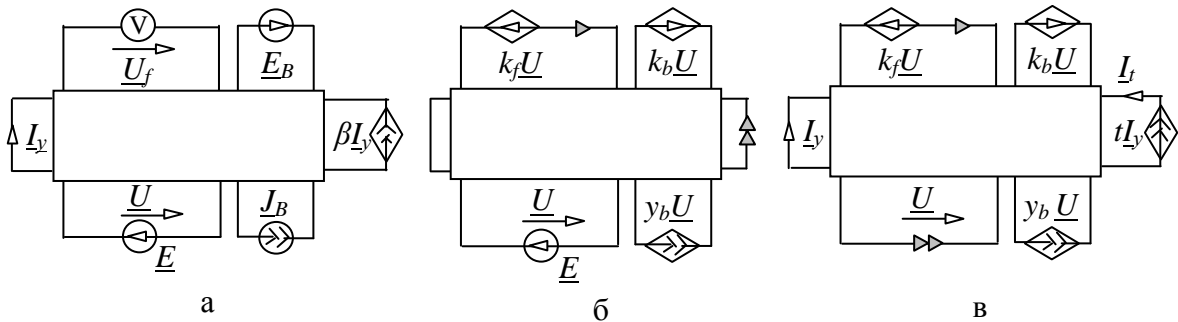


Рис. 3.6.3. ИДС (а) с ИТУТ, ее СКЭ (б) на основе УИ и СДЭ (в)

По СКЭ на рис. 3.6.3,б, которая эквивалентна ИДС в силу эквивалентности преобразований, использованных для ее получения, находим параметр ИТУТ

$$\beta = \frac{I_{\beta}}{I_y} = \frac{Y_{I\beta E} \cdot E}{Y_{I_y E} \cdot E} = \frac{N_{Y_{I\beta E}}}{N_{Y_{I_y E}}} = \frac{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit } \beta \\ \hline \text{Circuit } \gamma \end{array} \right|}{\left| \begin{array}{c} \text{Circuit } \beta \\ \hline \text{Circuit } \gamma \end{array} \right|}, \quad (3.6.4)$$

где  $Y_{I\beta E}$  и  $Y_{I_y E}$  – передаточные проводимости от опорного источника  $E$  к приемникам тока  $I_{\beta}$  и  $I_y$  соответственно;  $N_{Y_{I\beta E}}$  и  $N_{Y_{I_y E}}$  – числители ССФ  $Y_{I\beta E}$  и  $Y_{I_y E}$  соответственно. Знаменатели ССФ  $Y_{I\beta E}$  и  $Y_{I_y E}$  в (4) не показаны,



поскольку, как уже отмечалось, они одинаковы для всех ССФ и равны определителю СКЭ.

Поменяем взаимно номера у ГНУИ в числителе (3.6.4), удалим последовательное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ с номером 2. Также поменяем номера у ПНУИ в знаменателе, учтем изменение знака полученной формулы. Занесем ее в строку 3 табл. 3.6.1. Эту формулу по аналогии с формулами для сопротивления (3.6.2) и проводимости (3.6.3) можно записать в алгебраическом виде

$$\beta = -\frac{\Delta(\beta = 0)}{\Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (3.6.5)$$

где  $\Delta(\beta = 0)$ ,  $\Delta(\beta \rightarrow \text{НУИ})$  – определители производных схем, полученных из СДЭ на рис. 3.6.3, в путем нейтрализации ИТУТ и преобразования его в НУИ соответственно.

Формула для параметров других типов УИ – источника тока, управляемого напряжением (ИТУН), источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН), и источника напряжения, управляемого током (ИНУТ), аналогична (3.6.5) и может быть представлена в обобщенном виде

$$\chi = -\frac{\Delta(\chi = 0)}{\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})}, \quad (3.6.6)$$

где  $\chi$  – обобщенный параметр УИ: коэффициент передачи тока  $\beta$ ; коэффициент передачи напряжения  $k$ ; передаточное сопротивление  $Z_y$  или передаточная проводимость  $Y_y$ ;  $\Delta(\chi = 0)$  и  $\Delta(\chi \rightarrow \text{НУИ})$  – определители СДЭ, аналогичной рис. 3.6.3, в, в которой рассматриваемый УИ нейтрализован или преобразован в НУИ соответственно. Знаменатель (3.6.6) для всех УИ одинаков, поскольку преобразование УИ в НУИ осуществляется независимо от типа УИ [63].

САФ для искомых параметров ИНУН  $k_s$ , ИТУН  $Y_{ys}$  и ИНУТ  $Z_{ys}$  приведены в строках 4, 5 и 6 табл. 3.6.1 соответственно. Во всех случаях управляющие ветви выведены с левой стороны четырехполюсника, а управляемые ветви – с его правой стороны. Направление этих ветвей принято таким же, как у ИТУТ на рис. 3.6.3, а. Во всех САФ используется четырехполюсник  $M_2$ , очерченный штриховой линией.

Вывод САФ для искомой ЭДС  $\underline{E}_s$  начинаем с построения ИДС на рис. 3.6.4, а. Компенсируем неизвестную ЭДС  $\underline{E}_s$ , как и другие ранее рассмотренные элементы, с помощью метода косвенной компенсации с собственным опорным источником (см. рис. 3.6.4, б). По СКЭ находим искомый параметр ЭДС

$$\underline{E}_s = \underline{U}_s = K_{UsE} \underline{E} = \frac{N_{KUsE}}{D} \underline{E} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{cc} \overleftarrow{k_f U} & \overleftarrow{k_b U} \\ \hline \overrightarrow{U} & \overleftarrow{y_b U} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{cc} \overrightarrow{U} & \overleftarrow{y_b U} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}}, \quad (3.6.7)$$

где  $D$  – определитель СКЭ и знаменатель коэффициента  $K_{UsE}$ ; схема знаменателя получена из СКЭ нейтрализацией опорного источника  $\underline{E}$ , что приводит к нейтрализации всех УИ, управляемых напряжением  $\underline{U} = \underline{E}$ .

Выполним в числителе (3.6.7) взаимную замену номеров у ГНУИ, замещение идеальным проводником встречного параллельного соединения ГНУИ и ПНУИ с номером 2, при этом знак выражения не изменится. Полученная САФ занесена в строку 7 табл. 3.6.1.

Алгебраическая формула для параметра независимого источника ЭДС имеет вид

$$\underline{E}_s = \frac{\Delta(\underline{E}_s = 0)}{\Delta(\text{ГНУИ} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (3.6.8)$$

где  $\Delta(\underline{E}_s = 0)$  – определитель СДЭ на рис. 3.6.4,в при нейтрализованном источнике  $\underline{E}_s$ ;  $\Delta(\text{ГНУИ} \Rightarrow \underline{E}_s; \underline{U} = 0)$  – определитель этой же схемы, в которой ГНУИ перемещен на место ЭДС  $\underline{E}_s$ , а приемник напряжения  $\underline{U}$  заменен идеальным проводником. СДЭ для источника ЭДС  $\underline{E}_s$  получена, как и для других элементов, из соответствующей СКЭ на рис. 3.6.4,б путем декомпенсации  $\underline{E}_s$  и замены опорного источника  $\underline{E}$  на ГНУИ.

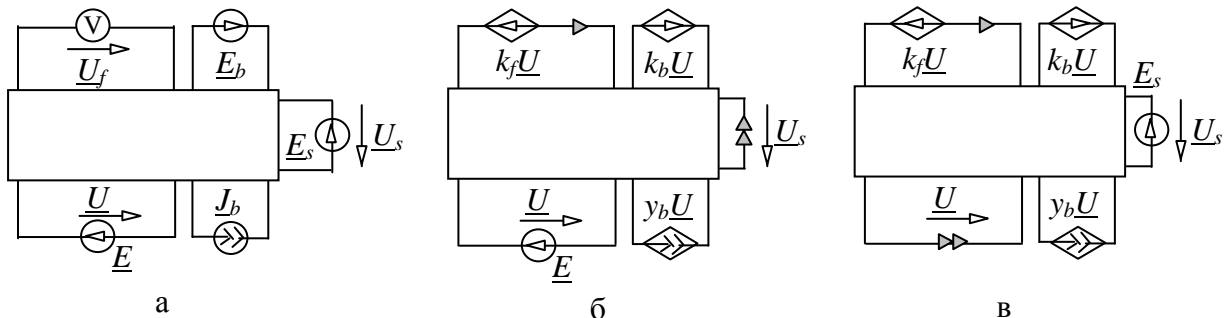


Рис. 3.6.4. ИДС (а) с искомым источником ЭДС  $\underline{E}_s$ , ее СКЭ на основе УИ (б) и СДЭ (в)

Аналогичные формулы могут быть получены для независимого источника тока. Для этого нужно использовать ИДС и СДЭ, построенные из схем на рис. 3.6.4,а, в путем замены источника ЭДС  $\underline{E}_s$  на источник тока  $\underline{J}_s$ . СКЭ на рис. 3.6.4,б сохраняется при этом без изменения. Сформированная таким образом САФ для параметра  $\underline{J}_s$  дана в строке 8 табл. 3.6.1. Соответствующее алгебраическое выражение имеет вид

$$\underline{J}_s = \frac{\Delta(\underline{J}_s = 0)}{\Delta(\text{ГНУИ} \Rightarrow \underline{J}_s; \underline{U} = 0)}, \quad (3.6.9)$$

где  $\Delta(\underline{J}_s = 0)$  – определитель СДЭ при нейтральном искомом источнике  $\underline{J}_s$ . Знаменатель (3.6.9) совпадает со знаменателем формулы (3.6.8) для определения ЭДС.

Алгебраические формулы (3.6.2), (3.6.3), (3.6.6), (3.6.8), (3.6.9) и соответствующие схемно-алгебраические формулы из табл. 3.6.1 позволяют получить при соблюдении правил первоочередного выделения параметров с максимальным участием [61] символьные выражения для искомых параметров элементов с меньшей трудоемкостью и в более компактной форме с меньшим числом вычислительных операций по сравнению с известной методикой [32]. Использование неявного принципа наложения обеспечивает экономию операций умножения в 1,5...2 раза при одновременном сокращении числа сложений [38]. Уменьшение количества операций будет наблюдаться как в числителе, так и в знаменателе СВП.

Предложенные выше диагностические формулы получены для случая опорного и измеренного напряжений. Нетрудно получить аналогичные формулы в случае опорного и измеренного токов. Для этого строится СДЭ на основе опорного источника тока в соответствии с обобщенной обратной теоремой о компенсации [37], а вместо фиксирующей ветви по напряжению используется фиксирующая ветвь по току [37]. САФ в табл. 3.6.1 должны быть изменены соответственно изменению СДЭ.

### 3.6.2. КОМПЕНСАЦИЯ НА ОСНОВЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОПОРНОГО ИСТОЧНИКА

СВП, полученные на основе компенсации с собственным опорным источником, наряду с параметрами сопротивлений, проводимостей и УИ, содержат отношения параметров независимых источников, измеренных токов (напряжений) и параметра опорного источника. При необходимости можно избежать этого, используя дополнительный единичный источник напряжения или тока [38]. Единичный источник напряжения вводится последовательно с произвольным собственным источником напряжения ИДС, а единичный источник тока – параллельно собственному источнику

тока. Для компенсации единичного источника из параметра соответствующего собственного источника вычитается единица. Однако удобнее в качестве опорного источника использовать дополнительный разомкнутый единичный источник ЭДС [38], который не требует для сохранения эквивалентности схемы изменения параметра одного из собственных ее источников. В этом случае единичный источник ЭДС подключается к произвольному узлу ИДС только одним полюсом, второй полюс остается свободным. Единичный источник тока подсоединяется к одному и тому же узлу схемы обоими полюсами.

При использовании единичного опорного источника в формируемые СКЭ и СДЭ будут включены только УИ с параметрами, формально совпадающими с параметрами независимых источников и измеренными токами (напряжениями), но имеющими соответствующие физические размерности. При этом диагностические алгебраические формулы (3.6.2), (3.6.3), (3.6.6), (3.6.8) и (3.6.9) остаются справедливыми, однако СДЭ получается из СКЭ с независимыми источниками в результате введения единичного источника одним из названных двух способов. На рис. 3.6.5 показано использование второго, более предпочтительного, способа. Узел  $d$ , к которому подсоединяется единичный источник, выбирается на ИДС произвольно.

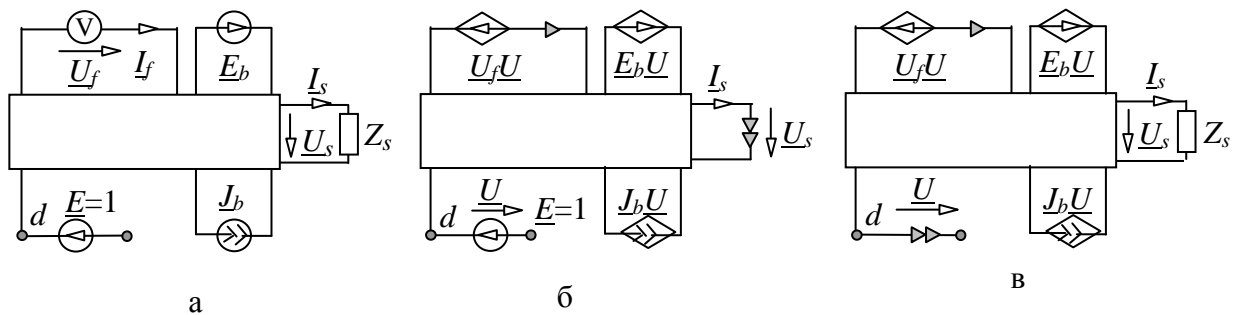


Рис. 3.6.5. ИДС с искомым резистором (а), ее СКЭ (б) и СДЭ (в) на основе единичного источника ЭДС и измеренного напряжения  $U_f$

Диагностические САФ при использовании единичного опорного источника получаются из аналогичных формул в табл. 3.6.1 заменой многополюсников  $M_1$  и  $M_2$  на многополюсники  $M_1$  и  $M_2$ , взятые из любой строки табл. 3.6.2. Заметим, что в первой, второй, третьей и четвертой строках табл. 3.6.2 представлены многополюсники  $M_1$  и  $M_2$ , использующие опорное и измеренное напряжения, опорный ток и измеренное напряжение, опорное напряжение и измеренный ток, опорный и измеренный ток соответственно. Расположение соответствующих полюсов как у  $M_1$ , так и  $M_2$ , в табл. 1 и табл. 3.6.2 совпадают.

Таблица 3.6.2. Схемы многополюсников для обобщения САФ из табл. 3.6.1 на основе дополнительного единичного источника

№	Тип искомым элементов	
	$Z_s, Y_s, E_s, J_s$	$\beta_s, k_s, Y_{ys}, Z_{ys}$
1	Измеренное и опорное напряжения	
2	Измеренное напряжение и опорный ток	
3	Измеренный ток и опорное напряжение	
4	Измеренный и опорный токи	

Если известны напряжение или ток диагностируемого элемента, то целесообразно использовать его прямую компенсацию, то есть заменять этот элемент с неизвестным параметром источником напряжения или тока, управляемым напряжением или током соответствующего опорного (собственного или дополнительного) источника. Таким образом, для прямой компенсации не используется НУИ. Доказательство правомерности использования метода прямой компенсации на основе УИ проводится на основе классической теоремы о компенсации [52] и обобщенной обратной теоремы о компенсации [38]. При использовании для построения одной и той же СКЭ, как прямой, так и косвенной компенсации, можно говорить о методе комбинированной компенсации, для которого представленные здесь диагностические формулы остаются справедливыми.

### 3.7. АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРОННОГО УСИЛИТЕЛЯ МЕТОДОМ РАЗОМКНУТОГО ЕДИНИЧНОГО ИСТОЧНИКА

Выполним с помощью предложенных диагностических формул исследование низкочастотного электронного усилителя [69], принципиальная схема которого дана на рис. 3.7.1,а, а ИДС на рис. 3.7.1,б. В этой схеме известны: действующее значение  $E$  ЭДС входного гармонического источника, сопротивления  $R_1, R_2, R_{\beta 1}, R_{\beta 2}, R_{к1}, R_{к2}$ . Измерены действующие значения напряжений  $U_1$  и  $U_3$ . Фазы напряжений и токов не рассматриваются, поскольку они одинаковы для всех переменных. Требуется сформировать СВП для неизвестных коэффициентов передачи токов транзисторов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ .

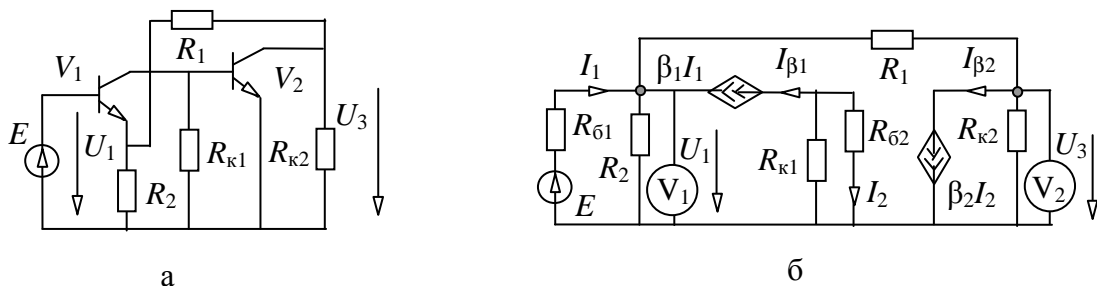


Рис. 3.7.1. Принципиальная схема электронного усилителя (а) и его ИДС (б)

Прежде всего, необходимо проверить условия разрешимости сформулированной здесь базисной задачи диагностики. Исследуем достаточные условия. Для проверки условия ненулевого определителя СКЭ построим СКЭ методом комбинированной компенсации на основе независимых источников. Для компенсации ИТУТ  $\beta_1 I_1$  используем

косвенную компенсацию, а для ИТУТ  $\beta_2 I_2$  – прямую компенсацию. Вольтметр  $V_1$  заменим фиксирующей ветвью по напряжению с источником напряжения  $U_1$  и ПНУИ, ИТУТ  $\beta_1 I_1$  – ГНУИ, а ИТУТ  $\beta_2 I_2$  вместе с вольтметром  $V_2$  – источником напряжения  $U_3$ . Полученная СКЭ представлена на рис. 3.7.2.

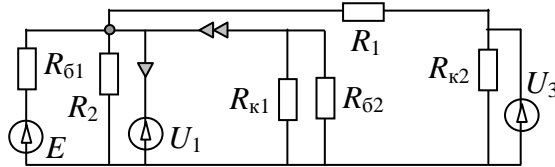


Рис. 3.7.2. СКЭ электронного усилителя

Схема определителя СКЭ получается из СКЭ на рис. 3.7.2 в результате нейтрализации независимых источников

$$D = \left| \begin{array}{cccccc} R_{61} & & & & & \\ & R_2 & & & & \\ & & \triangleleft & & & \\ & & & R_{k1} & & \\ & & & & R_{62} & \\ & & & & & R_{k2} \\ & & & & & & R_1 \end{array} \right|. \quad (3.7.1)$$

Преобразуем схемно-алгебраическое выражение (10) к алгебраическому виду, воспользовавшись методом схемных определителей [62]. Для этого выделим замкнутое накоротко сопротивление  $R_{k2}$  и параллельные ПНУИ сопротивления  $R_{61}$ ,  $R_1$  и  $R_2$ . Удалим последовательное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ с изменением знака выражения. Учтем, что определитель оставшегося контура из сопротивлений  $R_{k1}$  и  $R_{62}$  равен их сумме. Отсюда получается символьное выражение определителя СКЭ

$$D = -R_1 R_2 R_{61} R_{k2} (R_{62} + R_{k1}). \quad (3.7.2)$$

Определитель  $D$  не равен нулю, если сопротивления  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_{61}$ ,  $R_{k2}$  ненулевые и отличается от нуля одно из сопротивлений  $R_{62}$  или  $R_{k1}$ .

Проверяем второе достаточное условие – условие ненулевого режима искомых элементов. Для этого сформируем символьные выражения токов УИ для схемы на рис. 3.7.1,б в режиме анализа, предполагая, что параметры всех элементов схемы известны и заданы в символьном виде

$$I_{\beta 1} = N_{\beta 1} / D_a \quad \text{и} \quad I_{\beta 2} = N_{\beta 2} / D_a, \quad (3.7.3)$$

где  $N_{\beta 1}$ ,  $N_{\beta 2}$ ,  $D_a$  – числители и знаменатель (определитель схемы) символьных выражений токов.

Сформируем определитель схемы

$$D_a = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } D_a \text{ (3.7.4)} \\ \text{Resistors: } R_{\delta 1}, R_2, R_{\kappa 1}, R_{\delta 2}, R_{\kappa 2}, R_1 \\ \text{Currents: } I_1, \beta_1 I_1, I_2, \beta_2 I_2 \end{array} \\ \cdot \end{array} \right. \quad (3.7.4)$$

Схема определителя (3.7.4) получена из схемы на рис. 3.7.1,б в результате нейтрализации независимого источника напряжения, приемников тока  $I_{\beta 1}$ ,  $I_{\beta 2}$  и удаления вольтметров  $V_1$  и  $V_2$ .

Преобразование схемно-алгебраического выражения (3.7.4) к алгебраическому виду начнем с выделения сопротивления  $R_2$

$$D_a = R_2 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \\ \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right) \cdot \quad (3.7.5)$$

В первой производной схеме выражения (3.7.5) выделяем ИТУН  $\beta_2 I_2$ . Во второй производной схеме выделяется сопротивление  $R_{\delta 1}$ , при этом нейтрализуется ИТУН  $\beta_1 I_1$ , а за ним – ИТУН  $\beta_2 I_2$ , между генератором и приемником которого отсутствует контур передачи. В результате этих преобразований выражение (14) приводится к виду

$$D_a = R_2 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3} \\ \text{Circuit diagram 4} \end{array} \right) + R_{\delta 1} \left( \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 5} \end{array} \right) \cdot \quad (3.7.6)$$

В первой производной схеме выражения (3.7.6) стягиваем  $R_{\delta 2}$ , выделяем  $R_{\kappa 1}$  и  $R_{\kappa 2}$ , стягиваем  $R_1$ , выделяем  $\beta_1 I_1$ . Ко второй производной схеме дважды применяем формулу бисекции по двум узлам [87] – сначала по  $b$  и  $c$ , затем по  $a$  и  $c$ . Третий схемный определитель раскрывается на основе формулы бисекции по одному узлу [87] – узлу  $c$ . Отсюда получаем

$$D_a = R_2 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 6} \\ \text{Circuit diagram 7} \end{array} \right) + R_{\delta 1} (R_{\kappa 1} + R_{\delta 2}) (R_1 + R_{\kappa 2}) = R_2 \{ \beta_2 R_{\kappa 1} R_{\kappa 2} \beta_1 + \\ + (R_{\kappa 1} + R_{\delta 2}) [(R_1 + R_{\kappa 2})(1 + \beta_1) + R_{\delta 1}] \} + R_{\delta 1} (R_{\kappa 1} + R_{\delta 2}) (R_1 + R_{\kappa 2}). \quad (3.7.7)$$



Решение задачи анализа схемы на рис. 3.6.1,б существует и единственно, если определитель (3.7.7) не равен нулю. Это выполняется автоматически при соблюдении уже рассмотренного условия ненулевого определителя СКЭ.

Найдем числитель тока  $I_{\beta 1}$  из (3.7.3)

$$N_{\beta 1} = \left| \begin{array}{cccccc} I_1 & & & & & \\ R_{\beta 1} & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ \beta_1 I_1 & & & & & \\ R_{\kappa 1} & & & & & \\ I_2 & & & & & \\ \beta_2 I_2 & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E = \beta_1 \left| \begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ R_{\kappa 1} & & & & & \\ I_2 & & & & & \\ \beta_2 I_2 & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E. \quad (3.7.8)$$

Выражение (3.7.8) преобразовано путем стягивания сопротивления  $R_{\beta 1}$  и выделения ИТУТ  $\beta_1 I_1$ , нейтрализация которого делает схему вырожденной. Далее взаимно меняются номера у ПНУИ, последовательные соединения ГНУИ и ПНУИ замещаются с учетом знака разомкнутыми ветвями. Это влечет нейтрализацию ИТУТ  $\beta_2 I_2$  и получение следующего выражения:

$$N_{\beta 1} = \beta_1 \left| \begin{array}{cccccc} & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ R_{\kappa 1} & & & & & \\ R_1 & & & & & \\ R_{\beta 2} & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E = \beta_1 (R_{\kappa 1} + R_{\beta 2})(R_2 + R_1 + R_{\kappa 2})E. \quad (3.7.9)$$

Из выражения (3.7.9) видно, что при соблюдении условия ненулевого определителя СКЭ и при  $\beta_1 \neq 0$  ток  $I_{\beta 1}$  также ненулевой, то есть условие ненулевого режима для  $\beta_1$  выполняется.

Числитель  $N_{\beta 2}$  для тока  $I_{\beta 2}$  из (3.7.3) находится аналогично числителю  $N_{\beta 1}$ . Запишем кратко используемые преобразования

$$N_{\beta 2} = \left| \begin{array}{cccccc} I_1 & & & & & \\ R_{\beta 1} & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ \beta_1 I_1 & & & & & \\ R_{\kappa 1} & & & & & \\ I_2 & & & & & \\ \beta_2 I_2 & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E = \beta_2 \left| \begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ \beta_1 I_1 & & & & & \\ R_{\kappa 1} & & & & & \\ 2 & & & & & \\ 2 & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E =$$

$$= \beta_1 R_{\kappa 1} \beta_2 \left| \begin{array}{cccccc} 1 & & & & & \\ R_2 & & & & & \\ 1 & & & & & \\ 2 & & & & & \\ 2 & & & & & \\ R_{\kappa 2} & & & & & \end{array} \right| E = -\beta_1 R_{\kappa 1} \beta_2 (R_1 + R_2 + R_{\kappa 2})E. \quad (3.7.10)$$

Выражение (3.7.10) показывает, что ток  $I_{\beta 2}$  будет отличен от нуля, если выполняется условие ненулевого определителя СКЭ и  $\beta_1, \beta_2$  не равны нулю. Условие ненулевого режима ИТУТ  $\beta_2 I_2$  не выполняется при  $\beta_1 = 0$ . В этом случае определить значение параметра  $\beta_2$  в рамках используемой

принципиальной схемы или схемы замещения невозможно. Это можно сделать, например, если ввести сопротивление между базой и коллектором транзистора  $V_1$ .

Для построения символьных выражений  $\beta_1$  и  $\beta_2$  используем САФ с разомкнутым единичным источником напряжения и измеренным напряжением на основе комбинированной компенсации. Для получения такой САФ в формуле из строки 3 табл. 3.6.1 заменим четырехполюсник  $M_2$  на соответствующий четырехполюсник из строки 1 табл. 3.6.2. Запишем отдельно, используя обозначения из (3.6.5), схемно-алгебраические выражения числителя и знаменателя

$$\Delta(\beta_1 = 0) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta(\beta_1 = 0) \end{array} \\ \hline \end{array} \right|, \quad (3.7.11)$$

$$\Delta(\beta_1 \rightarrow \text{НУИ}) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for } \Delta(\beta_1 \rightarrow \text{НУИ}) \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.7.12)$$

Сравнивая выражения (3.7.11) и (3.7.12), можно сделать вывод, что они содержат два одинаковых множителя:  $R_{k2}$  и  $(R_{k1} + R_{62})$ . Множитель  $R_{k2}$  содержится и в числителе, и в знаменателе, поскольку соответствующий элемент является в (3.7.11) и (3.7.12) сопротивлением, включенным параллельно источнику напряжения. Множитель  $(R_{k1} + R_{62})$  содержится в числителе, поскольку схема в (3.7.11) может быть разделена по одному узлу  $a$  и одной из подсхем при этом является контур из сопротивлений  $R_{k1}$  и  $R_{62}$ . Этот же множитель находится в знаменателе, поскольку схема (3.7.12) может быть разделена по двум узлам  $a$  и  $b$ , причем одно из двух слагаемых соответствующей формулы бисекции [87] будет тождественно равно нулю. В результате указанных преобразований получаем

$$\Delta(\beta_1 = 0) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Simplified circuit diagram for } \Delta(\beta_1 = 0) \end{array} \\ \hline \end{array} \right|, \quad (3.7.13)$$

$$\Delta(\beta_1 \rightarrow \text{НУИ}) = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Simplified circuit diagram for } \Delta(\beta_1 \rightarrow \text{НУИ}) \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.7.14)$$

Выражения (3.7.13) и (3.7.14) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Delta(\beta_1 = 0) &= U_1 \left| \begin{array}{ccc} \downarrow 1 & & \square R_1 \\ \square R_{\delta 1} & \square R_2 & \downarrow 0 \\ \uparrow 0 & \uparrow 1 & \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ccc} \circ & & \square R_1 \\ \downarrow U & \square R_{\delta 1} & \downarrow 0 \\ \diamond EU & \square R_2 & \diamond U_3 U \end{array} \right| = \\
&= -U_1 \left| \begin{array}{cc} \square R_{\delta 1} & \square R_1 \\ \square R_2 & \square R_1 \end{array} \right| + R_2 \left( E \left| \begin{array}{ccc} \downarrow 1 & & \square R_1 \\ \square R_{\delta 1} & \square R_2 & \downarrow 0 \\ \uparrow 0 & \uparrow 1 & \end{array} \right| + U_3 \left| \begin{array}{ccc} \downarrow 1 & & \square R_1 \\ \square R_{\delta 1} & \square R_2 & \downarrow 0 \\ \uparrow 0 & \uparrow 1 & \end{array} \right| \right) = \\
&= -U_1 [R_{\delta 1}(R_1 + R_2) + R_1 R_2] + R_2 (ER_1 + U_3 R_{\delta 1}); \quad (3.7.15)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta(\beta_1 \rightarrow \text{НУИ}) &= R_1 R_2 \left| \begin{array}{ccc} \circ & \rightarrow & \circ \\ \downarrow U & \square R_{\delta 1} & \downarrow 0 \\ \diamond EU & \diamond U_1 U & \diamond U_3 U \end{array} \right| = \\
&= R_1 R_2 \left( E \left| \begin{array}{ccc} \downarrow 2 & & \square R_1 \\ \square R_{\delta 1} & \square R_2 & \downarrow 0 \\ \uparrow 2 & \uparrow 0 & \uparrow 1 \end{array} \right| + U_1 \left| \begin{array}{ccc} \downarrow 2 & & \square R_1 \\ \square R_{\delta 1} & \square R_2 & \downarrow 0 \\ \uparrow 2 & \uparrow 0 & \uparrow 1 \end{array} \right| \right) = R_1 R_2 (E - U_1). \quad (3.7.16)
\end{aligned}$$

Подставив выражения (3.7.15) и (3.7.16) в (3.6.5), получаем искомое выражение

$$\beta_1 = \frac{U_1 [R_{\delta 1} (R_1 + R_2) + R_1 R_2] - R_2 (ER_1 + U_3 R_{\delta 1})}{R_1 R_2 (E - U_1)}. \quad (3.7.17)$$

Аналогично получается выражение

$$\beta_2 = \frac{(R_{\delta 2} + R_{\kappa 1}) R_{\delta 1} R_2 [R_{\kappa 2} U_1 - (R_1 + R_{\kappa 2}) U_3]}{R_{\kappa 1} R_{\kappa 2} \{-U_1 [R_{\delta 1} (R_1 + R_2) + R_1 R_2] + R_2 (ER_1 + U_3 R_{\delta 1})\}}. \quad (3.7.18)$$

Сравним выражения (3.7.17) и (3.7.18) с выражениями для  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , полученными методом компенсации на основе независимых источников [37], которые приведены ниже:

$$\beta_1 = \frac{[R_{\delta 1} (R_1 + R_2) + R_1 R_2] U_1 - R_2 R_{\delta 1} U_3 - R_1 R_2 E}{R_1 R_2 E - R_1 R_2 U_1}, \quad (3.7.19)$$

$$\beta_2 = \frac{R_2 R_{\sigma 1} R_{\kappa 2} (R_{\sigma 2} + R_{\kappa 1}) U_1 - (R_{\sigma 2} + R_{\kappa 1}) R_2 R_{\sigma 1} (R_1 + R_{\kappa 2}) U_3}{R_1 R_2 E - R_{\kappa 1} R_{\kappa 2} [R_{\sigma 1} (R_1 + R_2) + R_1 R_2] U_1 + R_2 R_{\sigma 1} U_3}. \quad (3.7.20)$$

Выражения (3.7.19) и (3.7.20) эквивалентны (3.7.17) и (3.7.18), но имеют существенно большую вычислительную сложность, что обусловлено каноническим представлением, то есть группировкой слагаемых относительно параметров независимых источников. Кроме того, получение выражений (3.7.19) и (3.7.20) потребовало разложения 9 схемных определителей вместо двух, хотя и более сложных, требующихся при получении выражений (3.7.17) и (3.7.18), что существенно облегчает реализацию метода в компьютерной программе. Таким образом, рассмотренный здесь метод компенсации на основе управляемых источников позволяет формировать более экономичные и близкие к оптимальным выражения для искомых параметров, сокращая при этом объем необходимых схемно-алгебраических выкладок.

Диагностические алгебраические и схемно-алгебраические формулы позволяют построить символьные выражения параметров в виде отношения многочленов общей неканонической формы. Это обеспечивает произвольный порядок выделения всех элементов диагностической схемы и приводит к выражениям с меньшей вычислительной сложностью по сравнению с выражениями на основе канонических многочленов. Схемно-алгебраические формулы не требуют предварительного нахождения напряжений и токов схемы, имеют общую с анализом схемно-символьную базу элементов и операций, что облегчает их освоение и использование, а также разработку автоматизированных алгоритмов символьного анализа и диагностики линейных электрических цепей.

### 3.8. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ПЕРЕКЛЮЧАЕМЫМИ КОНДЕНСАТОРАМИ

При временном анализе электрических цепей с переключаемыми конденсаторами (ПК) применяются, как правило, матричные методы [44]. Желательно разработать для таких цепей методику топологического формирования (без построения уравнений и непосредственно по принципиальной схеме) символьных выражений откликов.

В качестве исходной топологической базы для решения поставленной задачи следует принять метод схемных определителей (МСО) [61], который позволяет формировать символьные выражения откликов на основе исходных принципиальных схем [36] или схем замещения (без использования дополнительных математических или графовых аппаратов) в свернутом компактном виде. Однако МСО предназначен для работы в

традиционном базисе токов и напряжений, а основным базисом для электрических цепей с конденсаторами и ПК является базис зарядов и напряжений [49]. Поэтому необходимо обобщить МСО на этот координатный базис.

Рассмотрим электрические цепи с ПК, содержащие идеальные элементы: конденсаторы с емкостями  $C$  или эластансами  $S$  [49], источники напряжения, управляемые напряжением (ИНУН) и зарядом (ИНУЗ), источники заряда, управляемые напряжением (ИЗУН) и зарядом (ИЗУЗ) [44], ключи, управляемые по времени, независимые источники напряжения и заряда. Введем также идеальные операционные усилители – неудаляемые управляемые источники (НУИ) [62] – в базисе зарядов и напряжений. Графическое изображение НУИ оставим прежним [37]. Свойства его будут аналогичными [37]: напряжение и заряд на приемнике НУИ (ПНУИ) являются нулевыми, а на генераторе НУИ (ГНУИ) могут принимать произвольные значения в зависимости от внешней схемы. Передаточные функции НУИ являются бесконечно большими.

В силу взаимного соответствия заряда и тока [49] формулы выделения параметров элементов в базисе заряда и напряжения могут быть получены из формул выделения параметров в базисе тока и напряжения путем замены соответствующих параметров. Так, формулы выделения емкости  $C$  и эластанса  $S$  получаются из формул выделения проводимости  $G$  и сопротивления  $R$  [52] соответственно и имеют вид

$$\Delta = C\Delta_c + \Delta^c; \quad \Delta = S\Delta^s + \Delta_s, \quad (3.8.1)$$

где  $\Delta$ ,  $\Delta_c$ ,  $\Delta^s$  – определители схем; верхние (нижние) индексы означают, что в схеме удалены (стянуты) соответствующие элементы.

Уравнение для выделения ИНУН в базисе заряда и напряжения сохраняется таким же, как в [62]. Формулы для остальных управляемых источников – ИЗУЗ, ИНУЗ и ИЗУН – записываются на основе общей формулы выделения УИ (1.3.9)

$$\Delta = \chi \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi = 0), \quad (3.8.2)$$

где  $\chi$  – параметр УИ, например, для ИНУЗ  $\chi = S_p$  ( $S_p$  – передаточный эластанс);  $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$  – определитель первой производной схемы, полученной из исходной схемы путем придания выделяемому УИ статуса НУИ;  $\Delta(\chi = 0)$  – определитель второй производной схемы, которая образована в результате нейтрализации выделяемого УИ, то есть принятия  $\chi = 0$ . Нейтрализация элементов УИ проводится согласно их физическому содержанию: источник заряда и приемник напряжения удаляются, а источник напряжения и приемник заряда стягиваются.

Предлагаемая формула для выделения ключа  $\alpha$  представляется следующим образом:

$$\Delta = \alpha \Delta_{\alpha} + \underline{\alpha} \Delta^{\alpha} \quad (3.8.3)$$

или в схемно-алгебраическом виде

$$\left| \begin{array}{c} \alpha \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| = \alpha \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| + \underline{\alpha} \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|, \quad (3.8.4)$$

где  $\alpha = \alpha(t)$  – переключательная функция, причем  $\alpha(t_3) = 1$ , если в момент времени  $t_3$  ключ замкнут и  $\alpha(t_p) = 0$ , если ключ в момент времени  $t_p$  разомкнут. Инверсная функция ключа  $\underline{\alpha}$  принимает противоположные значения. Верхний (нижний) индекс  $\alpha$  означает удаление (стягивание) ключа.

Формулы (3.8.3), (3.8.4) следуют из того факта, что определитель схемы с ключом может принимать только два значения:

$$\Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| \quad \text{и} \quad \Delta = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right|$$

для всех  $t = t_3$  и  $t = t_p$  соответственно.

Излагаемый метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений включает формулы (3.8.1), (3.8.2), (3.8.3) или (3.8.4), а также схемно-алгебраические формулы (САФ) для соответствующих схемных функций в данном базисе, аналогичные [62], и формулы выделения НУИ, совпадающие с [62]. МСО в базисе зарядов и напряжений позволяет проводить анализ схем с переключаемыми конденсаторами по исходной схеме без построения схем замещения в базисе напряжений и токов.

Проиллюстрируем предлагаемый метод. Для этого найдем символьное выражение выходного напряжения  $u_{\text{ВЫХ}}(t)$  для активной цепи с ПК из [44], представленной на рис. 3.8.1,а. Параметры всех элементов известны.

Представим на рис. 3.8.1,б схему замещения цепи на  $i$ -м шаге решения задачи. Для этого учтем с помощью источников ЭДС  $e_{1i-1}, e_{2i-1}, e_{3i-1}, e_{4i-1}$  напряжения конденсаторов  $C_1, C_2, C_3, C_4$  на  $(i-1)$ -м шаге.

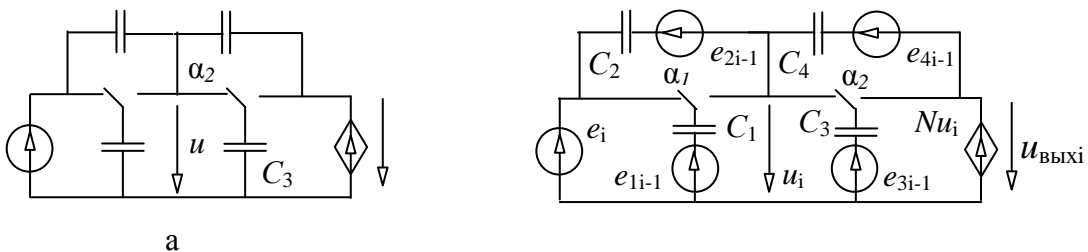


Рис. 3.8.1. Исходная схема цепи с ПК (а) и ее дискретная схема замещения (б)

Используя принцип наложения, запишем по схеме замещения дискретное выражение для выходного напряжения

$$u_{\text{вых}i} = \frac{T_e e_i + T_{e1} e_{1i-1} + T_{e2} e_{2i-1} + T_{e3} e_{3i-1} + T_{e4} e_{4i-1}}{D}, \quad (3.8.5)$$

где  $D$  – определитель схемы;  $T_e$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{e3}$ ,  $T_{e4}$  – числители коэффициентов передачи напряжения от источников  $e_i$ ,  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$  к приемнику напряжения  $u_{\text{вых}i}$ .

Определитель схемы согласно МСО находится по следующей схемно-алгебраической формуле

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_2 \text{---} C_4 \text{---} \\ | \quad | \quad | \\ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad Nu \\ | \quad | \quad | \\ C_1 \quad u \quad C_3 \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.8.6)$$

САФ (3.8.6) получена из схемы на рис. 3.8.1,а путем нейтрализации всех независимых источников и приемника отклика. Применив к выражению (3.8.6) формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам, получим

$$D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_2 \text{---} \\ | \quad | \\ \alpha_1 \\ | \\ C_1 \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_4 \text{---} \\ | \quad | \\ \alpha_2 \\ | \\ C_3 \end{array} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_2 \text{---} \\ | \quad | \\ \alpha_1 \\ | \\ C_1 \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_4 \text{---} \\ | \quad | \quad Nu \\ | \quad | \\ u \quad C_3 \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.8.7)$$

Во втором определителе (3.8.7) ИНУН, нейтрализованный в связи с замыканием его приемника, не показан. Последовательное применение к определителям (3.8.7) формул (3.8.1), (3.8.2) и (3.8.4) приводит к символьному выражению знаменателя

$$D = \underline{\alpha}_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - N C_4. \quad (3.8.8)$$

Числитель (3.8.5) находится путем последовательного формирования его составляющих  $T_e$ ,  $T_{e1}$ ,  $T_{e2}$ ,  $T_{e3}$ ,  $T_{e4}$ . Например, САФ первой составляющей имеет вид

$$T_e = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} C_2 \text{---} C_4 \text{---} \\ | \quad | \quad | \\ \alpha_1 \quad \alpha_2 \quad Nu \\ | \quad | \quad | \\ C_1 \quad u \quad C_3 \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (3.8.9)$$

Схема САФ (3.8.9) получена из рис. 3.8.1,б путем замены источника  $e_i$  генератором НУИ (при этом остальные независимые источники нейтрализуются), а приемника искомого напряжения приемником НУИ. Выделим ИНУН по формуле (3.8.2). Из двух слагаемых этой формулы только одно слагаемое, соответствующее преобразованию ИНУН в НУИ, является ненулевым. Второе слагаемое равно нулю, поскольку при нейтрализации ИНУН образуется вырожденный контур из ПНУИ. Таким образом,

$$T_e = N \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram showing a network of capacitors } C_1, C_2, C_3, C_4 \text{ and switches } \alpha_1, \alpha_2. \text{ The circuit is enclosed in a box with terminals 1 and 2 on the left and right.} \\ \text{Circuit diagram showing a network of capacitors } C_1, C_2, C_3, C_4 \text{ and switches } \alpha_1, \alpha_2. \text{ The circuit is enclosed in a box with terminals 1 and 2 on the left and right.} \end{array} \end{array} \right|. \quad (3.8.10)$$

Удалим из схемы в САФ (3.8.10) емкости  $C_1$  и  $C_3$ , которые параллельны генератору или приемнику НУИ в любом положении ключей. Заменяем взаимно номера у ПНУИ. Параллельное соединение ПНУИ и ГНУИ представим проводником. Выделим и стянем емкость  $C_2$ , соединенную теперь последовательно с ГНУИ, удалим емкость  $C_4$ , параллельную ПНУИ. Учтем, что определитель контура из ГНУИ и ПНУИ равен единице, получим

$$T_e = NC_2. \quad (3.8.11)$$

Аналогично (3.8.11) формируются и остальные слагаемые числителя (3.8.5). Если учесть, что все слагаемые (3.8.6) содержат множитель  $N$ , то символьное выражение для искомого напряжения имеет вид

$$u_{\text{вых}i} = \frac{N(C_2 e_i + C_1 \alpha_1 e_{1i-1} - C_2 e_{2i-1} + \alpha_2 C_3 e_{3i-1} + C_4 e_{4i-1})}{\alpha_1 C_1 + C_2 + \alpha_2 C_3 + C_4 - NC_4}. \quad (3.8.12)$$

Формулы для вычисления значений ЭДС  $e_{1i-1}$ ,  $e_{2i-1}$ ,  $e_{3i-1}$ ,  $e_{4i-1}$  находятся аналогично, при этом знаменатель у всех функций одинаковый и равен определителю схемы  $D$ .

Сравним для оценки эффективности предлагаемого метода полученное выражение отклика (3.8.12) с аналитическим решением системы уравнений, построенной в [44] методом расширенного узлового базиса (МРУБ). Числитель (3.8.12) содержит на одно слагаемое меньше по сравнению с числителем по МРУБ, поскольку он формируется по пяти



задающим воздействиям  $e_i, e_{1i-1}, e_{2i-1}, e_{3i-1}, e_{4i-1}$ , а выражение по МРУБ строится по шести воздействиям  $-e_i$  и пяти узловым напряжениям.

Для оценки выражений знаменателя приведем матрицу параметров по МРУБ из [44]:

$C_2$	$-C_2$				$-\alpha_1$		$-1$	
$-C_2$	$C_2 + C_4$	$-C_4$			$-\alpha_1$	$-\alpha_2$		
	$-C_4$	$C_4$				$-\alpha_2$		$1$
			$C_1$		$1$			
				$C_3$		$1$		
$-\alpha_1$	$-\alpha_1$		$1$					
	$-\alpha_2$	$-\alpha_2$		$1$				
$1$								
	$N$	$-1$						

Символьное выражение определителя этой матрицы, полученное с помощью операции *det* системы Maple [24], имеет вид

$$D = \alpha_1^2 C_1 + C_2 + \alpha_2^2 C_3 + \alpha_2 \alpha_2 N C_3 + C_4 - N C_4. \quad (3.8.13)$$

Выражение по МРУБ (3.8.13) тождественно определителю (3.8.9) по МСО в базисе зарядов и напряжений. Однако в (3.8.9) имеется 3 операции умножения и 4 сложения, а в (3.8.13) – 8 и 5 соответствующих операций, при этом четвертое слагаемое нулевое. Матричный метод на основе расширенного узлового базиса существенно уступает МСО в базисе зарядов и напряжений, поскольку он использует матрицу с избыточной информацией о схеме. Действительно, каждая из емкостей  $C_2$  и  $C_4$  содержится в четырех клетках этой матрицы, а каждый параметр ключей – в двух ячейках.

Таким образом, рассмотренный метод схемных определителей в базисе зарядов и напряжений обеспечивает формирование символьных выражений откликов цепей с ПК без построения уравнений (непосредственно по принципиальной схеме цепи) и позволяет получить выражения, более компактные и экономичные по количеству вычислительных операций, чем матричные методы.

### 3.9. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ АВТОНОМНЫХ СХЕМ

При диакоптическом анализе электрических схем с несколькими источниками используется явный метод наложения, который позволяет

перейти от деления схемы с источниками (автономной схемы) к делению нескольких (по числу источников) схем без источников (неавтономных схем). Недостатком такого подхода является, во-первых, увеличение числа слагаемых в диакоптических формулах кратно числу независимых источников в схеме, во-вторых, увеличение затрат во столько же раз на комбинаторные операции по поиску сечений и, в-третьих, не обеспечивается компактная свертка формируемых выражений, поскольку перед делением схемы выполняется операция выделения всех источников, которая не является оправданной с точки зрения обеспечения компактности выражений.

Поэтому целесообразно отказаться от применения явного метода наложения в диакоптических формулах и использовать неявный принцип наложения [38], который позволяет при анализе схемы с несколькими источниками перейти от формирования множества символьных выражений к формированию одной схемной функции или осуществить построение выражения отклика без использования понятия схемной функции.

Возникает вопрос о возможности деления схемы, содержащей несколько источников. Поскольку на основе НПН, как уже отмечалось, можно перейти от схемы с несколькими источниками к схеме с одним источником, то, в принципе, такая процедура оказывается возможной. При этом желательно схему разделить так, чтобы независимые источники напряжения и тока находились в одной подсхеме с целью выделения множителя, общего для всех источников.

Возможны два варианта деления схемы. В первом варианте вместе с независимыми источниками в одной подсхеме находится приемник отклика. Такое деление, как нетрудно показать с помощью метода единичного источника [38], вполне возможно. При этом общее число делений схемы уменьшается в  $p$  раз ( $p$  – число независимых источников) по сравнению с явным методом наложения и во столько же раз уменьшается число слагаемых (схемных миноров) в диакоптических формулах.

Во втором варианте независимые источники находятся в одной подсхеме, а приемник в другой подсхеме, что встречается нередко, поскольку обычно источники и нагрузки разнесены по разным концам схемы. Возможность такого деления не очевидна. Дело в том, что в схеме числителя источник и приемник связаны между собой управляющей связью [80] и, следовательно, такое деление схемы осуществляется по управляющим связям. А деление по управляющим связям не используется [70,73,83] и считается крайне нежелательным [31]. В [71] допускается такое деление, но путем предварительного исключения гальванических связей и введения дополнительных ветвей.

3.9.1. ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ АВТОНОМНЫХ СХЕМ ПО ДВУМ УЗЛАМ

Покажем, что деление на автономную и неавтономную (причем с приемником отклика) подсхемы возможно без каких-либо дополнительных преобразований и более того является выгодным с точки зрения компактности формируемых выражений и уменьшения числа слагаемых в диакоптических формулах. Для этого рассмотрим схему (рис. 3.9.1), разделимую по двум узлам.

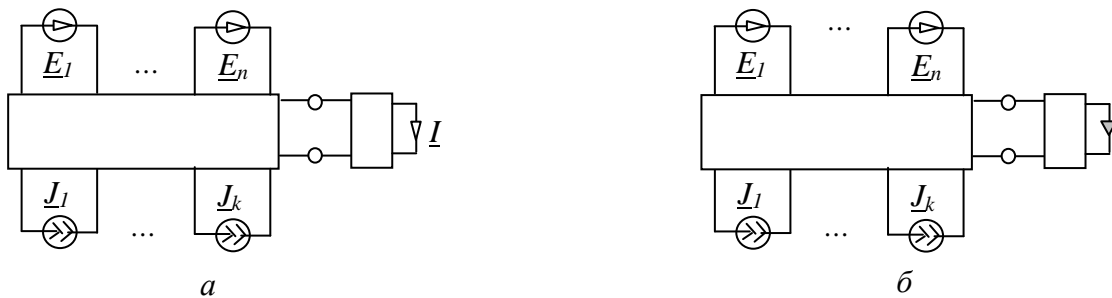
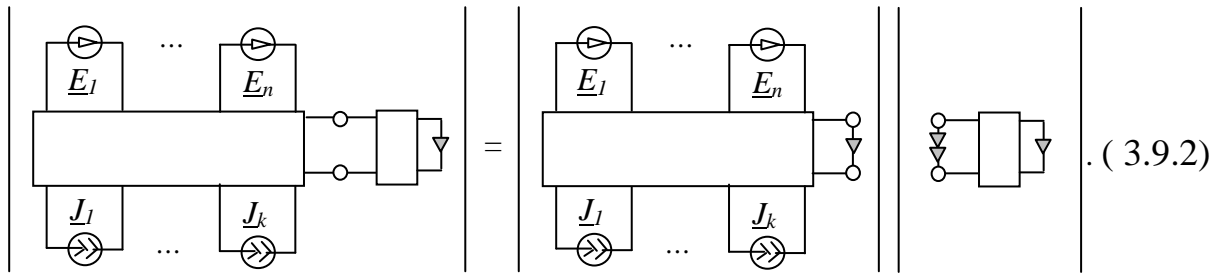


Рис. 3.9.1. Схема, разделимая по двум узлам на автономную и неавтономную подсхемы (источники  $E_2, E_3, \dots, E_{n-1}$  не показаны):  
а – исходная схема; б – схема числителя

На рис. 3.9.1 б представим схему числителя для искомого отклика, используя понятие определителя схемы с независимыми источниками [37]. Для этого заменим в исходной схеме приемник тока на приемник нули. Запишем схемно-алгебраическое выражение числителя, используя явный принцип наложения.

$$\begin{aligned}
 N = & \left| \begin{array}{c} \leftarrow \dots \leftarrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| E_1 + \dots + \left| \begin{array}{c} \leftarrow \dots \leftarrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| E_n + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \leftarrow \dots \leftarrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| J_1 + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \leftarrow \dots \leftarrow \\ \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| J_k. \quad (3.9.1)
 \end{aligned}$$

Применим к каждому слагаемому (3.9.1) формулу бисекции схемы на подсхемы, связанные неудаляемым управляемым источником [39], вынесем за скобку общий множитель. Обратим внимание, что в скобках оказался определитель подсхемы с независимыми источниками. Используем его для записи искомой формулы двухузловой бисекции на автономную и неавтономную подсхемы:



Как видно, формула (3.9.2) реализует НПН, поскольку в ней выделен общий множитель для параметров всех источников. Это означает, что с помощью этой формулы обеспечивается первый этап компактной свертки. Вторым этапом свертки является поиск множителя для части источников в схеме первого сомножителя (3.9.2). Для реализации второго этапа необходима, очевидно, другая формула – диакоптическая формула деления схемы на две автономных подсхемы.

Такая формула необходима и в том случае, если источники удалены друг от друга и объединение их в одну подсхему приводит к увеличению числа узлов бисекции. Поэтому бывает целесообразным сгруппировать источники в две и более подсхем. Для обеспечения такой возможности выведем формулу для деления схемы на автономные подсхемы.

Исходную схему для двухузловой бисекции с автономными подсхемами представим на рис. 3.9.2 а. Для обозначения параметров источников будем применять двухсимвольный индекс, в котором первый символ означает номер подсхемы, а второй – порядковый номер источника в данной подсхеме. На рис. 3.9.2 б построим схему числителя, как и ранее путем замены приемника тока на приемник НУИ.

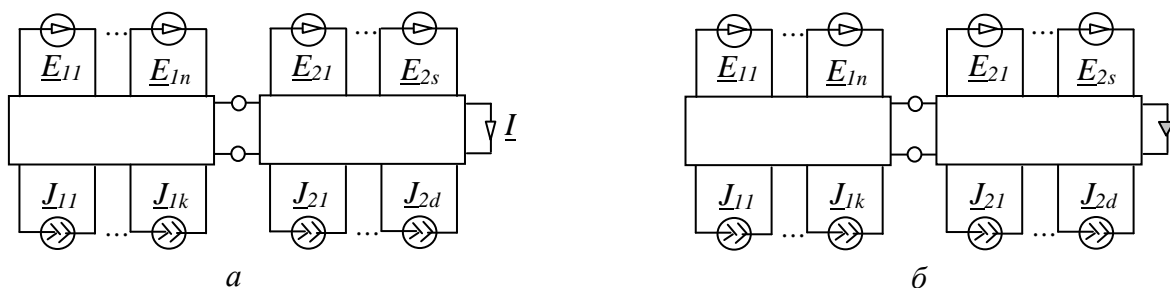


Рис. 3.9.2. Схема, разделяемая по двум узлам на две автономные подсхемы (источники  $\underline{E}_{12}, \underline{E}_{13}, \dots, \underline{E}_{1,n-1}$  и  $\underline{E}_{22}, \underline{E}_{23}, \dots, \underline{E}_{2,n-1}$  не показаны):  
а – исходная схема; б – схема числителя

Запишем выражение числителя с выделенными как в (3.9.1) независимыми источниками первой подсхемы

$$\begin{aligned}
 N = & \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_{11} + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{E}_{1n} + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_{11} + \dots + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \underline{J}_{1k} + \\
 & + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \cdot \quad (3.9.3)
 \end{aligned}$$

Применим к каждому из  $(n+k)$  первых слагаемых (3.9.3) формулу для определителя схемы, разделимой на подсхемы, связанной неудаляемым управляемым источником [39]. Сгруппируем первые  $n+k$  слагаемые и вынесем за скобку общий множитель. По аналогии с ранее рассмотренными преобразованиями свернем сумму определителей в скобках в один определитель с независимыми источниками. Получим искомую формулу для бисекции схемы с источниками на автономные подсхемы.

$$\begin{aligned}
 N = & \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \left| \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \text{---} \end{array} \right| \\
 & \quad (3.9.4)
 \end{aligned}$$

Как видно, эта формула позволяет найти общий множитель для группы источников той подсхемы, которая не содержит приемника отклика. Для нахождения общего множителя для другой группы источников необходимо разделить схему второго определителя (3.9.4) так, чтобы приемник НУИ оказался в другой подсхеме. Возможно, как уже отмечалось, рекурсивное выделение общих множителей для части источников из каждой выделенной группы.

Формулы (3.9.2) и (3.9.4) вопреки известным утверждениям о нежелательности деления схемы на подсхемы с управляемыми связями

между ними [31] еще раз подтверждает выгодность такого деления. Напомним, что в [39] доказано уменьшение числа слагаемых в диакоптических формулах при наличии подсхем с управляющими связями.

### 3.9.2. ФОРМУЛЫ БИСЕКЦИИ АВТОНОМНЫХ СХЕМ НА ПОДСХЕМЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ УЗЛОВ

Предложенные формулы для бисекции схем по двум узлам несложно обобщить на подсхемы с произвольным числом узлов, поскольку только что приведенный вывод опирается на явный принцип наложения и формулу бисекции на подсхемы, связанные между собой неудаляемыми управляемыми источниками [39]. А оба эти положения выполняются для произвольных подсхем.

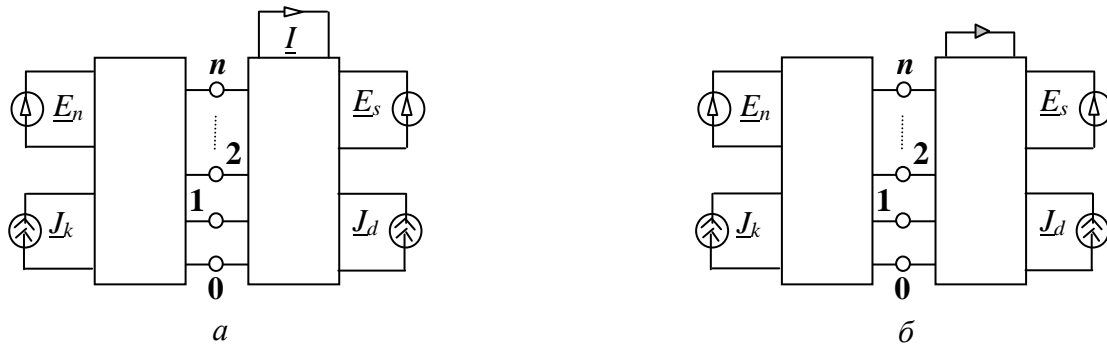


Рис. 3.9.3. Схема, делимая на две автономные подсхемы по произвольному числу узлов: а – исходная схема; б – схема числителя

Рассмотрим схему на рис. 3.9.3 а. Запишем для определителя схемы числителя на рис. 3.9.3 б на основании явного принципа наложения следующую формулу деления:

$$N = \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram a]} \\ \text{[Circuit diagram b]} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram b]} \\ \text{[Circuit diagram a]} \end{array} \right| \quad (3.9.4)$$

Эта формула отображает *групповой явно-неявный принцип наложения*. Во-первых, по формуле (3.9.5) отклик цепи равен сумме откликов при воздействии каждой группы источников в отдельности, что соответствует *групповому явному принципу наложения*. Во-вторых, на уровне каждой подсхемы применен неявный принцип наложения, поскольку определитель

схемы с независимыми источниками позволяет обеспечить произвольный порядок выделения элементов схемы, в том числе НИ.

Для раскрытия определителей в (3.9.4) необходимо использовать обобщенный метод двоичных векторов [39], причем для первого слагаемого – метод равновесных ДВ, а для второго слагаемого – метод неравновесных ДВ. Для обоснования использования тех или других ДВ следует напомнить, что по неявному методу единичного источника [38] неавтономная подсхема преобразуется к схеме замещения, содержащей один единичный источник напряжения или тока. С учетом этого в первом определителе между подсхемами отсутствуют управляющие связи и, следовательно, можно применять равновесные ДВ, а во втором определителе подсхемы связаны неудаляемым управляемым источником и, значит, необходимо применять неравновесные ДВ.

Предлагаемая формула (3.9.5) деления схемы с несколькими независимыми источниками, основанная на явно-неявном принципе наложения, позволяет уменьшить число слагаемых в диакоптических формулах примерно в  $(0.8...0.9)^p$  раз ( $p$  – число независимых источников) по сравнению с явным методом наложения (по явному методу наложения имеется  $p$  слагаемых). Такое соотношение получается, так как неравновесных ДВ в 4...6 раз меньше, чем равновесных [39]. *Временные затраты уменьшаются приблизительно в  $p/2$  раз*, поскольку по явному методу приходится рассчитывать  $p$  схем, а по явно-неявному методу 2 схемы. При этом сложность этих схем приблизительно одинакова, так как число независимых источников в исходной схеме, как правило, много меньше числа других элементов и, следовательно, введение нескольких управляемых источников при неявном методе наложения практически не увеличивает сложности схемы.

Таким образом, формулы бисекции схем с независимыми источниками (при числе источников 4 и более) позволяют многократно уменьшить временные затраты на формирование числителя искомого отклика. Использование в этих формулах *явно-неявного принципа наложения* обеспечивает компактную свертку символьных выражений.

### 3.10. МЕТОД СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ РЕДУКЦИИ

Символьный анализ сложных (100...200 элементов и более) электрических цепей выполняется в настоящее время с помощью иерархического метода двоичных векторов (МДВ) [64]. Метод состоит в разделении схемы на подсхемы, определении схемных миноров (дополнений) каждой из подсхем и последующего их попарного объединения путем формирования схемных миноров новой подсхемы.

Этот процесс выполняется до тех пор, пока не образуется исходная схема со схемными минорами для внешних полюсов. Метод позволяет сформировать символьное выражение в виде последовательности подвыражений. Недостатком МДВ является прогрессирующий рост числа слагаемых (схемных миноров) в диакоптической формуле при увеличении числа полюсов у подсхем (табл. 3.10.1), что приводит при числе узлов подсхем 7...10 к большим вычислительным затратам. Затраты настолько большие, что МДВ не позволяет рассчитывать электрические сети и системы [13,75], подсхемы которых имеют указанное число полюсов.

Таблица 3.10.1

Число схемных миноров и первичных параметров для неавтономных подсхем

Число полюсов	3	4	5	6	7	8	9	10
Число миноров	6	20	70	252	924	3432	12870	48620
Число передаточных параметров	4	9	16	25	36	49	64	81

В таких цепях для описания многополюсников целесообразно использовать классические системы передаточных параметров  $Y$ ,  $Z$ ,  $H$ ,  $F$ ,  $A$ ,  $B$  [48,52], количество которых значительно меньше (табл. 3.10.1) и оно растет медленнее, чем количество схемных миноров. Неслучайно эти системы параметров широко используются в диакоптических методах на основе неавтономных [51], автономных многополюсников с уравнениями относительно внешних полюсов [1] и эквивалентных многомерных генераторов [70].

На основе  $Y$ -параметров в [51] предложено аналитическое решение задачи диакоптического анализа электронных цепей методом редукции внутренних узлов подсхем. Решение состоит в разбиении схемы на неавтономные многополюсники, нахождении их  $Y$ -параметров с помощью многократных алгебраических дополнений, построении с помощью обобщенного метода узловых напряжений системы узловых символьных уравнений сокращенной размерности и решении ее уже упомянутым методом алгебраических дополнений. Результат решения для искомой схемной функции получается в виде последовательности символьных подвыражений.

Недостатками этого метода являются: ограничение на тип элементов – допустимы только  $Y$ -элементы; появление дублирующих слагаемых с противоположными знаками, что является следствием применения матриц



и операций с ними; отсутствие процесса иерархической редукции, что не позволяет анализировать сложные схемы.

Для устранения отмеченных недостатков предлагается использовать редукцию не на основе матриц, а на основе схемно-алгебраических формул многополюсников [33,36], что позволяет распространить рассматриваемый метод на произвольные линейные элементы и избежать появления одинаковых слагаемых с противоположными знаками. Процесс схемно-алгебраической редукции (САР) следует сделать иерархическим, используя попарное объединение подсхем как в [64], что снижает существенно сложность единовременно решаемой задачи.

При наличии нескольких независимых источников целесообразно использовать на уровне подсхем неявный принцип наложения [38], который позволяет перейти от множества схемных функций по явному методу наложения к построению одной схемной функции и тем самым обеспечить компактную свертку алгебраических выражений. Если независимые источники имеются в нескольких подсхемах, то для анализа такой схемы следует применять комбинированный явно-неявный принцип наложения воздействий.

В последнем случае для каждой из подсхем в отдельности используется неявный метод наложения с единичным источником [38], который заключается в замене всех независимых источников управляемыми источниками (УИ). Эти источники управляются напряжением введенного в схему разомкнутого (замкнутого) единичного источника напряжения (тока). В результате такой замены число независимых источников в цепи сокращается до одного заземленного источника и, как следствие, уменьшается многократно по табл. 3.10.1 число параметров, характеризующих подсхему. Соответственно уменьшаются вычислительные затраты на их получение.

Для схемы в целом применяется явный принцип наложения, но для сокращенного числа независимых источников. Поскольку введение в подсхему нескольких УИ, заменяющих независимые источники, практически не влияет на объем вычислений, то при использовании явно-неявного принципа наложения вычислительные затраты на формирование числителя сокращаются приблизительно в число раз, равное отношению общего количества независимых источников к числу автономных подсхем.

Метод, объединяющий изложенные положения и принципы, назовем методом схемно-алгебраической редукции. Он состоит в разделении схемы на подсхемы, нахождении первичных параметров для каждой из подсхем и последовательном попарном объединении подсхем (путем схемно-алгебраического определения первичных параметров новой подсхемы) до тех пор, пока не сформируется схема, эквивалентная исходной относительно внешних полюсов. Для такой схемы искомые отклики находятся по известным уравнениям многополюсника.

Центральной операцией предлагаемого метода является операция схемно-алгебраической редукции внутренних узлов подсхемы – определение символьных выражений первичных параметров подсхемы без построения уравнений. Эту операцию предлагается выполнять с помощью подключения неудаляемого управляемого источника и широкоизвестного метода короткого замыкания и холостого хода [52]. На основе этих положений в данном подразделе будут выведены *схемно-алгебраические формулы для первичных параметров* многополюсников. Рассматриваются наиболее распространенные однородные  $Y$ - и  $Z$ -параметры. Формулы для гибридных параметров могут быть получены аналогично.

Особенно важным является вопрос существования систем первичных параметров, поскольку для некоторых многополюсников не все системы параметров существуют [69]. Топологические условия существования параметров сформулированы в [69] лишь для неавтономных пассивных многополюсников, для активных многополюсников показано, что существование первичных параметров зависит не только от топологии, но и от параметров элементов. В [28] сформулированы матричные условия существования первичных параметров произвольных многополюсников.

В рамках данного подраздела разработаем топологические *условия существования первичных параметров активных многополюсников*, не требующие построения систем уравнений. Эти условия, как и схемно-алгебраические формулы, представим здесь только для однородных систем параметров. Для гибридных параметров условия существования получаются аналогично.

### 3.10.1. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ $Y$ -ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Запишем матричное уравнение для неавтономного многополюсника на рис. 3.10.1,а [51]

$$\underline{\mathbf{I}} = \underline{\mathbf{Y}}\underline{\mathbf{U}}, \quad (3.10.1)$$

где  $\underline{\mathbf{I}}$  – вектор токов полюсов размерностью  $n$ ;  $\underline{\mathbf{Y}}$  – матрица параметров размерностью  $n \cdot n$ ;  $\underline{\mathbf{U}}$  – вектор напряжений полюсов относительно базисного узла, который взят для общего случая за пределами многополюсника.

Передаточная проводимость от  $i$ -й ветви к ветви  $k$  находится из схемы на рис. 3.3.1,б по формуле [51]

$$Y_{ki} = I_k / E_i, \quad \text{при } U_s = 0, s \neq i,$$

где  $I_k$  – ток  $k$ -ой ветви;  $E_i$  – тестовая ЭДС, включенная в ветвь  $i$ ;  $U_s$  – напряжение некоторого узла  $s$  относительно базисного;  $s$  принимает любые значения из чисел  $1, 2 \dots n$ , кроме  $i$ .

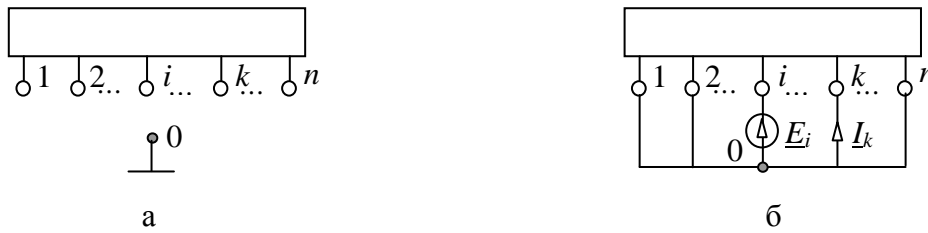


Рис. 3.10.1. Неавтономный многополюсник (а) и расчетная схема для параметра  $Y_{ki}$  (б)

Схемно-алгебраическое выражение передаточной проводимости  $Y_{ki}$  формируется как и произвольная схемная функция электрической цепи [80] в виде некоторой дроби, в числителе которой находится определитель производной схемы, полученной из рис. 3.10.1,б заменой источника ЭДС генератором НУИ противоположного направления, а приемника тока – приемником НУИ соответствующего направления. Знаменателем этой дроби является определитель другой производной схемы на рис. 3.10.1,б, в которой нейтрализованы источник ЭДС и приемник тока. Полученная схемно-алгебраическая формула имеет вид

$$Y_{ki} = \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram with source } E_i \text{ and receiver } I_k \text{]} \\ \hline \text{[Circuit diagram with source and receiver neutralized]} \end{array} \right|. \quad (3.10.2)$$

В частном случае, когда источник воздействия и отклик находятся в одной ветви, например при  $i = k$ , передаточная проводимость преобразуется во входную проводимость многополюсника

$$Y_{kk} = \left| \begin{array}{c} \text{[Circuit diagram with source and receiver in the same branch]} \\ \hline \text{[Circuit diagram with source and receiver neutralized]} \end{array} \right|. \quad (3.10.3)$$

В (3.10.3) ветвь  $k$  оказалась разомкнутой, так как удалено последовательное встречное соединение генератора и приемника НУИ.

Выше рассмотрены формулы для неавтономного многополюсника. Для автономного многополюсника к уравнению (3.10.1) добавляются токи независимых источников и уравнение принимает вид

$$\mathbf{I} = \mathbf{Y}\mathbf{U} + \mathbf{J}, \quad (3.10.4)$$

где  $\mathbf{J}$  – вектор токов эквивалентных источников многополюсника.

Как видно из уравнения, токи этого вектора находятся как токи короткого замыкания полюсов. Схемно-алгебраические выражения для этих токов представляются, как и формулы для передаточных и входных проводимостей, в виде дробей. Числитель этих дробей записывается с помощью понятий определителя схемы с независимыми источниками [37] и определителя многополюсника [36], при этом к полюсу с номером  $k$  подключается ПНУИ, а все остальные полюсы замыкаются накоротко. Знаменатель находится как определитель соответствующего неавтономного многополюсника (для его получения все независимые источники нейтрализуются) с короткозамкнутыми полюсами и совпадает со знаменателем передаточной и входной проводимости (3.10.2) и (3.10.3). С учетом изложенного ток эквивалентного источника для  $k$ -го полюса записывается следующим образом:

$$J_k = \left| \begin{array}{c} \boxed{\text{A}} \\ \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \\ \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \end{array} \right| / \left| \begin{array}{c} \boxed{\phantom{\text{A}}} \\ \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \\ \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \dots \quad \circ \end{array} \right|, \quad (3.10.5)$$

где  $A$  – обозначение автономного многополюсника; в знаменателе находится неавтономный многополюсник.

Передаточные и входные проводимости автономного многополюсника находятся по тем же формулам (3.10.2) и (3.10.3) после преобразования его в неавтономный многополюсник.

Уравнения (3.10.2), (3.10.3) и (3.10.5) наглядно иллюстрируют  $Y$ -параметры как параметры короткого замыкания, поскольку в схеме знаменателя все полюсы замкнуты, а в схеме числителя полюсы также замкнуты, кроме двух, к которым подключаются генератор и приемник.  $Y$ -параметры иллюстрируются соответствующей схемой замещения – эквивалентным многомерным генератором [70].

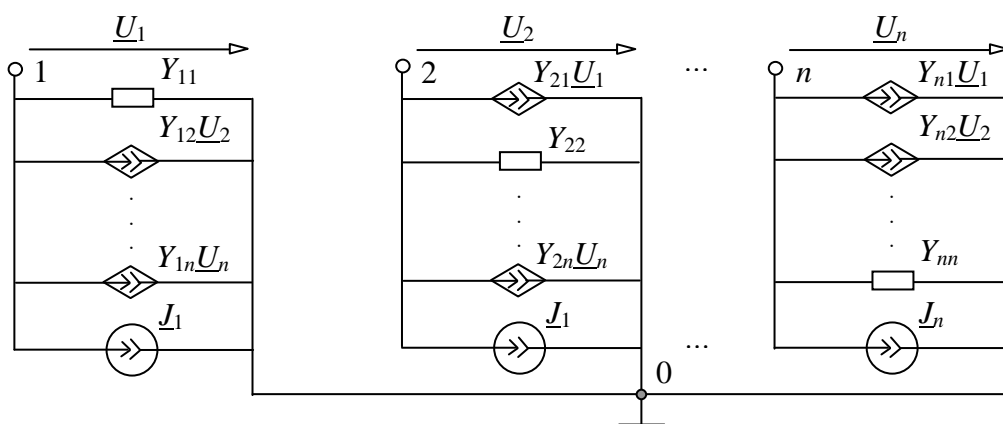


Рис. 3.10.2.  $Y$ -схема замещения автономного многополюсника (полюсы  $k$  и  $i$  в отличие от схемы на рис. 3.3.1, а не показаны)

В отличие от [70], где изложено численное получение  $Y$ -параметров с помощью диэквивалентного многомерного генератора, здесь предлагается прямое (без промежуточного построения диэквивалентного генератора) символично-топологическое формирование. По сравнению с матричным построением [1] схемно-алгебраическое формирование  $Y$ -параметров не содержит избыточных слагаемых с взаимно-противоположными знаками.

### 3.10.2. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ $Y$ -ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Условия существования и единственности  $Y$ -параметров эквивалентны условиям невырожденности расчетной схемы на рис. 3.10.1, б, поскольку  $Y$ -параметры находятся путем анализа этой схемы. А схема имеет единственный режим, если она невырождена, то есть ее определитель отличен от нуля [96, 97].

Определитель схемы на рис. 3.10.1, б равен определителю производной схемы, полученной путем нейтрализации всех независимых источников и приемника отклика, и представлен в знаменателях формул (3.10.2), (3.10.3) и (3.10.5). Отсюда следует, что *условием существования и единственности  $Y$ -параметров* неавтономного многополюсника является отличие от нуля определителя схемы многополюсника с замкнутыми полюсами. Для автономного многополюсника условия существования  $Y$ -параметров находятся аналогично после преобразования его в неавтономный многополюсник путем нейтрализации всех независимых источников. Это условие является *достаточным*, поскольку ненулевой определитель является достаточным условием единственности решения систем линейных уравнений [8].

На основании предложенного *достаточного условия существования и единственности  $Y$ -параметров многополюсника* выявим структурные особенности, которые приводят к вырождению схем многополюсников, то есть сформулируем *необходимые топологические условия существования и единственности  $Y$ -параметров активных многополюсников*. Для этого используем топологические условия существования  $Y$ -параметров для пассивных многополюсников [69] и топологические правила вырождения электрических цепей [62].

*Первое необходимое топологическое условие* заключается в том, что контура, содержащие стороны многополюсника не должны состоять только из источников напряжения (независимых и управляемых) и ГНУИ. По *второму необходимому топологическому условию* эти контура не должны состоять только из приемников тока и ПНУИ. Если хотя бы одно

из этих *двух топологических условий* не выполняется, то независимо от параметров элементов многополюсника его  $Y$ -параметры не существуют.

Для схемной интерпретации *необходимых топологических условий*, на рис. 3.10.3 приведены обобщенные схемы  $n$ -полюсников,  $Y$ -параметры которых не существуют. Следует отметить, что другие первичные параметры этих многополюсников могут существовать.



Рис. 3.10.3. Обобщенные схемы  $n$ -полюсников, в которых не выполняются *первое* (а) и *второе* (б) *необходимые топологические условия существования  $Y$ -параметров*

Отсутствие в схеме многополюсника приведенных на рис. 3.10.3 топологических вырождений не гарантирует существование  $Y$ -параметров, поскольку, как уже отмечалось, имеются еще и параметрические условия, которые в *необходимых топологических условиях* не учитываются. Для иллюстрации параметрических условий приведем на рис. 3.10.4,а схему четырехполюсника, для которого при указанных в подписи к рисунку параметрах  $Y$ -параметры не существуют [62], несмотря на то, что *топологические условия* выполняются.

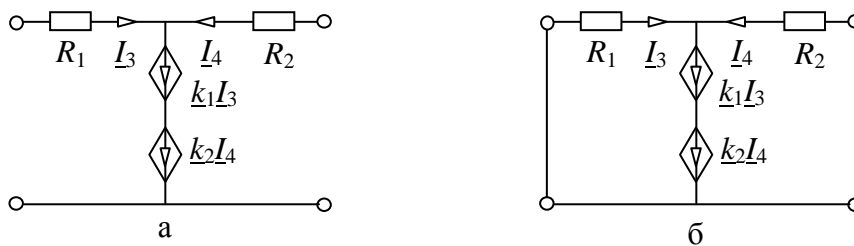


Рис. 3.10.4. Четырехполюсник (а), не имеющий  $Y$ -параметров при  $R_1 = 3$  Ом;  $R_2 = 6$  Ом;  $k_1 = k_2 = 2$  Ом; схема (б) для проверки условия существования  $Y$ -параметров

В [69] невыполнение параметрического условия существования  $Y$ -параметров выявлено только после получения соответствующей матрицы и констатации ее вырожденности. Хотя это можно сделать проще – путем проверки предложенного здесь *достаточного условия существования и единственности  $Y$ -параметров*. Для этого раскроем определитель  $D$  схемы с замкнутыми полюсами на рис. 3.10.4 б. Выделим в этой схеме сначала ИНУТ  $k_2 I_4$ , а затем – сопротивление  $R_2$  в обоих полученных слагаемых. В результате получим

$$D = k_2 \left| \begin{array}{c} \square \\ R_1 \\ \square \end{array} \right| + R_2 \left| \begin{array}{c} \square \\ R_1 \\ \square \end{array} \right| k_1 L_3. \quad (3.10.6)$$

В первом слагаемом выделяем сопротивление  $R_1$  и вычисляем определитель элементарного контура из НУИ. Во втором слагаемом преобразуем ИНУТ, управляемый собственным током, в сопротивление и записываем определитель образовавшегося контура из сопротивлений. В результате определитель имеет вид

$$D = -k_2 R_1 + R_2 (R_1 - k_1). \quad (3.10.7)$$

Из последней формулы следует, что  $Y$ -параметры существуют, если выполняется следующее простое соотношение

$$\frac{k_2}{R_2} + \frac{k_1}{R_1} \neq 1. \quad (3.10.8)$$

При параметрах, которые даны на рис. 3.10.4,а, это соотношение не выполняется и  $Y$ -параметры не существуют.

Таким образом, для проверки существования  $Y$ -параметров не требуется их находить, как в [69], или формировать матрицу и находить ее определитель, как в [28], нужно лишь раскрыть схемно-алгебраическим путем определитель многополюсника с замкнутыми полюсами и применить *достаточное условие существования и единственности  $Y$ -параметров*. При этом схемно-алгебраический подход позволяет получить это условие в символьной форме, что дает возможность исследовать условия существования в общем виде, при произвольных значениях параметров.

При практических расчетах, несмотря на наличие *достаточного топологического условия существования  $Y$ -параметров*, следует сначала проверять *необходимые топологические условия*, поскольку они позволяют сэкономить значительные вычислительные затраты при наличии в схеме структурных вырождений. *Необходимые топологические условия* проверяются с помощью обобщенных схем на рис. 3.10.3 применительно ко всем сторонам исследуемого многополюсника.

### 3.10.3. СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ $Z$ -ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Матричное уравнение для автономного многополюсника может быть записано через  $Z$ -параметры по аналогии с уравнением для  $Y$ -параметров (3.10.4)

$$\underline{\mathbf{U}} = \underline{\mathbf{Z}}\underline{\mathbf{I}} + \underline{\mathbf{E}}, \quad (3.10.9)$$

где  $\underline{U}$  – вектор напряжений  $n$  независимых сторон многополюсника, которых на единицу меньше числа полюсов;  $\mathbf{Z}$  – матрица параметров размерностью  $n \cdot n$ ;  $\underline{I}$  – вектор токов сторон (токов внешних контуров).

Для определения передаточного сопротивления от ветви  $i$  к ветви  $k$  используется схема на рис. 3.10.5,а, из которой для соответствующего неавтономного многополюсника находим

$$Z_{ki} = \underline{U}_k / \underline{I}_i, \text{ при } \underline{I}_s = 0, s \neq i, \quad (3.10.10)$$

где  $\underline{U}_k$  – напряжение  $k$ -ой стороны многополюсника;  $\underline{I}_i$  – ток источника, подключенного к стороне  $i$ ;  $\underline{I}_s$  – ток стороны  $s$ ;  $s$  не может принимать значение, равное  $i$ .

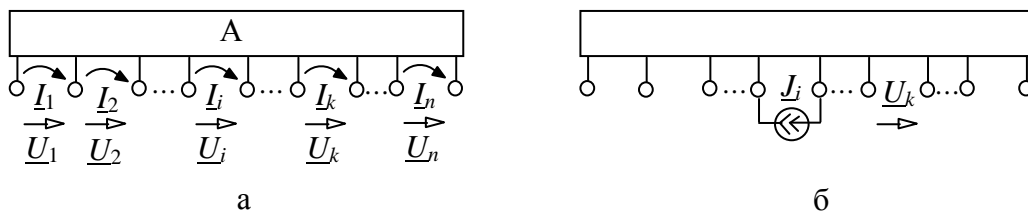


Рис. 3.10.5. Автономный многополюсник (а) с  $n$  независимыми сторонами (стороны показаны стрелками токов и напряжений) и схема с соответствующим неавтономным многополюсником (б) для определения сопротивления  $Z_{ki}$

На основании (3.10.10) построим схему на рис. 3.10.5,б. По этой схеме можно сформировать аналогично передаточной проводимости схемно-алгебраическое выражение для передаточного сопротивления  $Z_{ki}$ . Это выражение получается в виде дроби, в числителе которой находится определитель схемы, полученной из рис. 3.10.5,б путем замены источника тока  $\underline{I}_i$  генератором НУИ противоположного направления, а приемника напряжения приемником НУИ соответствующего направления. Знаменателем для  $Z_{ki}$  является определитель схемы на рис. 3.10.5,б, в которой нейтрализованы источник тока и приемник напряжения. В результате схемно-алгебраическая формула для передаточного сопротивления имеет вид

$$Z_{ki} = \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \right| \Big/ \left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \quad \dots \quad \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \right|. \quad (3.10.11)$$

Входное сопротивление находится также по формуле (3.10.11), которое принимает частный вид, поскольку в этом случае генератор и приемник НУИ подключаются к одной стороне многополюсника и оказываются параллельными друг другу. Параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ, как известно, заменяется перемычкой. С





### 3.10.4. ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ Z-ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Достаточным топологическим условием существования и единственности  $Z$ -параметров является по аналогии с  $Y$ -параметрами, отличие от нуля определителя расчетной схемы на рис. 3.10.5,б – определителя неавтономного многополюсника с разомкнутыми полюсами. Как видно, это условие отличается от условия существования  $Y$ -параметров. И, следовательно, если  $Y$ -параметры многополюсника не существуют, то  $Z$ -параметры могут существовать, что является важным для схемно-алгебраической редукции электрических цепей.

Сформулируем, используя свойство дуальности  $Z$  и  $Y$ -параметров [52], необходимые топологические условия существования и единственности  $Z$ -параметров многополюсника. Первое условие состоит в том, что сечения, соответствующие полюсам, не должны содержать только источники тока (управляемые и независимые) и ГНУИ. Второе условие – указанные сечения не должны состоять только из приемников напряжения и ПНУИ. Если хотя бы одно из этих двух необходимых топологических условий не выполняется, то независимо от параметров элементов  $Z$ -параметры многополюсника не существуют.

Необходимые топологические условия могут быть отражены в виде обобщенных схем  $n$ -полюсников на рис. 3.10.7,  $Z$ -параметры которых не существуют. Эти схемы могут использоваться в качестве трафаретов для проверки топологических условий. С их помощью нужно проверять каждую сторону исследуемого многополюсника. Следует отметить, что если необходимые топологические условия существования  $Z$ -параметров не выполняются, то другие первичные параметры этого многополюсника могут существовать.



Рис. 3.10.7. Обобщенные схемы  $n$ -полюсников, в которых не выполняются первое (а) и второе (б) топологические условия существования  $Z$ -параметров

Для иллюстрации условий существования  $Z$ -параметров рассмотрим многополюсник на рис. 3.10.4,а. Поскольку для него топологические условия выполняются, применим достаточное топологическое условие существования  $Z$ -параметров. Для этого найдем определитель схемы многополюсника с разомкнутыми полюсами. Определитель этой схемы равен 1, так как УИ нейтрализованы в силу разомкнутых приемников тока.

Следовательно,  $Z$ -параметры существуют, причем вне зависимости от численных значений параметров элементов, которые должны принимать конечные (бесконечно большие не допускаются) значения. Напомним, что  $Y$ -параметры для этого многополюсника с указанными на рис. 3.10.4,а параметрами элементов не существуют.

### 3.10.5. РАСЧЕТ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ REDSYM

Метод схемно-алгебраической редукции реализован в программе *REDSYM* (автор *В.В. Филаретов*). Тестирование этой программы проведено на компьютере с процессором *AMD Duron 1.1* ГГц. Для сравнения взяты результаты наиболее эффективной диакоптической программы, использующей МДВ [63]. В качестве тестовых примеров выбраны четыре схемы, три из них известные: полосовой фильтр (ПФ) [103], избирательный усилитель (ИУ) [41], операционный усилитель (ОУ)  $\mu A741$ , а четвертая схема – трехфазная электроэнергетическая система (ЭС) [13] – символьное тестирование ранее не проходила. Здесь исследуется ее произвольный несимметричный режим. Отметим, что в частном случае короткого замыкания (КЗ) одной из фаз системы с симметричными параметрами символьное выражение тока КЗ численно соответствует известному результату [13,75].

Структурная трехфазная схема исследуемой ЭС изображена на рис. 3.10.8. Схемы замещения [75] каждого из блоков приведены на рис. 3.10.9–3.10.12.

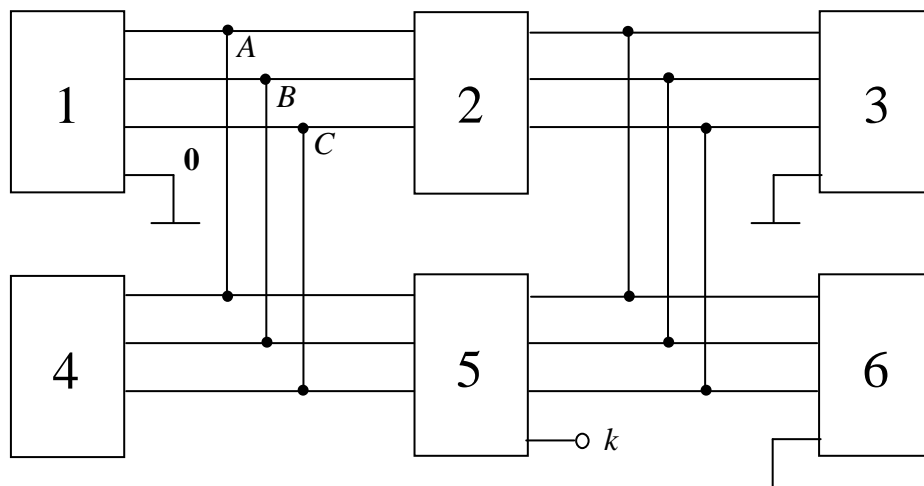


Рис. 3.10.8. Структурная схема энергетической системы (вывод  $k$  для исследования режима однофазного короткого замыкания)

Блок 1 (рис. 3.10.9) содержит СГ с обмотками соединенными треугольником, который представлен схемой замещения с трехфазным источником ЭДС  $\underline{E}_a, \underline{E}_b, \underline{E}_c$ , комплексными сопротивлениями каждой из фаз  $Z_{da}, Z_{db}$  и  $Z_{dc}$ , источниками напряжения, управляемыми током, с параметрами  $Z_{ra}, Z_{rb}$  и  $Z_{rc}$ . В этом же блоке находится трансформатор с обмотками по схеме «треугольник – звезда», моделируемый источниками напряжения, управляемыми напряжением, с параметрами  $K_c, K_b$  и  $K_a$ , источниками тока, управляемыми током, с теми же параметрами, а также сопротивлениями короткого замыкания  $Z_{sa}, Z_{sb}$  и  $Z_{sc}$ .

Блоки 2 и 5 (рис. 3.10.10) представляют собой линии передачи электроэнергии, моделируемые индуктивными сопротивлениями  $Z_a, Z_b, Z_c, Z_{a1}, Z_{a2}$  и ИНУТ с передаточными сопротивлениями  $Z_{ab}, Z_{ba}, Z_{bc}, Z_{cb}, Z_{ac}, Z_{ca}, Z_{a1b}, Z_{a1c}, Z_{a2b}, Z_{a2c}, Z_{ba1}, Z_{ba2}, Z_{ca1}, Z_{ca2}$ . Блок 5 имеет дополнительный вывод  $k$  для исследования режима однофазного короткого замыкания.

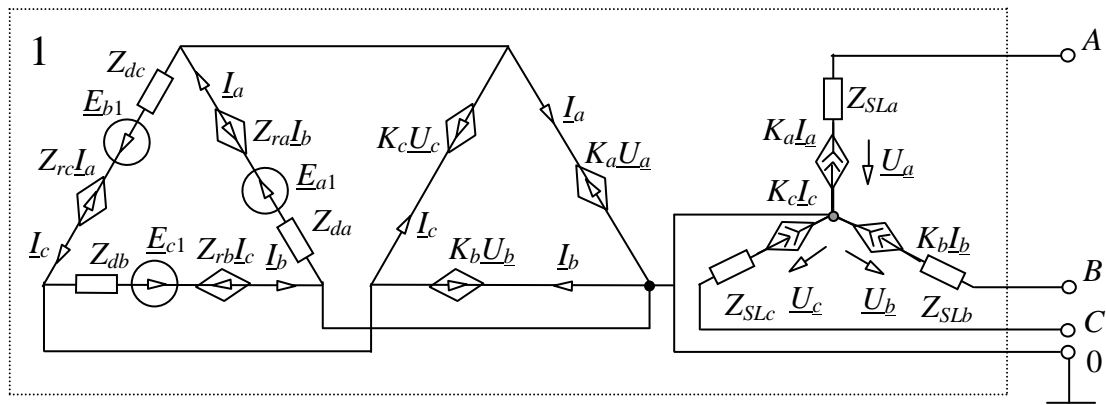


Рис. 3.10.9. Схема замещения блока 1

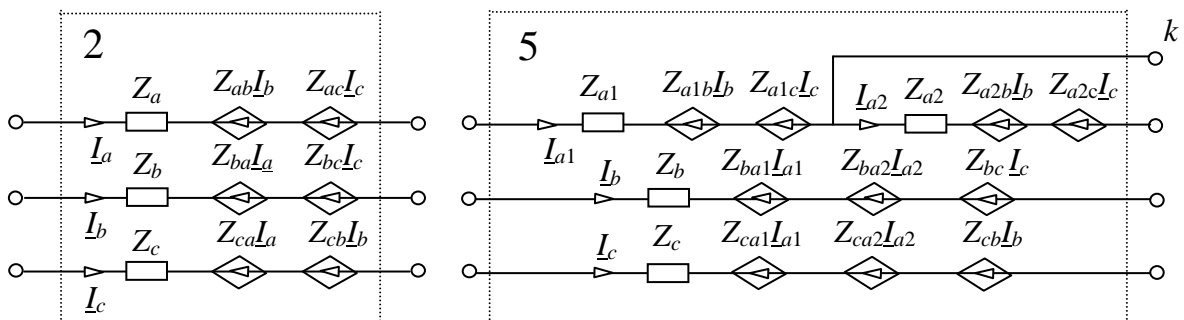


Рис. 3.10.10. Блоки 2 и 5 – линии передачи электроэнергии

Блок 3 (рис. 3.10.11) содержит трансформатор с обмотками по схеме «звезда – звезда», представленный с помощью ИНУН и ИНУТ с теми же параметрами, как и в блоке 1, и сопротивлениями короткого замыкания  $Z_{sra}, Z_{srb}$  и  $Z_{src}$ . В этом же блоке находится СГ с обмотками по схеме

«звезда». Сопротивления и параметры ИНУТ СГ обозначены так же, как в блоке 1.

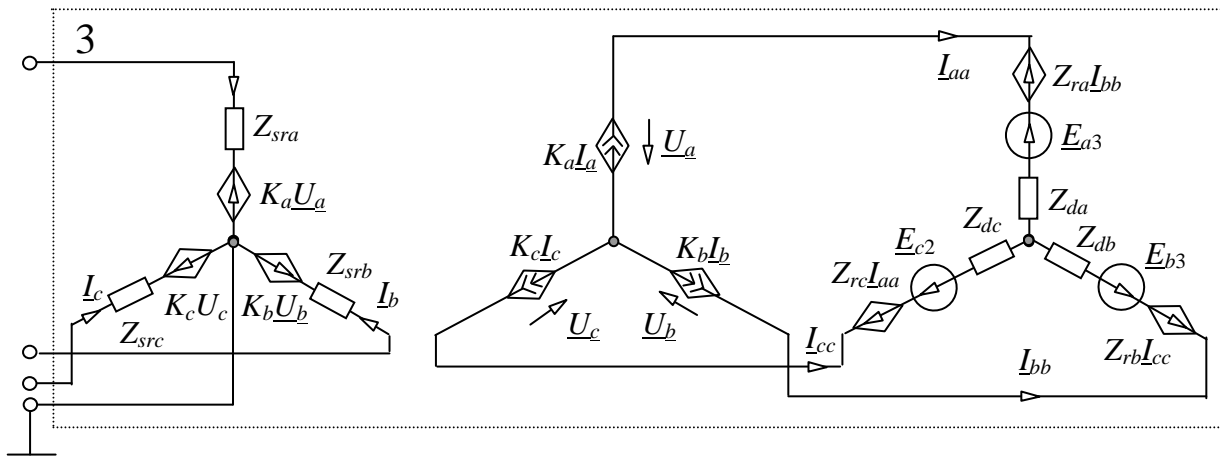


Рис. 3.10.10. Схема замещения блока 3

Блок 4 аналогичен блоку 1 и отличается лишь отсутствием нулевого провода, поэтому здесь не изображен. Блок 6 (рис. 3.10.12) аналогичен блоку 3 и, наоборот, содержит нулевой провод, а также сопротивление нулевого провода  $Z_N$ .

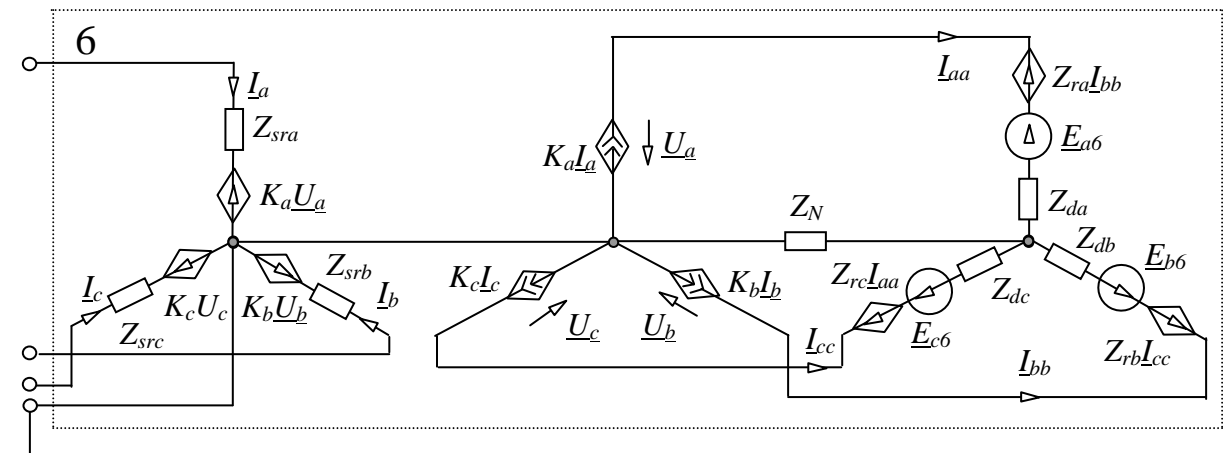


Рис. 3.10.11. Схема замещения блока 6

Для анализа ЭС используется метод схемно-алгебраической редукции в сочетании с явно-неявным принципом наложения. Применение этого принципа здесь обязательно, поскольку явный принцип наложения в сочетании с МДВ не позволяет получить символьную формулу из-за слишком больших вычислительных затрат. В результате применения неявного принципа наложения общее число генераторных полюсов у неавтономных подсхем 1, 3, 4 и 6 сокращается с 18-ти до 4-х. Каждая подсхема имеет один генераторный полюс, к которому относительно нулевого полюса подключается единичный источник напряжения [38], управляющий тремя зависимыми источниками, образующими трехфазный СГ.

Сложность рассматриваемых схем оценивается в табл. 3.10.2 количеством двухполюсных элементов (ДП) и управляемых источников. Как видно из табл. 3.10.2, программа по методу САР формирует выражения, содержащие по сравнению с МДВ меньше трудоемких операций умножения и деления. Причем эффект тем больше, чем больше полюсов содержат подсхемы. Так для ЭС, подсхемы которой содержат число полюсов от 4-х до 8-ми, число трудоемких операций по методу САР в 8 раз меньше, чем по МДВ. Соответствующие затраты времени по методу схемно-алгебраической редукции в 120 раз меньше, чем по МДВ.

Существенное влияние на вычислительные затраты оказывает порядок объединения подсхем. Для уменьшения этих затрат порядок объединения в соответствии с табл. 3.10.1 должен быть такой, чтобы образующиеся при этом подсхемы имели наименьшее число полюсов.

Проиллюстрируем это на примере энергетической системы при одном работающем синхронном генераторе, при этом остальные СГ нейтрализованы. В этом случае в схеме ЭС на рис. 3.10.8 останется только три внешних полюса, все остальные полюсы окажутся внутренними для соответствующих подсхем. Работающий генератор, находящийся в блоке 1, имеет только один полюс для подключения трехфазного источника вместо четырех. Это обеспечивается, как уже отмечалось, за счет применения неявного метода единичного источника [38]. Сокращение числа полюсов у первой подсхемы с 8-ми до 5-ти уменьшает в 3 раза по табл. 3.10.1 число ее первичных параметров.

Таблица 3.10.2

Сравнение вычислительной эффективности метода схемно-алгебраической редукции и метода двоичных векторов

Схе- ма	Сложность схемы		Метод двоичных векторов МДВ+НПН				Метод схемно- алгебраической редукции			
	ДП	УИ (НУИ) +НИ	*	+	=	t	*	+	=	t
			/	-			/	-		
ПФ	44	(13)+1	266 1	156 97	116	23 с	79 26	34 26	85	21 с
ИУ	84	9+1	3327 36	2363 558	647	28 с	1326 264	1022 257	341	11 с
ОУ	191	26+1	1882 116	2240 98	642	20 с	1329 620	1417 138	808	12 с
ЭС	32	54+12	110324 4	62664 42645	22118	2 ч	13984 1033	9086 2721	1197	54 с

Для указанной схемы ЭС рассмотрим 2 порядка объединения подсхем. Каждый из этих порядков объединения проиллюстрирован на рис. 3.10.13 с помощью деревьев объединения. Узлами этих деревьев являются подсхемы с соответствующими номерами. Объединение в каждом из деревьев осуществляется в направлении слева направо и снизу вверх. Например, при объединении подсхем 1 и 2 образуется подсхема 7.

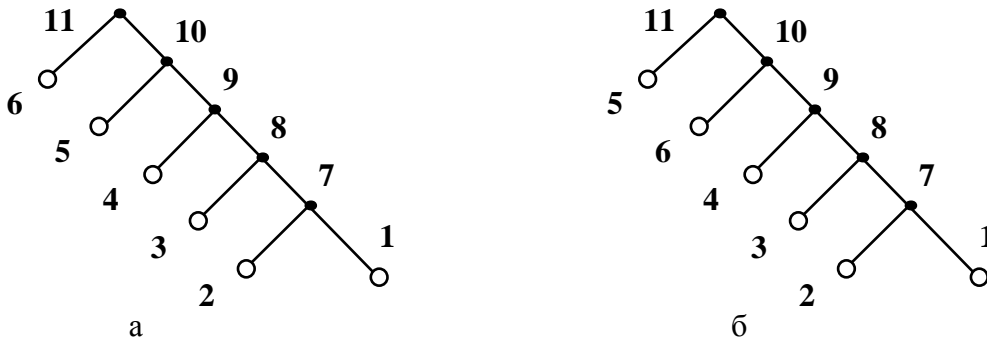


Рис. 3.10.13. Деревья объединения подсхем при первом (а) и втором (б) рассматриваемых порядках объединения

Первый рассматриваемый порядок объединения подсхем на рис. 3.10.13,а дает по программе *REDSYM* символьное выражение для отклика системы с числом операций умножения 3482, деления 264, сложения 2368, вычитания 650 и присвоения 305. Второй порядок объединения на рис. 2,б – 20320, 283, 23564, 3740 и 324 операции соответственно. Видно, что число трудоемких операций умножения для первого порядка объединения подсхем почти в 6 раз меньше, чем для второго порядка при одновременном сокращении числа других операций. Такое значительное уменьшение объема формулы объясняется тем, что образующиеся новые подсхемы 7, 8, 9, 10 и 11 при первом порядке объединения имеют число полюсов 8, 8, 8, 5 и 3 соответственно, а при втором порядке 10-я подсхема содержит на 3 полюса больше при сохранении числа полюсов у остальных подсхем. Это, как уже отмечалось, приводит по табл. 3.10.1 к возрастанию в 3 раза числа передаточных параметров у этой подсхемы.

Представляет интерес тестирование программы на типичных контурных сетях [31], обобщенная схема которых представлена на рис. 3.10.14. Приведем в табл. 3.10.3 для сравнения число деревьев, как показатель сложности схемы, и число умножений в символьных выражениях, как показатель сложности выражений, полученных с помощью программы *REDSYM*. Как число деревьев, так и число умножений округлены до двух значащих цифр.

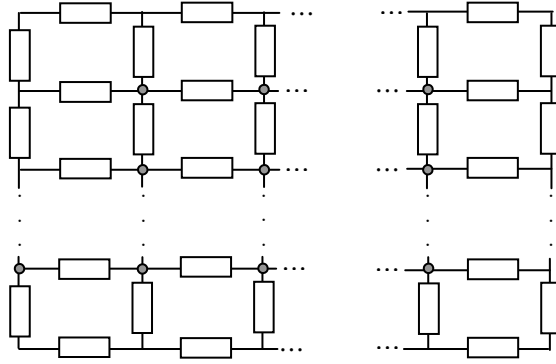


Рис. 3.10.14. Типичная контурная сеть

Из таблицы видно, что при увеличении схемы на один узел число умножений в формуле по *REDSYM* увеличивается не более, чем на порядок, а рост числа деревьев составляет при этом до 10-ти порядков. Таким образом, метод схемно-алгебраической редукции позволяет формировать символьные выражения, сложность которых растет значительно медленнее, чем топологическая сложность соответствующих цепей.

Таблица 3.10.3

Сравнение числа деревьев электрических сетей и числа умножений в символьных выражениях, полученных по программе REDSYM

№ сети	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Число узлов	6	9	16	25	36	49	64	81	100	121	144
Число контуров	2	4	9	16	25	36	49	64	81	100	121
Число деревьев	15	192	$1.0 \cdot 10^5$	$5.6 \cdot 10^8$	$3.2 \cdot 10^{13}$	$2.0 \cdot 10^{19}$	$1.3 \cdot 10^{27}$	$8.3 \cdot 10^{33}$	$5.7 \cdot 10^{42}$	$4.0 \cdot 10^{52}$	$3.0 \cdot 10^{63}$
Число умножений	2	24	193	$1.9 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^4$	$3.4 \cdot 10^4$	$1.4 \cdot 10^5$	$4.9 \cdot 10^5$	$8.7 \cdot 10^5$	$2.7 \cdot 10^6$	$4.8 \cdot 10^6$

Таким образом, в подразделе 3.10 предложен *диакоптический метод схемно-алгебраической редукции*, объединяющий экономичность первичных параметров и безызбыточность схемно-алгебраических формул для многополюсников.

В подразделе сформулированы и обоснованы *достаточные и необходимые топологические условия существования первичных параметров многополюсников*.



Метод схемно-алгебраической редукции по сравнению с методом двоичных векторов многократно сокращает вычислительные затраты и объем формируемых символьных выражений для электрических цепей, содержащих подсхемы с большим числом полюсов (7...10 и более). Это позволяет выполнять символьный анализ электрических систем и сетей, содержащих десятки-сотни узлов и элементов.

Применение в диакоптическом методе схемно-алгебраической редукции *явно-неявного принципа наложения* позволяет сократить вычислительные затраты по сравнению с традиционным принципом наложения в число раз, равное отношению общего количества независимых источников к числу автономных подсхем.

### 3.11. ДИАКОПТИЧЕСКИЙ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТРЕХФАЗНЫХ ЦЕПЕЙ В СИММЕТРИЧНЫХ КООРДИНАТАХ

На основе явного принципа наложения формируются, как показано в [38], неэкономичные по сравнению с НПН символьные выражения для электрических цепей с несколькими источниками. В то же время ЯПН является базой для метода симметричных составляющих (МСС). МСС упрощает получение символьных выражений для частных несимметричных режимов трехфазных цепей, когда несимметрия сосредоточена в одном – двух местах системы [52]. Упрощение возможно, если режимы схем замещения для каждой из трех последовательностей напряжений и токов – прямой, обратной и нулевой – не зависят друг от друга.

Расчет этих схем замещения, составленных для одной фазы, выполняется совместно и с учетом дополнительной системы уравнений, построенных для симметричных составляющих токов и напряжений в местах несимметрии схемы. По симметричным составляющим находят путем их суммирования искомые фазные переменные.

Дополнительная система уравнений может быть учтена также с помощью объединенной схемы замещения, содержащей схемы всех трех последовательностей. Вывод необходимых и достаточных условий для получения объединенной схемы замещения осуществляется для каждого случая несимметрии в отдельности [13].

Наиболее часто МСС применяется для анализа режимов короткого замыкания. При однофазном коротком замыкании на землю объединенная схема замещения получается путем последовательного соединения схем замещения всех трех последовательностей и утроенного сопротивления в месте короткого замыкания. В этом случае токи всех трех последовательностей оказываются равными друг другу.

При двухполюсном коротком замыкании на землю схемы всех трех последовательностей соединяются параллельно, при этом утроенное сопротивление короткого замыкания включается последовательно в ветвь со схемой нулевой последовательности.

При взаимном двухполюсном коротком замыкании объединенная схема состоит из двух параллельно соединенных ветвей. Первая ветвь представляет собой последовательное соединение схемы прямой последовательности и половинного сопротивления в месте короткого замыкания. Вторая ветвь является также последовательным соединением, но уже схемы обратной последовательности и половинного сопротивления КЗ.

Из представленной выше информации видно, при диакоптическом анализе электрических систем в симметричных координатах удобно делить объединенную схему замещения на части, содержащие схемы прямой, обратной и нулевой последовательностей.

Объединенная схема замещения содержит, как правило, несколько независимых источников, поскольку электроэнергетические системы (ЭЭС) [13] имеют в своем составе не один трехфазный генератор. Поэтому для диакоптического получения экономичных формул в виде единых символьных выражений целесообразно использовать предложенные в подразделе 3.9 *формулы деления схем с независимыми источниками*, основанные на *обобщенном методе двоичных векторов и явно-неявном принципе наложения воздействий*. Их совместное применение обеспечивает оптимальное (половинное) деление схемы, экономию вычислительных затрат и компактную свертку алгебраических выражений.

### 3.11.1. ПРИМЕР АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ПРИ ОДНОФАЗНОМ КОРОТКОМ ЗАМЫКАНИИ

Рассмотрим пример анализа трехфазной системы, представленной на рис. 3.11.1 [13]. Система симметричная, параметры элементов в каждой фазе одинаковы. Схемы соединения обмоток синхронных генераторов  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ , и трансформаторов  $T_1, T_2, T_3, T_4$  показаны на рисунке. Генераторы работают синфазно. Длина линий передачи электроэнергии 48 км. На расстоянии 13 км от шин левой генераторной станции происходит однофазное короткое замыкание на землю. Сопротивление короткого замыкания равно нулю. Требуется получить символьное выражение для тока короткого замыкания.

Схема замещения электроэнергетической системы (ЭЭС) в симметричных координатах приведена на рис. 3.11.2 [13], где  $\underline{E}_1, \underline{E}_2, \underline{E}_3, \underline{E}_4$  – ЭДС генераторов одной из фаз;  $Z_{11}, Z_{21}, Z_{31}, Z_{41}$  – сопротивления

прямой последовательности генераторов  $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$  соответственно;  $Z_{12}, Z_{22}, Z_{32}, Z_{42}$  – сопротивления обратной последовательности указанных генераторов;  $Z_{T1}, Z_{T2}, Z_{T3}, Z_{T4}$  – сопротивления прямой, обратной и нулевой последовательностей трансформаторов  $T_1, T_2, T_3, T_4$  соответственно;  $Z_L, Z_{L1}, Z_{L2}$  – сопротивления прямой и обратной последовательностей линий передачи электроэнергии;  $Z_{L0}, Z_{10}, Z_{20}$  – сопротивления обратной последовательности линий передачи электроэнергии.

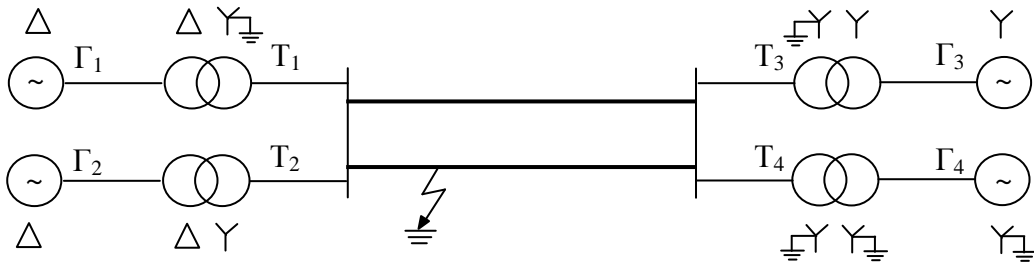


Рис. 3.11.1. Однолинейное изображение электроэнергетической системы

Параметры элементов следующие:  $\underline{E}_1 = \underline{E}_2 = \underline{E}_3 = \underline{E}_4 = j38100 \text{ В}$ ;  $Z_{11} = Z_{21} = j65 \text{ Ом}$ ;  $Z_{31} = Z_{41} = j50 \text{ Ом}$ ;  $Z_{12} = Z_{22} = j90 \text{ Ом}$ ;  $Z_{32} = Z_{42} = j30 \text{ Ом}$ ;  $Z_{40} = j15 \text{ Ом}$ ;  $Z_{T1} = Z_{T2} = j20 \text{ Ом}$ ;  $Z_{T3} = Z_{T4} = j30 \text{ Ом}$ ;  $Z_L = j22 \text{ Ом}$ ;  $Z_{L1} = 13Z_L/48$ ;  $Z_{L2} = 35Z_L/48$ ;  $Z_{L0} = j77 \text{ Ом}$ ;  $Z_{10} = 13Z_{L0}/48$ ;  $Z_{20} = 35Z_{L0}/48$ .

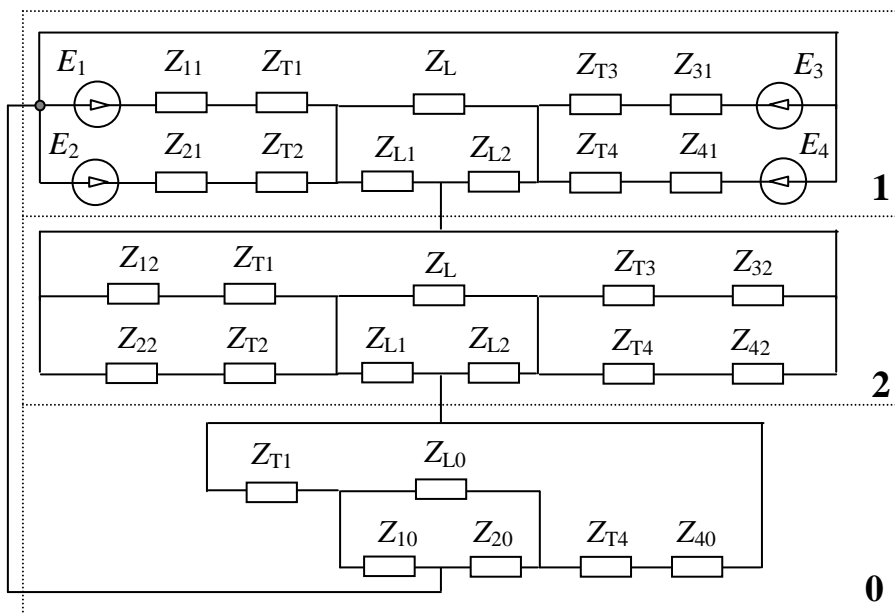


Рис. 3.11.2. Объединенная схема замещения прямой 1, обратной 2 и нулевой 0 последовательностей

Для дальнейшей работы со схемой на рис. 3.11.2 представим ее на рис. 3.11.3 в компактном блочном виде, где цифрами 1, 2 и 0 обозначены

соответствующие подсхемы;  $I_1$ – это ток прямой последовательности. Токи других последовательностей не показаны, так как они взаимно равны.

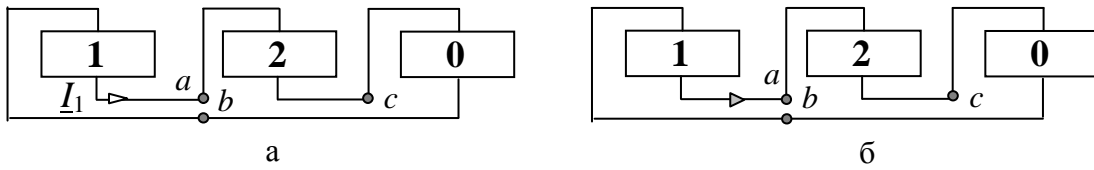


Рис. 3.11.3. Блочное представление объединенной схемы замещения: а – исходная схема; б – схема числителя

Находим искомый отклик в виде отношения  $I_1 = N/D$ . Схема числителя показана на рис. 3.11.3 б. Применим сначала формулу деления по двум узлам  $a$  и  $b$ , а затем по одному узлу [87]. Получим

$$N = \left| \begin{array}{c} \text{1} \\ \text{2} \\ \text{0} \end{array} \right| = N_1 N_2 N_3. \quad (3.11.1)$$

Раскроем первый сомножитель

$$N_1 = \left| \begin{array}{c} E_1 \quad Z_{11} \quad Z_{T1} \quad b \quad Z_L \quad Z_{T3} \quad Z_{31} \quad E_3 \\ E_2 \quad Z_{21} \quad Z_{T2} \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T4} \quad Z_{41} \quad E_4 \end{array} \right|. \quad (3.11.2)$$

Преобразуем последовательные сопротивления:  $Z_{T11} = Z_{11} + Z_{T1}$ ;  $Z_{T21} = Z_{21} + Z_{T2}$ ;  $Z_{T31} = Z_{31} + Z_{T3}$ ;  $Z_{T41} = Z_{41} + Z_{T4}$ . Применим к полученному выражению формулу деления схемы с независимыми источниками на две автономные подсхемы (п. 3.4, получим

$$N_1 = \left| \begin{array}{c} E_1 \quad Z_{11} \\ E_2 \quad Z_{21} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} Z_L \quad a \quad Z_{T31} \\ Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T41} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} Z_{T11} \quad Z_L \quad b \quad Z_{T31} \quad E_3 \\ Z_{T21} \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T41} \quad E_4 \end{array} \right|. \quad (3.11.3)$$

Раскроем первое слагаемое, которое обозначим как  $N_{11}$ . Первый сомножитель находим по ЯПН [52]. Во втором сомножителе используем формулу деления по двум узлам  $a$  и  $b$  [87]. После выполнения элементарных операций выделения сопротивлений получим

$$N_{11} = (Z_{T21}E_1 + Z_{T11}E_2)[2Z_L Z_{T31} Z_{T41} + Z_L Z_{L2}(Z_{T31} + Z_{T41})]. \quad (3.11.4)$$

Ко второму слагаемому (3.11.3) (обозначим его как  $N_{12}$ ) применим формулу для определителя схемы с независимыми источниками, разделимой на автономную и неавтономную подсхемы (п. 3.5.1).

$$N_{12} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \\ \text{---} \leftarrow \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} Z_L \\ Z_{T2} \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \\ Z_{T2} \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \end{array} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \rightarrow \text{---} \\ \text{---} \rightarrow \text{---} \end{array} \right|. \quad (3.11.5)$$

Чтобы раскрыть  $N_{12}$ , обратим внимание на изоморфность схем в определителях  $N_{11}$  и  $N_{12}$ . Поэтому для получения  $N_{12}$  необходимо заменить в  $N_{11}$  (3.11.4) сопротивление  $Z_{T21}$  на  $Z_{T41}$ ,  $Z_{T11}$  на  $Z_{T31}$  (и наоборот  $Z_{T41}$  на  $Z_{T21}$ ,  $Z_{T31}$  на  $Z_{T11}$ ), ЭДС  $E_1$  на  $E_3$ ,  $E_2$  на  $E_4$ . В результате получим

$$N_{12} = (Z_{T41}E_1 + Z_{T31}E_2)[2Z_L Z_{T11} Z_{T21} + Z_L Z_{L2}(Z_{T11} + Z_{T21})]. \quad (3.11.6)$$

Найдем второй множитель из выражения для числителя (3.11.1), который, как видно, является определителем схемы обратной последовательности. Предварительно преобразуем в этой схеме последовательно соединенные сопротивления  $Z_{T12} = Z_{12} + Z_{T1}$ ;  $Z_{T22} = Z_{22} + Z_{T2}$ ;  $Z_{T32} = Z_{32} + Z_{T3}$ ;  $Z_{T42} = Z_{42} + Z_{T4}$ .

$$N_2 = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \\ \text{---} \bullet \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} Z_{T12} \quad a \quad Z_L \quad c \quad Z_{T32} \\ Z_{T22} \quad b \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T42} \\ Z_{T22} \quad b \quad Z_{L1} \quad Z_{L2} \quad Z_{T42} \end{array} \end{array} \right|. \quad (3.11.7)$$

Для раскрытия определителя  $N_2$  используем дважды формулу деления пассивной цепи по двум узлам [87], сначала по  $a$  и  $b$ , затем по объединенному узлу  $ab$  и узлу  $c$ , и дважды формулу деления схемы по одному узлу  $b$  и  $c$ . В результате получаем

$$N_2 = (Z_{T12} + Z_{T22})[2Z_L Z_{T32} Z_{T42} + Z_L^2(Z_{T32} + Z_{T42})] + 2Z_{T12} Z_{T22} Z_L (Z_{T32} + Z_{T42}). \quad (3.11.8)$$

Находим последний, третий множитель числителя в (3.11.1). Это определитель схемы нулевой последовательности, который получается по формулам выделения сопротивлений [87].

$$N_0 = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{array} \\ \begin{array}{c} Z_{T1} \quad Z_{L0} \\ Z_{10} \quad Z_{20} \quad Z_{T40} \\ Z_{10} \quad Z_{20} \quad Z_{T40} \end{array} \end{array} \right| = 2(Z_{T1} + Z_{T40})Z_{L0} + Z_{L0}^2. \quad (3.11.9)$$

Формируем знаменатель искомого отклика, который равен определителю схемы на рис. 3.11.3, модифицированной путем нейтрализации источников ЭДС в первой подсхеме. Этот определитель находится аналогично определителю  $N_2$  путем двукратного применения формулы деления схемы по двум и одному узлу. Кратко результат использования этих формул можно записать следующим образом

$$D = D_1(D_2D_{3S} + D_{2S}D_3) + D_{1S}D_2D_3, \quad (3.11.10)$$

где  $D_1$ ,  $D_2$ ,  $D_3$  – определители разомкнутых схем прямой, обратной и нулевой последовательности соответственно;  $D_{1S}$ ,  $D_{2S}$ ,  $D_{3S}$  – определители замкнутых схем прямой, обратной и нулевой последовательности.

Определитель  $D_1$  получается (в силу уже отмеченной изоморфности схем) из определителя  $N_2$  в формуле (3.11.8) путем замены сопротивления  $Z_{T12}$  на  $Z_{T11}$ ,  $Z_{T22}$  на  $Z_{T21}$ ,  $Z_{T32}$  на  $Z_{T31}$ ,  $Z_{T42}$  на  $Z_{T41}$ . После выполнения этой операции

$$D_1 = (Z_{T11} + Z_{T21})[2Z_L Z_{T31} Z_{T41} + Z_L^2(Z_{T31} + Z_{T41})] + 2Z_{T11} Z_{T21} Z_L (Z_{T31} + Z_{T41}).$$

Определители  $D_2$  и  $D_0$  совпадают с  $N_2$  и  $N_0$  в формулах (3.11.8) и (3.11.9) соответственно. Находим определитель замкнутой схемы прямой последовательности

$$D_{1S} = \left| \begin{array}{ccc} Z_{T11} & & Z_L & & Z_{T31} \\ & a & & & \\ Z_{T21} & & Z_{L1} & & Z_{T41} \\ & & & b & \\ & & & & Z_{L2} & & \\ & & & & & & \end{array} \right|. \quad (3.11.11)$$

Для раскрытия  $D_{1S}$  применяем формулу для определителя схемы разделимой по двум узлам  $a$  и  $b$ , получаем

$$D_{1S} = [Z_{T11}(Z_{T21} + Z_{L1}) + Z_{L1}Z_{T21}][(Z_L + Z_{T31})Z_{L2}Z_{T41} + Z_L Z_{T31}(Z_{L2} + Z_{T41})] + Z_{T11}Z_{L1}Z_{T21}[Z_{T31}(Z_{L2} + Z_{T41}) + Z_{L2}Z_{T41}]. \quad (3.11.12)$$

Выражение для определителя  $D_{2S}$  замкнутой схемы обратной последовательности получается из  $D_{1S}$  (в связи с упомянутой структурной идентичностью схем прямой и обратной последовательности) заменой сопротивления  $Z_{T11}$  на  $Z_{T12}$ ,  $Z_{T21}$  на  $Z_{T22}$ ,  $Z_{T31}$  на  $Z_{T32}$  и  $Z_{T41}$  на  $Z_{T42}$ .

$$D_{2S} = [Z_{T12}(Z_{T22} + Z_{L1}) + Z_{L1}Z_{T22}][(Z_L + Z_{T32})Z_{L2}Z_{T42} + Z_L Z_{T32}(Z_{L2} + Z_{T42})] + Z_{T12}Z_{L1}Z_{T22}[Z_{T32}(Z_{L2} + Z_{T42}) + Z_{L2}Z_{T42}]. \quad (3.11.13)$$

Определитель замкнутой схемы нулевой последовательности

$$D_{0S} = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} Z_{T11} \\ \hline \begin{array}{c} Z_{L0} \\ \hline \begin{array}{c} Z_{10} \quad a \quad Z_{20} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array} \begin{array}{c} Z_{T40} \\ \hline \end{array} \end{array} \right| \cdot \quad (3.11.14)$$

Для раскрытия (3.11.14) применим формулу для определителя схемы, разделенной по двум узлам  $a$  и  $b$ , получим

$$D_{0S} = (Z_{10} + Z_{T1})Z_{20}Z_{T40} + [Z_{L0}(Z_{10} + Z_{T1}) + Z_{10}Z_{T1}](Z_{20} + Z_{T40}). \quad (3.11.15)$$

Таким образом, все сомножители числителя (3.11.1) и знаменателя (3.11.10) найдены и, следовательно, сформировано символьное выражение для искомого тока короткого замыкания. После подстановки численных значений в виде целых чисел и обыкновенных дробей получаем, например, с помощью системы *Maple 7* [24] точное значение тока короткого замыкания  $I_1 = 2836565360640/1979147843$  А, приближенное значение  $I_1 \approx 1433, 225603$  А. Это значение соответствует результату, полученному в [13, 75]

Как нетрудно подсчитать, полученное выражение для числителя содержит операций умножения и сложения в 1,5 раза меньше, чем тождественная формула по явному методу наложения. При этом число слагаемых в диакоптических формулах уменьшается в соответствии с подсчетами в п. 3.9 в  $(0,8...0,9)^4 \approx 3$  раза, а временные затраты сокращаются в 2 раза по сравнению с известным методом двоичных векторов в сочетании с принципом наложения. Это подтверждает эффективность предложенных формул деления схем с независимыми источниками, основанных на неравновесных двоичных векторах и явно- неявном принципе наложения.

Таким образом, применение в методе симметричных составляющих явно- неявного принципа наложения в виде формул деления схем с независимыми источниками позволяет получить по сравнению с явным принципом наложения более компактные формулы для числителей, содержащие приблизительно в 1,5...3 раза [38] меньше операций умножения и сложения. Формулы деления схем с независимыми источниками сокращают временные затраты по методу симметричных составляющих в число раз, равное приблизительно половине числа источников, по сравнению методом наложения в явной форме.

#### 4. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ АНАЛИЗА И ДИАГНОСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ НА КОМПЬЮТЕРЕ

В данном разделе рассмотрены особенности анализа и диагностики электрических цепей с помощью программ, разработанных авторами пособия и их коллегами, а также с помощью известных математических систем.

Программы CIRSYMW, CIRMUL, REDSYM и система SCAD (Symbolic Circuit Analysis and Diagnosis), включающая указанные программы символьного моделирования, предназначены для символьного анализа и диагностики сложных линейных электронных цепей, представленных схемами замещения с управляемыми источниками всех четырех типов и идеальными операционными усилителями. Предусматривается задание двухполюсных элементов, как сопротивлений, так и проводимостями (активными и реактивными). Программа CIRSYMW позволяет по составленной схеме получить операторные изображения по *Лапласу в виде компактных формул* для искомых токов и напряжений (при произвольном числе воздействующих источников тока и напряжения), а также для неизвестных параметров (при задании измеренных токов или напряжений). В систему SCAD встроен интерпретатор CALCSYM, предназначенный для вычисления в комплексной области сформированных символьных выражений (в том числе выражений в десятки-сотни мегабайт).

Символьные выражения характеризуются как сложностью, то есть количеством требуемых вычислительных операций, так и точностью вычислений, проводимых на основе этих выражений. В данном разделе на основе универсальной математической системы Maple исследуется взаимосвязь сложности и точности символьных выражений схемных функций, обсуждается методика аналитического расчета устойчивости электрических цепей. Формулируются рекомендации по применению различных методов символьного анализа электрических цепей.

##### 4.1. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYMW

Программа CIRSYMW предназначена для получения символьных выражений для напряжений, токов, параметров произвольной линейной инвариантной во времени электрической цепи с сосредоточенными параметрами в виде отношения двух вложенных выражений. Параметры всех элементов схемы представляются в символьной форме. Вычислительная сложность выражений минимизируется для достижения некоторого оптимального числа операций и символов.



Электрическая схема может содержать независимые источники напряжения и тока, сопротивления и проводимости, конденсаторы и катушки индуктивности, взаимоиндуктивности, источники напряжения и тока, управляемые напряжением и током, идеальные операционные усилители – неудаляемые управляемые источники (НУИ). Вычислительная сложность формируемых выражений минимизируется для достижения некоторого оптимального числа операций и символов. Нам неизвестны другие отечественные программы для решения этого класса задач.

В основе программы CIRSYMW лежит метод схемных определителей (выделения параметров) [62, 63], диакоптический метод двоичных векторов [64], неявный принцип наложения воздействий [38] и метод косвенной компенсации для символьной диагностики цепей [32]. Как при анализе, так и при диагностике исходное схемно-алгебраическое выражение формируется в виде отношения двух схемных определителей. Для анализа это стало возможным благодаря неявному принципу наложения воздействий [38], а для диагностики – еще и принципу косвенной, прямой или комбинированной компенсации элементов с неизвестными параметрами [37]. Построенные таким образом схемные определители числителя и знаменателя для искомой функции преобразуются к символьным выражениям путем последовательного выделения параметров, причем для получения компактных и экономичных по числу вычислительных операций выражений выделение параметров выполняется по критериям кратности и максимального участия [61].

Символьные выражения откликов и параметров формируются программой в виде дробно-рациональных выражений, исследование которых проводится с помощью детально разработанных в математическом анализе методов. Рациональные выражения числителя и знаменателя СВО и СВП представляются в неканоническом свернутом виде, что позволяет получить компактные и экономичные по числу вычислительных операций формулы.

Программа CIRSYMW написана *В. В. Филаретовым* на языке Си и работает с текстовыми файлами формата ASCII, что позволяет использовать ее на любом IBM-совместимом персональном компьютере. Файл конфигурации программы CIRSYMW носит имя SETUP.SYM.

#### 4.1.1. ВВОД ДАННЫХ О СХЕМЕ

Электрическая или электронная схема задается в виде cir-файла, то есть файла программ PSpice-DesignLab, ставшего стандартным для программ схемотехнического моделирования. В комплект поставки программы CIRSYMW входят cir-файлы нескольких простых и сложных схем.

В первой строке `sig`-файла размещается текст, который идентифицирует Вашу схему. Узлы схемы нумеруются в произвольном порядке целыми числами.

Все последующие строки `sig`-файла должны начинаться с первой позиции. Текст `sig`-файла может прерываться комментариями – строками, начинающимися с символа «\*». После последней команды `sig`-файла (.END) может следовать произвольный текст.

Во второй строке `sig`-файла (если нет комментариев) указывается частота, на которой проводится анализ схемы, например команда `.AC LIN 1 1000` означает, что схема работает на частоте 1000 Гц. При анализе схем на постоянном токе указанную команду можно не указывать.

Далее вводятся элементы схемы, причем каждая строка соответствует одному и только одному элементу. Вначале следует имя компонента, затем номера узлов, к которым он присоединен, и значение параметра элемента в системе Си. Первая буква в имени элемента указывает тип элемента: 1) **R** или **r** – сопротивление резистора, Ом; 2) **g** – проводимость резистора, См; 3) **C** или **c** – емкость конденсатора, Ф; 4) **L** или **l** – индуктивность катушки индуктивности, Гн; 5) **G** – передаточная проводимость ИТУН, См; 6) **F** – коэффициент передачи по току ИТУТ; 7) **K** – коэффициент передачи по напряжению ИНУН;

8) **H** – передаточное сопротивление ИНУТ, Ом; 9) **N** – идеальный операционный усилитель – НУИ.

При задании идеальных операционных усилителей нет необходимости указывать их имена (за исключением буквы «N») и численные значения параметров. Численные параметры, характеризующие элементы других типов, используются программой CIRSWM при формировании заголовка – иницилирующей части выражений для искомым напряжений, токов или параметров.

При задании приемников с искомым напряжением или током также указывается только имя приемника и пара узлов, к которым он подсоединен. Первая буква в имени приемника обозначает его тип: 1) **U** – приемник напряжения; 2) **I** – приемник тока.

В заголовке формулы выполняется присваивание численных значений параметров сопротивлениям и проводимостям резисторов, емкостным проводимостям конденсаторов, индуктивным сопротивлениям катушек индуктивности, а также передаточным проводимостям ИТУН, передаточным сопротивлениям ИНУТ, коэффициентам передачи напряжения ИНУН и коэффициентам передачи тока ИТУТ. В формулах для искомым откликов тока или напряжения параметры емкостных проводимостей и индуктивных сопротивлений обозначаются буквами **y** и **z** (остальные символы имени соответствующих конденсаторов и катушек индуктивности остаются без изменения).

#### 4.1.2. ОСОБЕННОСТИ CIR-ФАЙЛА ПРОГРАММЫ CIRSYMW

Ниже перечислены отличия входного файла, используемого программой CIRSYMW, от стандартного cir-файла, которые введены для удобства пользователя при формировании символьных выражений.

1. В обычном cir-файле не используются приемники напряжения и тока.

2. Символ «g» указывает не на ИТУН, как «G», а на проводимость резистора.

3. Если имя резистора начинается с символа «r» или «R», то резистор будет рассматриваться программой как проводимость или сопротивление соответственно. В первом случае в заголовке формул СВО и СВП появится строка  $gname=1/Rname$ .

4. Если имя конденсатора начинается с символа «c» или «C», то конденсатор будет рассматриваться программой как емкостная проводимость или сопротивление соответственно. При этом в заголовке формул СВО и СВП появится строка  $yname=s*cname$  или строка  $zname=1/(s*Cname)$ .

5. Если имя катушки индуктивности начинается с символа «l» или «L», то катушка будет рассматриваться программой как индуктивная проводимость или сопротивление соответственно. При этом в заголовке формул СВО и СВП появится строка  $Yname=1/(s*Lname)$  или строка  $Zname=s*Lname$ .

6. Не допускается при указании значений параметров использовать дольные и кратные единицы измерения, предусмотренные в стандартном cir-файле.

Cir-файл создается и модифицируется в любом текстовом редакторе формата ASCII. Cir-файл, в названии которого указывается название схемы – circuit\_name должен иметь имя circuit\_name.cir. По умолчанию, если имя схемы не указано, программа CIRSYMW использует файл с именем cir.

Правила занесения элементов схемы и команд в cir-файл иллюстрируются ниже.

#### 4.1.3. ПРИМЕР ЗАПОЛНЕНИЯ CIR-ФАЙЛА

```
* Название задания (схемы)
* Задание ЧАСТОТЫ, на которой выполняется численный анализ
*
* f=1000 Гц;
*
.AC LIN 1 1000
*
* s=2*Pi*f - круговая частота
*
```

\* СОПРОТИВЛЕНИЕ резистора name, включенного между узлами n1 и n2,

\* value - значение параметра в Ом

\*

\* В заголовке формул СВО и СВП rname будет пересчитано

\* в проводимость:  $gname=1/rname$

\*

rname n1 n2 value

\*

\* Rname будет непосредственно включено в формулы СВО и СВП,

\* то есть без пересчета в проводимость

\*

Rname n1 n2 value

\*

\* ПРОВОДИМОСТЬ резистора name, включенного между узлами n1 и n2,

\* value - значение параметра в См

\*

gname n1 n2 value

\*

\* КОНДЕНСАТОР name, включенный между узлами n1 и n2,

\* value - значение параметра в Ф

\*

\* В заголовке формул СВО и СВП cname будет представлено

\* емкостной проводимостью:  $yname=s*cname$

\*

cname n1 n2 value

\* В заголовке формул СВО и СВП Cname будет представлено

\* емкостным сопротивлением:  $zname=1/(s*Cname)$

Cname n1 n2 value

\* КАТУШКА ИНДУКТИВНОСТИ name, включенная между узлами n1 и n2,

\* value - значение индуктивности в Гн

\*

\* В заголовке формул СВО и СВП Iname будет представлено

\* индуктивной проводимостью:  $Yname=1/(s*Iname)$

\*

Iname n1 n2 value

\*

\* В заголовке формул СВО и СВП Iname будет представлено

\* индуктивным сопротивлением:  $Zname=s*Lname$

\*

Lname n1 n2 value

\*

\* ИСТОЧНИК ТОКА, направленный от узла n1 к узлу n2 и

\* УПРАВЛЯЕМЫЙ НАПРЯЖЕНИЕМ, ориентированным от узла n3 к узлу n4

\* value - значение передаточной проводимости в См

\*

Gname n1 n2 n3 n4 value



соответствующих элементам схемы с неизвестными параметрам, значения этих параметров можно не указывать.

Для нахождения  $n$  неизвестных параметров в схему вводится  $n$  приборов для измерения напряжения и тока (вольтметров и амперметров). При задании измерительного прибора указывается его имя и пара узлов, к которым он подсоединен. Первая буква в имени измерительного прибора обозначает его тип: 1) **V** – вольтметр; 2) **A** – амперметр.

Необходимо обратить внимание на то, что поставленная пользователем для программы CIRSWMW задача диагностики может не иметь решения. В этом случае программа выдает для определителя соответствующей диагностической схемы значение, равное нулю. Чтобы получить решение, пользователю следует изменить способ подключения или тип измерительных приборов.

Использование программы CIRSWMW в режиме самотестирования состоит в следующем. Этот режим совмещает режимы анализа и диагностики схемы. Для этого параллельно вольтметрам подключаются приемники напряжения, а последовательно с амперметрами – приемники тока. Причем имена или номера (начиная со второго символа) в обозначениях измерительных приборов и соответствующих приемников должны совпадать. Таким образом, в *cir*-файле для режима самотестирования должно быть помечено знаком «?»  $n$  «неизвестных» параметров, указано  $n$  измерительных приборов и  $n$  соответствующих приемников. Слово «неизвестных» взято в кавычки, поскольку значения параметров, обозначения которых содержат знак «?», также должны быть заданы, хотя и произвольно.

В режиме «самотестирования» программа CIRSWMW сначала сформирует  $n$  выражений для напряжений и токов, считая все параметры схемы известными, то есть выполняя функции измерительных приборов. Затем получаются символьные выражения для параметров, помеченных знаком «?», в которых будут использованы ранее найденные значения напряжений и токов («показания» вольтметров и амперметров). Значения параметров, рассчитанные по этим выражениям, должны быть равными соответствующим значениям, указанным в исходном *cir*-файле. Важно, что режим «самотестирования» позволяет не только проверить теоретически решение задачи диагностики, но и выполнить косвенное тестирование выражений, сформированных для заданной схемы программой CIRSWMW.

Для выполнения задания на анализ и диагностику, поставленного в *cir*-файле, необходимо скопировать этот *cir*-файл в рабочий файл с именем *cir* выполнить команду CIRSWMW.EXE. После чего программа CIRSWMW сформирует файл с именем *out*.

Файл *out* может быть далее исследован в вещественной и комплексной областях с помощью интерпретатора сложных алгебраических выражений CALCSYM, разработанного и реализованного Д. В. Шейным. В результате

выполнения команды CALCSYM.EXE по файлу out формируется файл slc. В случае одновременного использования программ CIRSYMW и CALCSYM запускается командный файл CALCCIR.BAT (предполагается, что копия cir-файла схемы находится в файле cir). Файл конфигурации программы CALCSYM носит имя SETUP.CAL.

Выходной текстовый файл программы CIRSYMW, содержащий численные данные о параметрах элементов и сформированные СВО и СВП, может быть перенесен для аналитического и численного исследования в одну из математических систем, например, в систему Maple [24]. Для этого следует использовать буфер обмена системы Windows. Перенесенные функции могут быть исследованы в системе Maple на экстремумы, нули, полюсы, пределы и т. д. По операторным изображениям токов, напряжений могут быть получены выражения для мгновенных значений. По функциям токов или напряжений можно сформировать и оценить производные функции, например, функции мощности и энергии. Однако сложные выражения, формируемые программой CIRSYMW и измеряемые десятками мегабайт можно вычислять в вещественной и комплексной областях только с помощью интерпретатора CALCSYM, входящего в комплект поставки. При этом обеспечивается удвоенная точность вычислений (18 десятичных разрядов).

#### 4.1.5. ПРИМЕРЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОГРАММЫ CIRSYMW

##### 4.1.5.1. Анализ и диагностика схемы транзисторного усилителя

Рассмотрим пример символьной диагностики электронной цепи [29], представленной на рис. 4.1.1,а. Схема замещения цепи в режиме малого сигнала приведена на рис. 4.1.1,б. В этой схеме известны параметры всех элементов, кроме сопротивлений  $R_{b1}$  и  $R_{b2}$ , которые нужно определить.

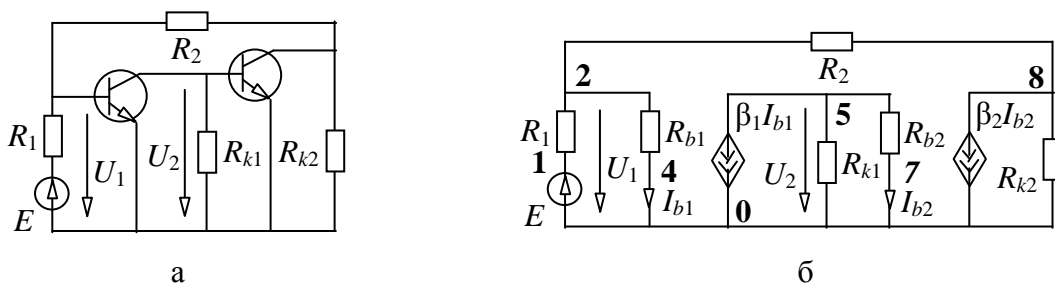


Рис. 4.1.1. Принципиальная схема (а) и схема замещения (б) электронного усилителя

Дополнительно известны напряжения  $U_1$  и  $U_2$ . Поскольку схема замещения не содержит реактивных элементов, то для упрощения записи напряжения и токи можно представлять только действующими значениями без учета их начальных фаз.

Используем программу CIRSWM в режиме самотестирования. Для этого определим напряжения  $U_1$  и  $U_2$  (в режиме анализа) и неизвестные параметры  $R_{b1}$  и  $R_{b2}$  (в режиме диагностики).

Исходный файл для программы CIRSWM приводится ниже (для краткости записи строки сг-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

```
Транзисторный усилитель (тестовая схема Киншта)
R1 1 2 1 R2 2 8 2 Rb1? 2 4 3 Rk1 5 0 4 Rb2? 5 7 5 Rk2 8 0 6 F1 5 0 4 0 7 F2 8 0 7 0 8
E 0 1 9 V1 2 0 V2 5 0 U1 2 0 U2 5 0 .END
```

Результат работы программы CIRSWM имеет вид:

```
R1=1; R2=2; Rb1=3; Rk1=4; Rb2=5; Rk2=6; F1=7; F2=8; E=9;
U1 =
(R2*((-E)*Rb1)*(Rk1+Rb2))+Rk2*((-E)*Rb1)*(Rk1+Rb2))) /
( R1*((R2+Rb1)*(Rk1+Rb2)+Rk2*(Rk1*(-F1*F2+1)+Rb2))+Rb1*(Rk1+Rb2)* (R2+Rk2));
U2 =
(R2*(Rk1*(Rb2*(F1*(E))))+Rk2*(Rk1*(Rb2*(F1*(E)))))) /
(R1*((R2+Rb1)*(Rk1+Rb2)+Rk2*(Rk1*(-F1*F2+1)+Rb2))+Rb1*(Rk1+Rb2)* (R2+Rk2));
Rb1 = -
(R1*(R2*(Rk1*(-U1)))+Rk2*(Rk1*(-U1)*(-F1*F2+1)))) /
(R1*(Rk1*(-U1))+F2*Rk2*(U2))+R2*(Rk1*(-(U1+E)))+Rk2*Rk1*(-(U1+E)));
Rb2 = -
(Rk1*(R1*(R2*(-U2))+Rk2*(-(U2)*(-F1*F2+1)))) /
(R1*((R2+Rk2)*(-U2))+U1)*F1*Rk1)+(R2+Rk2)*(Rk1*((E)*F1+(U1)*F1))).
```

#### 4.1.5.2. Анализ и диагностика тестовой схемы Бутырина-Васьковской [10]

Исследуемая схема изображена на рис. 4.1.2. Для нахождения всех девяти параметров схемы необходимо измерить шесть напряжений (вольтметры образуют дерево схемы) и три тока (амперметры измеряют ток в хордах-связях этого дерева).

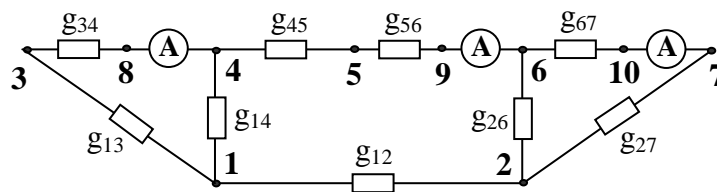


Рис. 4.1.2. Исходная схема с неизвестными параметрами проводимостей



Для подключения амперметров в схему на рис. 4.1.2 вводятся дополнительные узлы с номерами 8, 9 и 10, как показано на рис. 4.1.3. На этом рисунке не показаны шесть вольтметров, подсоединенных параллельно проводимостям  $g_{12}$ ,  $g_{13}$ ,  $g_{14}$ ,  $g_{26}$ ,  $g_{27}$ ,  $g_{45}$ .

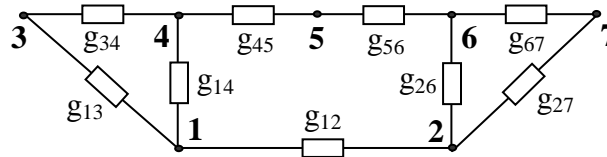


Рис. 4.1.3. Схема с измерительными приборами

Показания измерительных приборов считаем известными, равными порядковым числам от 1 до 9 (в вольтах и амперах). Соответствующий `cir`-файл для решения поставленной задачи диагностики приводится ниже (для краткости записи строки `cir`-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

Тестовая схема Бутырина-Васьковской

```
g12? 1 2 g13? 1 3 g14? 1 4 g26? 2 6 g27? 2 7 g45? 4 5 g34? 3 8 g56? 5 9 g67? 6 10 J 3 2 1
V1 1 2 1 V2 1 3 2 V3 1 4 3 V4 2 6 4 V5 2 7 5 V6 4 5 6 A1 8 4 7 A2 9 6 8 A3 10 7 9 .END
```

Результат работы программы CIRSWM имеет следующий вид:

```
J=1; U1=1; U2=2; U3=3; U4=4; U5=5; U6=6; I1=7; I2=8; I3=9; det = -1;
g12 = -(-(J+I2))/(-U1); g13 = -(-(-J-I1))/(-U2); g14 = -(-(I1-I2))/(-U3);
g26 = -(-(-I3+I2))/(-U4); g27 = -(-I3)/(-U5); g45 = -(-(-I2))/(-U6);
g34 = -I1/(-U3+U2); g56 = -I2/(-U4-U1+U3+U6); g67 = -I3/(-U5+U4).
```

#### 4.1.5.3. Анализ схемы полосового активного фильтра

Схема активного фильтра, изображенная на рис. 2.3.1, содержит 13 идеальных ОУ, 36 резисторов и 8 конденсаторов [103]. Почти двадцать лет эта схема служит «пробным камнем» для алгоритмов формирования ССФ [110]. Структурная схема этого фильтра, представленная на рис. 2.3.2, рассматривалась ранее в качестве иллюстрации алгоритма объединения подсхем (см. подраздел 2.3).

Используем программу CIRSWM в режиме анализа. `Cir`-файл для программы CIRSWM приводится ниже. Для краткости записи строки `cir`-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки, а параметрам элементов присвоены значения, равные единице.

Полосовой фильтр (тестовая схема Стажика и Кончиковской)

.AC LIN 1 1

\* Подсхема 1

g1 1 2 1 g2 8 12 1 g3 0 2 1 g4 8 3 1 g5 3 4 1 g6 4 5 1 g7 5 6 1 g9 7 8 1  
c6 4 5 1 c8 6 7 1 N1 3 0 2 8 N2 5 0 0 4 N3 7 0 0 6

\* Подсхема 2

g10 9 5 1 g11 19 15 1 g12 0 9 1 g13 10 15 1 g14 10 11 1 g15 11 12 1 g16 12 13 1  
g18 14 15 1 c15 11 12 1 c17 13 14 1 N4 10 0 9 15 N5 12 0 0 11 N6 14 0 0 13

\* Подсхема 3

g19 12 16 1 g20 22 26 1 g21 0 16 1 g22 17 22 1 g23 17 18 1 g24 18 19 1 g25 19 20 1  
g27 21 22 1 c24 18 19 1 c26 20 21 1 N7 17 0 16 22 N8 19 0 0 18 N9 21 0 0 20

\* Подсхема 4

g28 23 19 1 g29 31 29 1 g30 0 23 1 g31 24 29 1 g32 24 25 1 g33 25 26 1 g34 26 27 1  
g36 28 29 1 c33 25 26 1 c35 27 28 1 N10 24 0 23 29 N11 26 0 0 25 N12 28 0 0 27

\* Подсхема 5

g37 26 30 1 g38 0 32 1 g39 0 30 1 g40 31 32 1 N13 31 0 30 32

\* Вход напряжения (E=1) и выход напряжения

E 0 1 1 U 31 0

.END

Результат работы программы CIRSYMW имеет вид

f=1.000000; s=2\*3.14159265358979323j\*f; g1=1; g2=1; g3=1; g4=1; g5=1; g6=1;  
g7=1; g9=1; c6=1; y6=s\*c6; c8=1; y8=s\*c8; g10=1; g11=1; g12=1; g13=1; g14=1;  
g15=1; g16=1; g18=1; c15=1; y15=s\*c15; c17=1; y17=s\*c17; g19=1; g20=1; g21=1;  
g22=1; g23=1; g24=1; g25=1; g27=1; c24=1; y24=s\*c24; c26=1; y26=s\*c26; g28=1;  
g29=1; g30=1; g31=1; g32=1; g33=1; g34=1; g36=1; c33=1; y33=s\*c33; c35=1;  
y35=s\*c35; g37=1; g38=1; g39=1; g40=1; E=1;

U =

$$\begin{aligned} & (-g1*(E)*(g40+g38)*g37*g32*y35*(g36+g31+g29)*g28*g23*y26* \\ & (g27+g22+g20)*g19*g14*y17*(g18+g13+g11)*g10*g5*y8*(g9+g4+g2) ) / \\ & ( (g3+g1)*((g21*(((g22*y26)*(-(y24+g24)*(g30+g28)))+(g27)*(-g23*g25*(g30+g28))))*((-((- \\ & g31*y35)*(-(y33+g33)))+(g36)*(-g32*(y33+g33)))+(g36)*(g32*(y33+g33+g34))))*(- \\ & (g39+g37)*g40)+(-g32*y35)*(g29*g37*(g40+g38)))+(- \\ & g23*y26*g28)*(g20*g32*y35*(g39+g37)*g40*(g36+g31+g29))))*((g9*g7*(g12+g10))*(- \\ & g5)+(-y8*(g12+g10))*(g4*(y6+g6)))*(-(-g13*y17)*(-(y15+g15)))+(g18)*(- \\ & g14*(y15+g15)))+(g18)*(g14*(y15+g15+g16))))+(-g5*y8*g10)*(- \\ & g2*g14*y17*(g18+g13+g11)))+ (g23*y26*(g30+g28))*((-g27+g22+g20)*(g39+g37)*g40)*(- \\ & ((-g31*y35)*(-(y33+g33)))+(g36)*(-g32*(y33+g33)))+(g36)*(g32*(y33+g33+g34))))+(- \\ & (g40+g38)*g37*(g27+g22+g20)*(g29*g32*y35)))*(g11*g14*y17*g19*( \\ & (g9*g7*(g12+g10))*(-g5)+(-y8*(g12+g10))*(g4*(y6+g6)))+(((g22*y26)*(- \\ & (y24+g24)*(g30+g28)))+(g27)*(-g23*g25*(g30+g28)))*((-((-g31*y35)*(-(y33+g33)))+(g36)*(- \\ & g32*(y33+g33)))+(g36)*(g32*(y33+g33+g34))))*(-(g39+g37)*g40)+(- \\ & g32*y35)*(g29*g37*(g40+g38)))+(-g23*y26*g28)* \\ & (g20*g32*y35*(g39+g37)*g40*(g36+g31+g29)))*(g19*(((g9*g7*(g12+g10))*(-g5)+(- \\ & y8*(g12+g10))*(g4*(y6+g6)))*(-(-g13*y17)*(-(y15+g15)))+(g18)*(- \\ & g14*(y15+g15)))+(g18)*(g14*(y15+g15+g16))))+(-g5*y8*g10)*(- \\ & g2*g14*y17*(g18+g13+g11)))); \end{aligned}$$

#### 4.1.6. Комплект поставки программы CIRSYMW

1. Загрузочный файл программы CIRSYMW – cirsymd.exe
2. Файл конфигурации программы CIRSYMW – setup.sym
3. Примеры заданий для программы CIRSYMW – bandpas.cir, butvas.cir, kin.cir, mig.cir, amp3.cir, grishan.cir, grishdia.cir и другие
4. Загрузочный файл интерпретатора CALCSYM – calcsym.exe
5. Файл конфигурации интерпретатора CALCSYM – setup.cal
6. Пакетный файл для вызова CIRSYMW и CALCSYM – calccir.bat
7. Руководство пользователя программы CIRSYMW – cirsymw.doc

#### 4.2. СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ДИАГНОСТИКА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ SCAD

Система SCAD позволяет формировать символьные выражения для откликов и параметров линейных электрических цепей, сетей и систем сложностью в десятки-сотни узлов и элементов, в том числе управляемых источников всех четырех типов. Система SCAD благодаря использованию неявного принципа наложения [38] дает возможность при анализе и диагностике цепей с несколькими воздействиями и измеренными откликами сократить число формируемых числителей схемных функций кратно числу источников и измеренных откликов, что уменьшает во столько же крат время формирования числителя (в режиме анализа) или числителя и знаменателя (в режиме диагностики) искомого символьного выражения. Неявный принцип наложения позволяет уменьшить число трудоемких операций умножения в соответствующих символьных выражениях в 1,3...3 раза.

Система SCAD обладает современным удобным для пользователя интерфейсом, что позволяет рекомендовать ее для широкого использования в практике научного и инженерного исследования электронных цепей. Входными данными для системы является графическое изображение схемы или текстовый файл cir в формате ASCII. Для получения изображения схемы программа оснащена графическим редактором, который записывает графическое изображение в виде файла \*.dag и одновременно формирует текстовый файл. Этот файл может быть также получен любым известным текстовым редактором. Сформированные программой символьные выражения откликов (СВО) и символьные выражения параметров (СВП) представляются в виде дробно-рациональных выражений, причем СВО содержат параметры элементов, а СВП – известные параметры элементов и измеренные токи и напряжения. Символьные выражения записываются программой в текстовый файл \*.out. Программа SCAD.exe автоматизирует формирование cir-файла и

вывод в окно программы файлов out и sls, а также отображает на редактируемой схеме результаты sls-файла.

Графический интерфейс SCAD реализован *Р.И.Березуевым*. Пользовательское меню обеспечивает удобный доступ ко всем функциональным возможностям редактора схем. На рис. 4.2.1 показано рабочее поле, где набрана схема фильтра на 13 операционных усилителях [103].

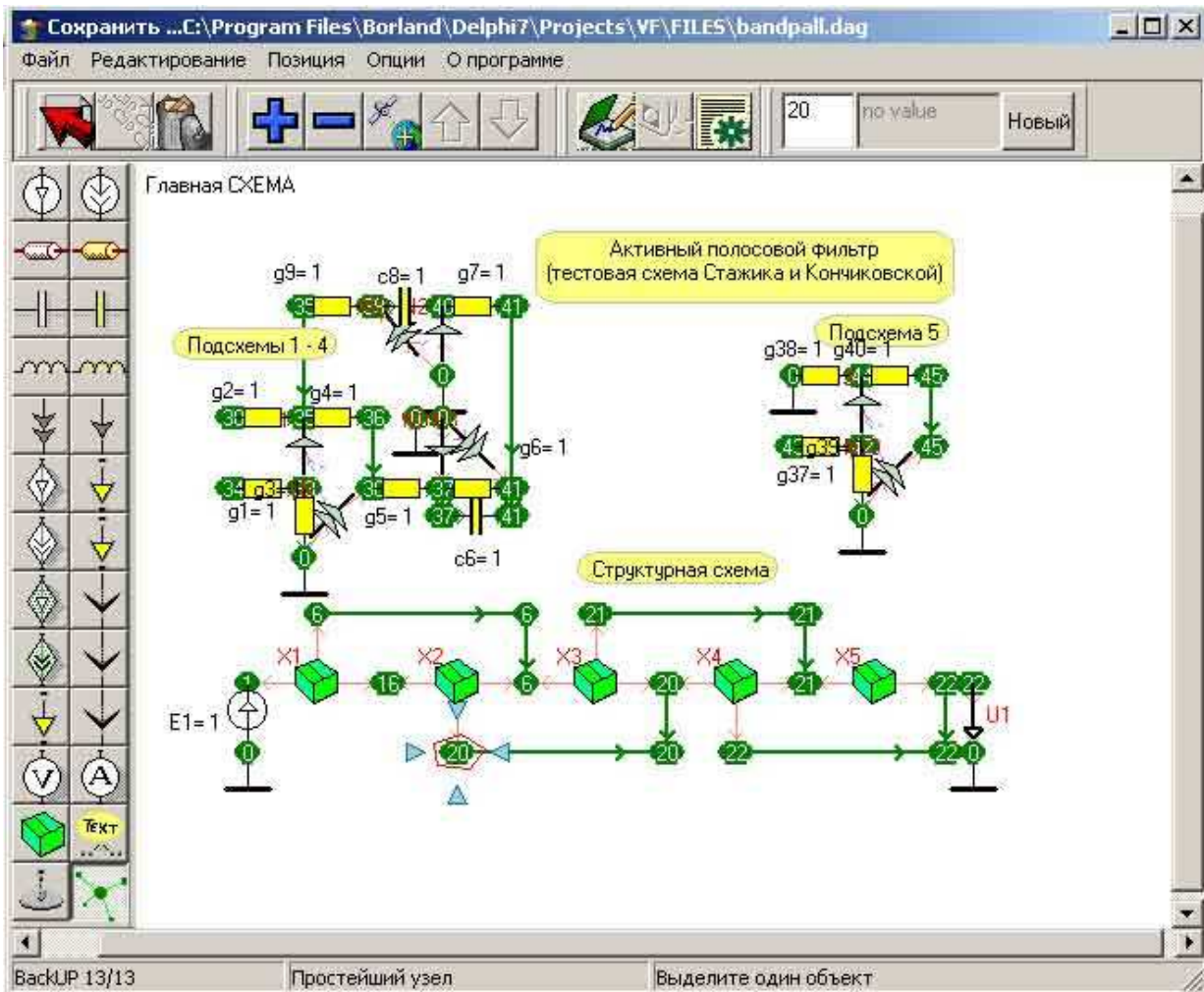


Рис. 4.2.1. Графический интерфейс программы SCAD

Схемный редактор предусматривает создание многоуровневых схем (схема, ее подсхемы, подсхемы подсхем и т. д.). При работе с редактором обеспечивается сохранение истории 30 предыдущих операций редактирования схемы с возможностью отмены операций. Допускается копирование и вставка любого выделенного участка схемы вместе со всеми подсхемами, сохранение на диске в виде отдельной схемы и чтение с диска любой части схемы вместе с подсхемами, превращение фрагмента схемы в подсхему и возвращение элементов из подсхемы и т. д. Для

удобства комментирования набираемой схемы предусматривается вставка на рабочее поле произвольного текста. Возможности вложенных меню иллюстрируют рис. 4.2.2 и 4.2.3.

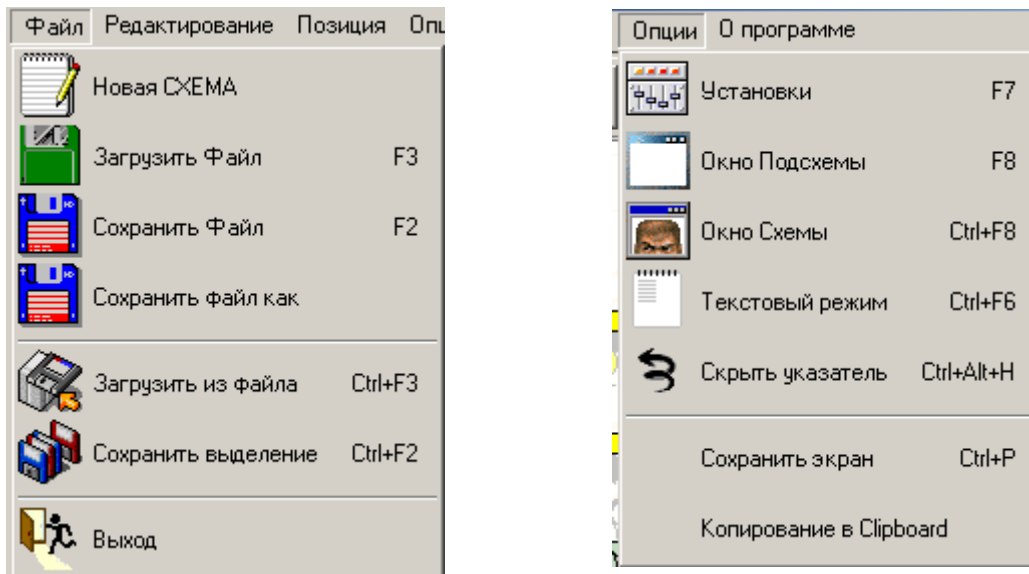


Рис. 4.2.2. Вложенные меню «Файл» и «Опции»

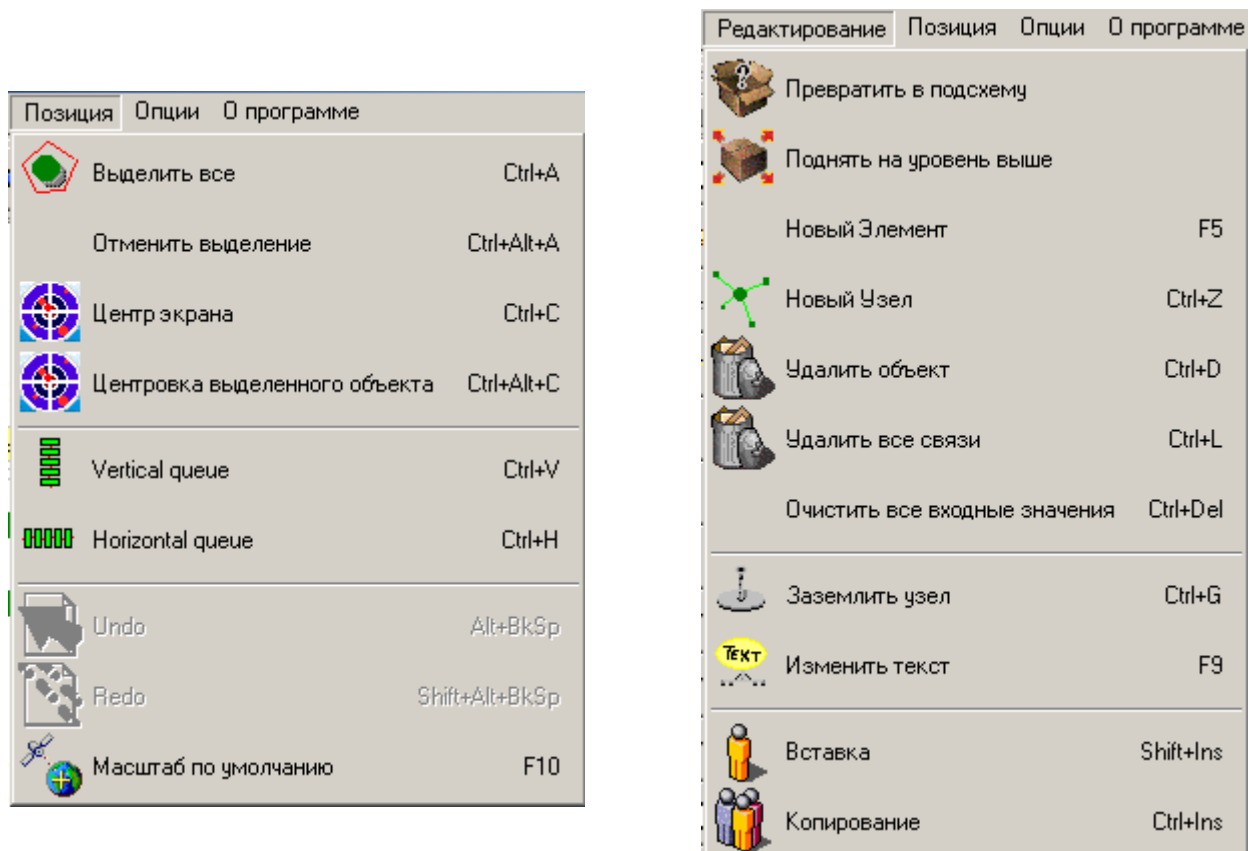


Рис. 4.2.3. Вложенные меню «Позиция» и «Редактирование»

Рис. 4.2.4 иллюстрирует вход внутрь подсхемы X1, выделенной пятиугольником.

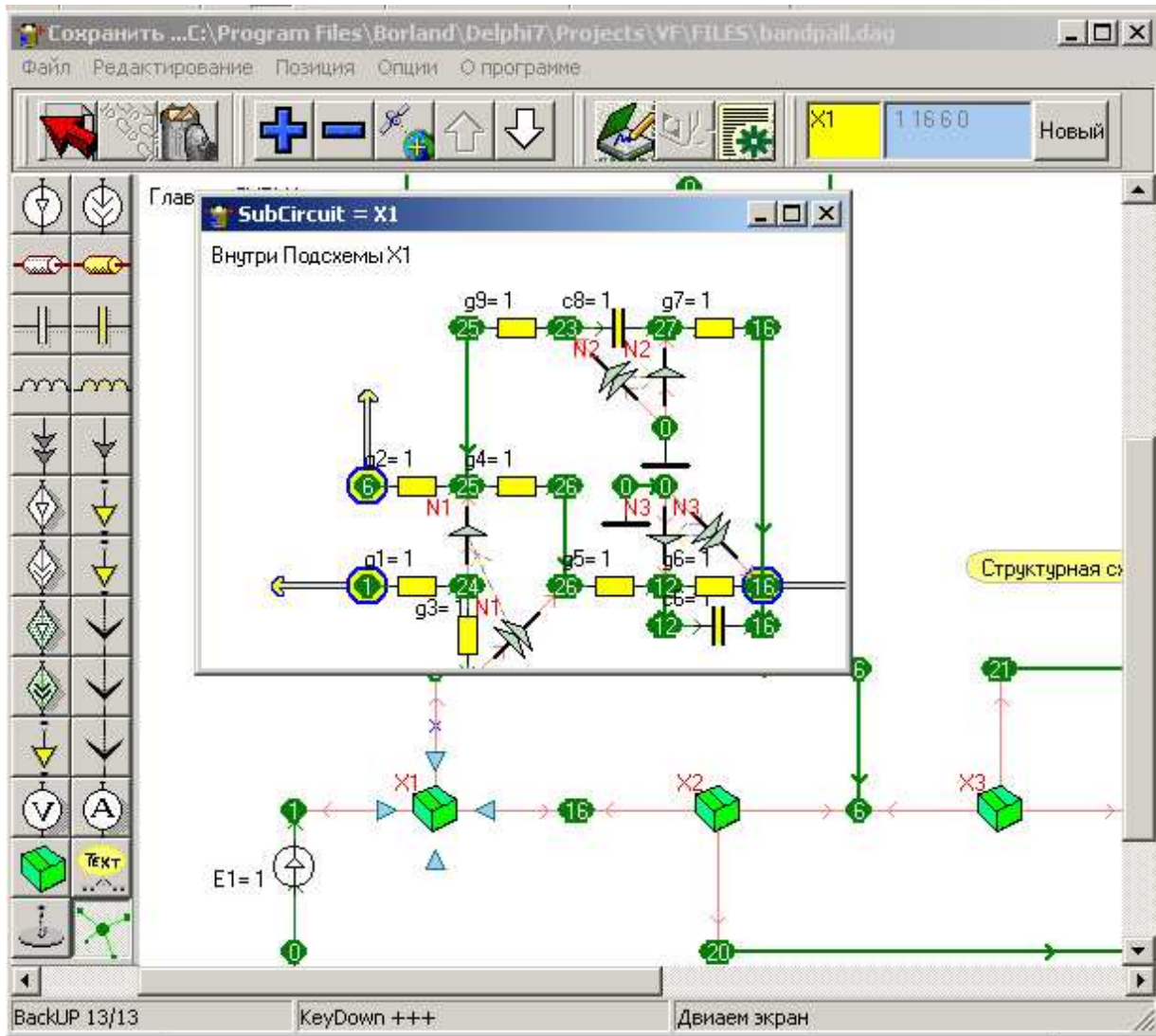


Рис. 4.2.4. Двухуровневое представление схемы полосового фильтра

Исследование аналитических выражений и получение численных рациональных дробей может осуществляться с помощью математической системы *Maple* [6, 24]. Однако эта программа, имеющая один из самых мощных символьных процессоров [24], не в состоянии получить символьное решение системы размерностью более 10-ти линейных алгебраических уравнений из-за очень больших вычислительных затрат, связанных с наличием многочисленных избыточных слагаемых [2]. В то же время эта программа может обработать в символьном или символьно-

целочисленном виде алгебраические формулы объемом в сотни килобайт. Этот объем соответствует символьным выражениям сложных электрических цепей, сетей и систем, полученным с помощью системы SCAD.

Предельная сложность исследуемых схем с 6...12-ю полюсными подсхемами для процессора AMD Duron 1.1 ГГц составляет 150 узлов и 250 элементов, в том числе управляемых источников произвольного типа. Эти возможности программы подтверждены при исследовании электрических сетей и систем [6,18]. При менее сложных подсхемах система SCAD позволяет анализировать цепи, содержащие многие сотни узлов и элементов.

Система SCAD содержит в своем составе символьные процессоры CIRSYMW, SECIRSYM и REDSYM, реализованные *В.В.Филаретовым* на алгоритмическом языке Си. Предусматривается получение формул как в виде единых выражений, так и в виде последовательностей выражений (последовательных формул) [5,18,64]. Численный интерпретатор CALCSYM, написанный *Д.В.Шеиным*, позволяет проводить численные расчеты по сформированным символьным выражениям.

Система SCAD может применяться в радиоэлектронике, электротехнике и энергетике при анализе и диагностике электронных цепей, энергетических сетей и систем, где требуется аналитическое и численно-аналитическое исследование функций откликов (параметров) и получение точных численных значений искомых величин в виде обыкновенных дробей. Последнее обстоятельство особенно важно для исследования плохо обусловленных моделей электрических цепей и оценки точности численных методов.

Программа SCAD.exe предоставляет удобный пользовательский интерфейс для построения cir-файлов по изображению схем. Работает под ОС Windows 95/98/2000/XP, занимает места на диске менее 1 Мб. Требуемый объем оперативной памяти для программы до 32 Мбайт. Применяется во взаимодействии с программами CIRSYMW.exe и CALCSYM.exe. Программа SCAD.exe автоматизирует формирование cir-файла и вывод в окно программы файлов out и slc, а также отображает на редактируемой схеме результаты slc-файла. Распространяется бесплатно.

Пользовательское меню предлагает удобный доступ ко всем функциональным возможностям редактора схем. В первом ряду интерфейса на рис. 4.2.1 размещены иерархические двухуровневые меню «Файл», «Редактирование», «Позиция», «Опции» и «О программе», а во втором ряду – набор кнопок управления.

Меню «Файл» (рис. 4.2.2) предусматривает следующие возможности: 1) строить схему на рабочем поле – «Новая схема»; 2) загрузить один из файлов с расширением \*.dag – «Загрузить файл»; 3) запомнить построенную на рабочем поле схему в файле с расширением \*.dag –

«Сохранить файл»; 4) присвоить файлу новое имя – «Сохранить файл как»; 5) вызвать на поле ранее записанный файл – «Загрузить файл»; 6) записать в виде отдельного файла выделенный фрагмент схемы – «Сохранить выделение».

Вертикальное меню элементов содержит кнопки с обозначениями схемных элементов, использование которых предусматривается программой CIRSYMW (см. подраздел 4.1) и обозначение узла с короткозамкнутыми проводниками. При нажатии на одну из кнопок, соответствующий элемент становится «активным», и может быть помещен на схему, как описывается ниже.

#### 4.2.1. СПОСОБЫ ГРАФИЧЕСКОГО ПОСТРОЕНИЯ ЭЛЕМЕНТА ИЛИ УЗЛА

В соответствии с первым способом выполняется двойной щелчок левой кнопкой, результат зависит от выбранного элемента в меню элементов. Второй способ предусматривает использование кнопок F5 (для элемента) или кнопки Ctrl+Z (для узла). Оба способа формируют изолированные элементы или узлы, как на рис. 4.2.5.

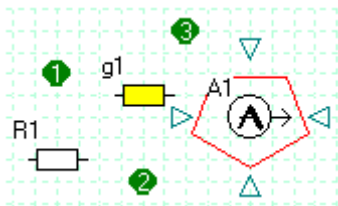


Рис. 4.2.5. Создание узлов и элементов схемы

#### 4.2.2. ВЫДЕЛЕНИЕ СХЕМЫ, ЕЕ ПОДСХЕМ И ОТДЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Для выделения схемы необходимо нажать левую кнопку мыши на пустом месте, протянуть по диагонали так, чтобы выбранные элементы оказались в прямоугольнике-«рамке» и отпустить в другом месте. Например, рис. 4.2.6 иллюстрирует выделение двух элементов и узла. Для выделения одного элемента или узла достаточно кликнуть на нем левой кнопкой. Так, на рис. 4.2.5 выделен элемент – амперметр.

Убрать выделение можно щелкнув мышью на пустом месте вдали от элементов. Если удерживать SHIFT, то при выполнении перечисленных операций выделение инвертируется. Если при нажатом SHIFT кликнуть по выделенному элементу - он перестает быть выделенным. Если при нажатом SHIFT создать рамку, а затем отпустить SHIFT, то выделенные



элементы в рамке перестанут быть выделенными, а невыделенные – будут выделены.

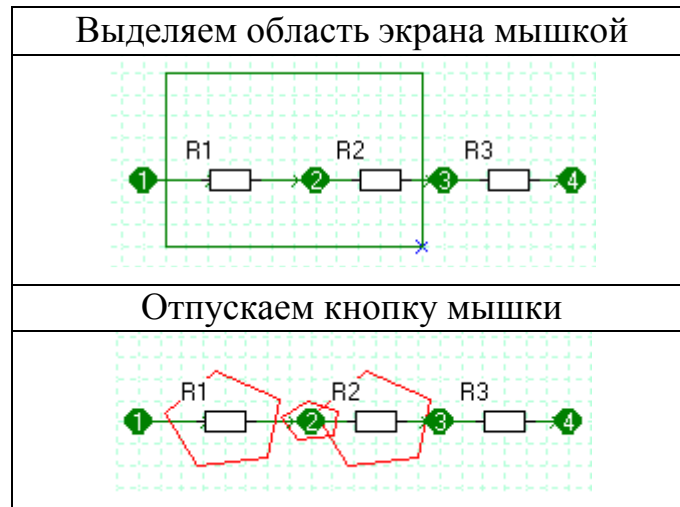


Рис. 4.2.6. Выделение двух элементов и узла рамкой

#### 4.2.3. СПОСОБЫ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РАБОЧЕГО ПОЛЯ СО ВСЕМИ ПОМЕЩЕННЫМИ НА НЕГО ЭЛЕМЕНТАМИ

В соответствии с первым способом нажимается средняя кнопка мышки, затем мышка передвигается и отпускается, как показано на рис. 4.2.7. Второй способ перемещения рабочего поля предусматривает удержание Ctrl и перемещение мышки с нажатой кнопкой (левой или правой). При использовании третьего способа выделяется вся схема путем нажатия клавиш Ctrl-A. После чего перемещаем желаемым образом саму схему, а не экран (рабочее поле), левой кнопкой мыши (п. 4.2.4). Положение схемы относительно рабочего поля сохраняется в файле.

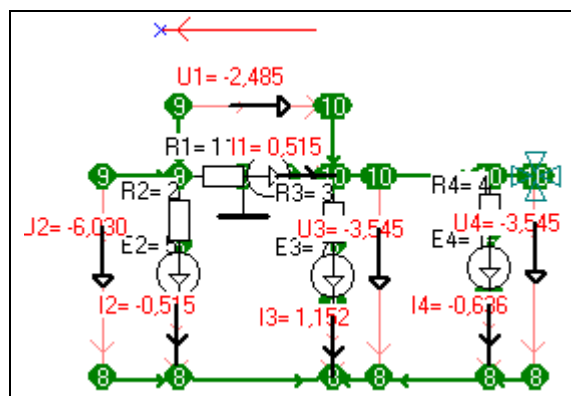


Рис. 4.2.7. Перемещение рабочего поля со схемой путем нажатия средней кнопки мышки

#### 4.2.4. ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ОТДЕЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА, УЗЛА ИЛИ ГРУППЫ ВЫДЕЛЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ

Перемещаются только предварительно выделенные элементы. Величина смещения задается в любом месте рабочего поля при нажатии правой кнопкой мыши. Пример перемещения двух выделенных элементов показан на рис. 4.2.8.

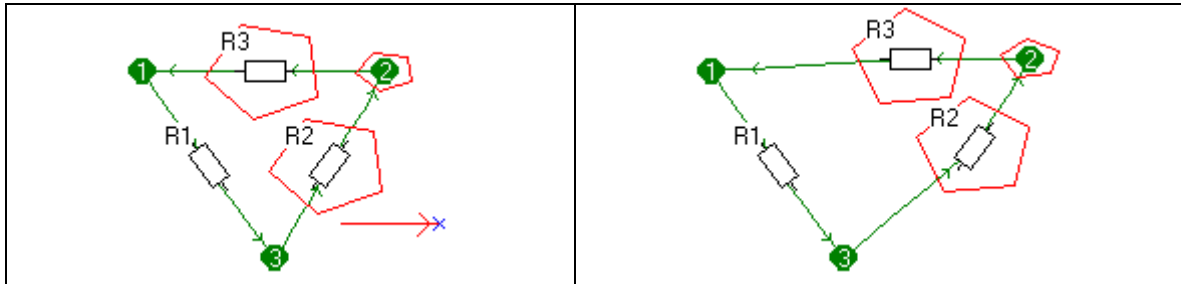


Рис. 4.2.8. Перемещение двух выделенных элементов (с сохранением их соединений)

Опции Horizontal queue (Ctrl-H) или Vertical queue (Ctrl-V) (рис. 4.2.3) позволяют выровнять выделенные элементы в одну линию по горизонтали или по вертикали. Такую возможность иллюстрируют рис. 4.2.9 и рис. 4.2.10.

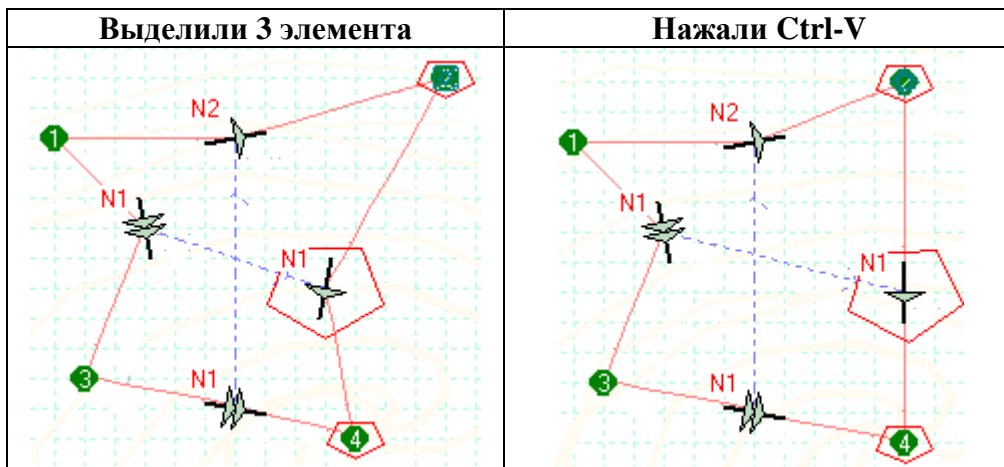


Рис. 4.2.9. Выравнивание группы элементов по вертикали путем нажатия клавиш Ctrl-V

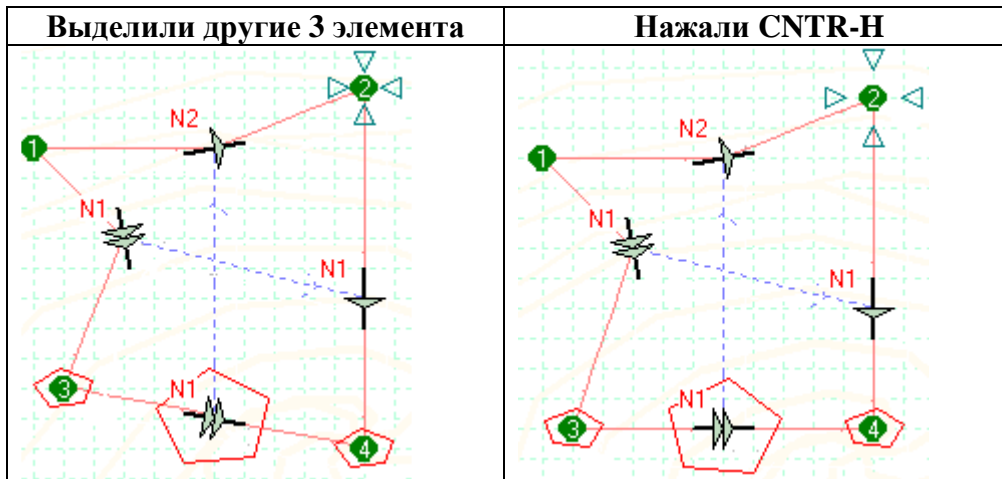


Рис. 4.2.10. Выравнивание группы элементов по горизонтали путем нажатия клавиш Ctrl-N

#### 4.2.5. УСТАНОВЛЕНИЕ ИМЕНИ ЭЛЕМЕНТА В НОВОМ МЕСТЕ

Выделить нужный элемент. Затем, удерживая клавишу ALT, передвинуть указатель мышки на новое место, где будет теперь отображаться имя текущего элемента, при нажатии любой кнопки мыши как показано на рис. 4.2.11.

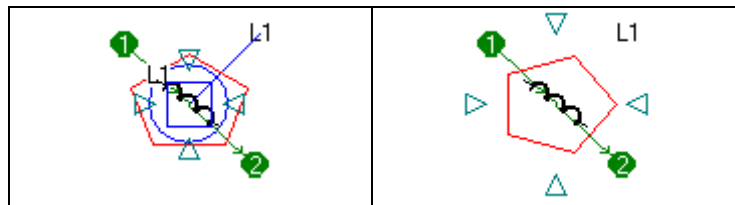


Рис. 4.2.11. Смещение надписи у текущего элемента

#### 4.2.6. ДОБАВЛЕНИЕ ВЕТВЕЙ СХЕМЫ

Нажать правую кнопку мыши вблизи одного узла, протянуть и отпустить вблизи другого узла. При этом между узлами создается соединение. Идеальный проводник появляется при любом положении меню элементов, если выключена опция «Автоматическое создание элемента», или если один из концов ветви является не узлом, а элементом схемы. В противном случае, если вы соединяете два узла, то автоматически добавляются два проводника с новым элементом посередине.

Правила добавления ветвей в схему иллюстрируются на рис. 4.2.12. При добавлении ветвей нумерация узлов может меняться.

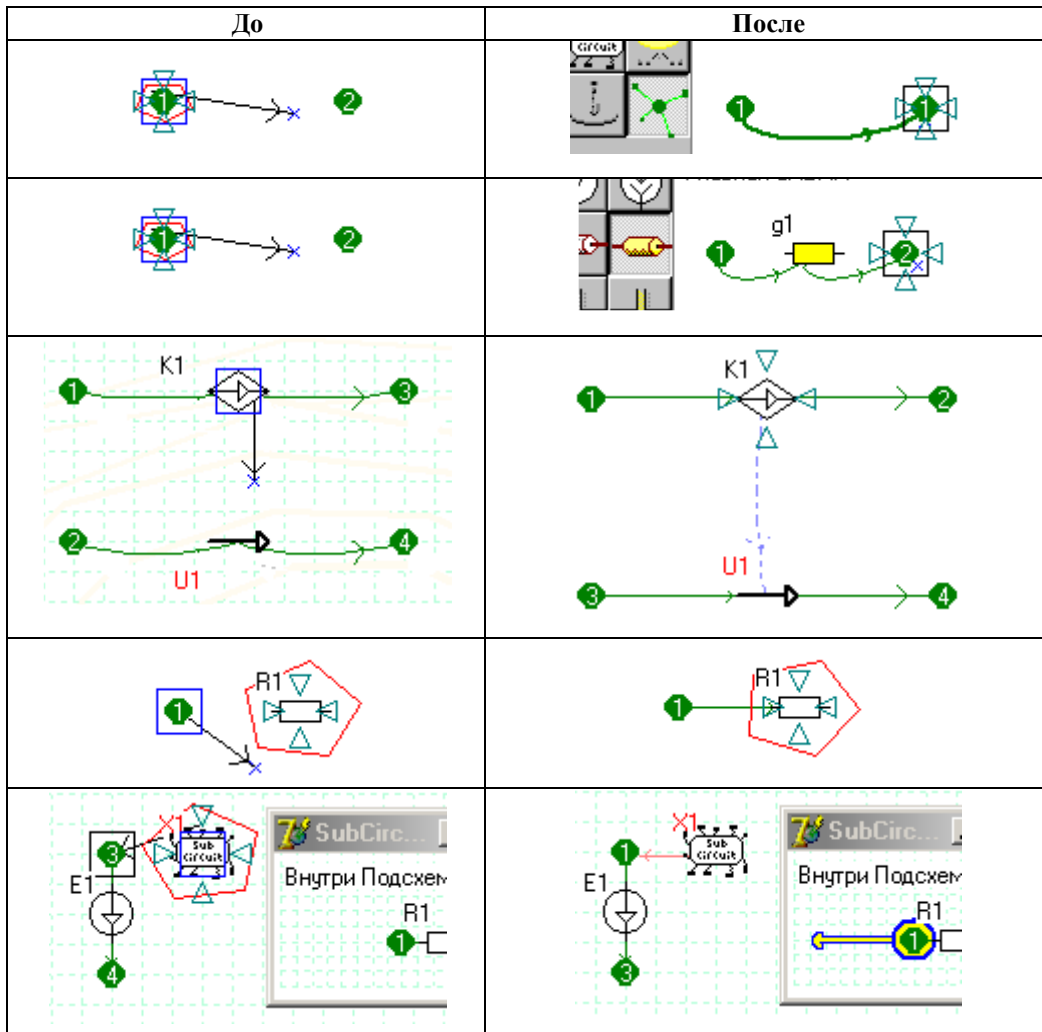


Рис. 4.2.12. Добавление в схему новых идеальных проводников, двухполюсных элементов и управляемых источников

Тип добавляемого элемента задается текущим положением *меню элементов*. Для создания в этом режиме единственного проводника, без добавления элемента между ними, требуется в *меню элементов* выбрать «Простейший элемент». Соединение аналогичным образом генератора и приемника управляемых источников:  $ZI, YU, VI, KU$  необходимо для задания их в *sig*-файле. При этом соответствующие генератор и приемник связываются прерывистой линией.

При подсоединении новой ветви параллельно к некоторой ветви схемы происходит наложение элементов, что требует их перемещения в соответствии с п. 4.2.4. В то же время стандартное изображение схем требует использования только горизонтального и вертикального размещения ветвей. Для соблюдения этого требования необходимо ввести в схему дополнительный узел (или два узла), соединив их идеальными проводниками, а затем подсоединить параллельный элемент к дополнительному узлу или узлам.

## 4.2.7. УДАЛЕНИЕ СОЕДИНЕНИЙ, ЭЛЕМЕНТОВ И УЗЛОВ

Для удаления соединения (идеального проводника) достаточно создать точно такое же соединение. Один из выводов элемента может быть отсоединен и подключен к другому узлу. При этом если новое соединение заканчивается на элементе, то замещается входящая линия, а если новое соединение начинается с элемента, то удаляется выходящая. При удалении узла все связанные с ним проводники удаляются. Рассмотренные правила иллюстрируются на рис. 4.2.13.

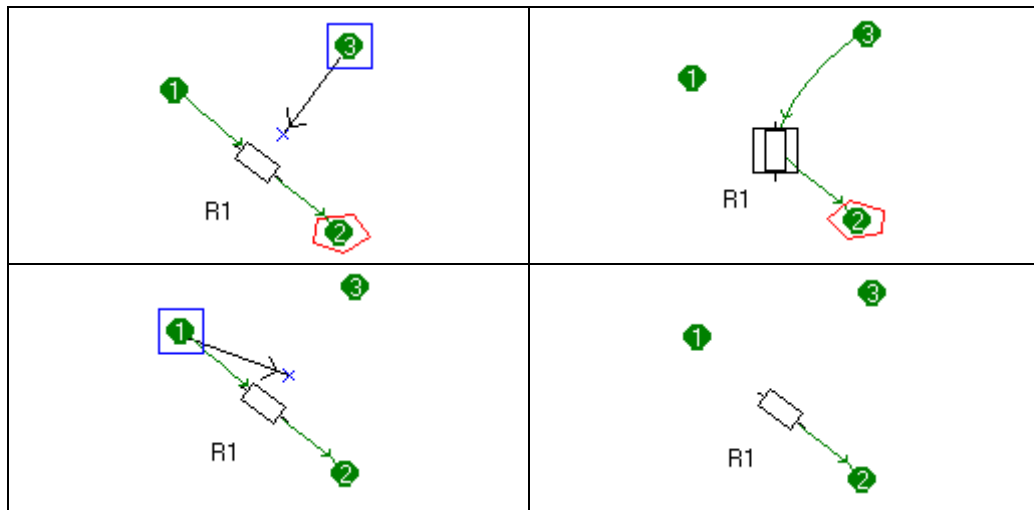


Рис. 4.2.13. Переключение и отсоединение выводов элемента

При удалении элементов и узлов поступают так. Вначале выбранный элемент или подсхема выделяется, а затем нажимаются клавиши Ctrl+D. На рис. 4.2.14 удаляются пять выделенных элементов и узлов.

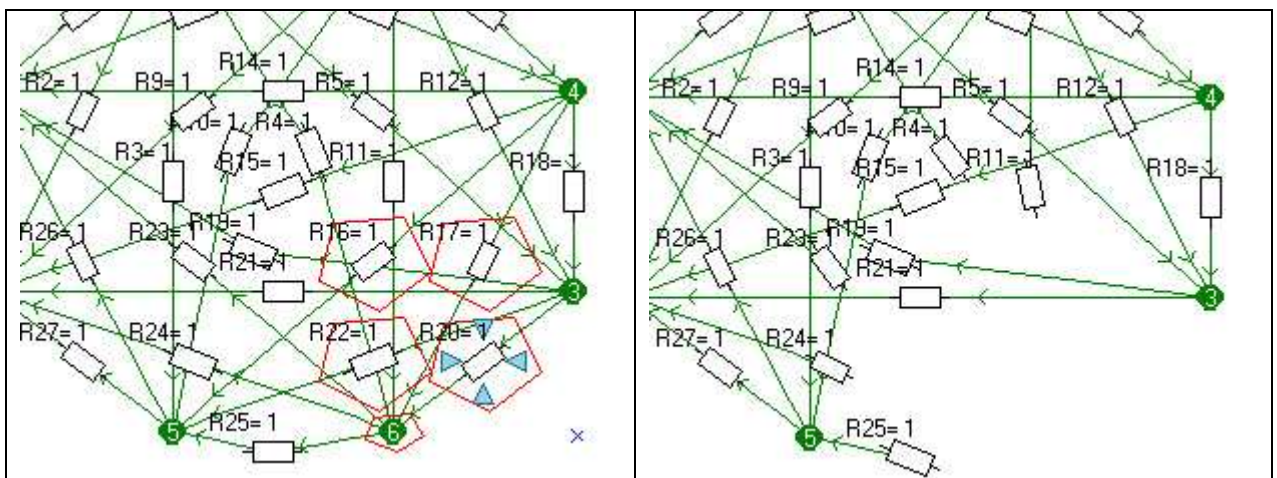


Рис. 4.2.14. Удаление подсхемы из пяти элементов

## 4.2.8. ПОРЯДОК РАСЧЕТА ПРИ ПОМОЩИ СИСТЕМЫ SCAD

Для построения схемы используются рассмотренные выше операции. Пример простейшей схемы представлен на рис. 4.2.15.

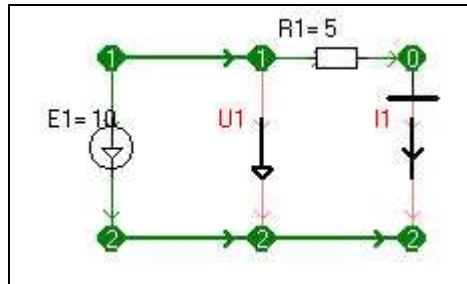


Рис. 4.2.15. Схема, набранная в редакторе SCAD

Для вызова программы `cirsymw` в окне опций устанавливается режим “`cirsymw` – единое выражение”. Далее нажимается первая кнопка меню управления или кнопку вспомогательного окна. При этом сформируется и появится во вспомогательном окне программы текстовый `cir`-файл схемы, находящейся на рабочем поле. Рис. 4.2.16 иллюстрирует данные операции применительно к обсуждаемой схеме.

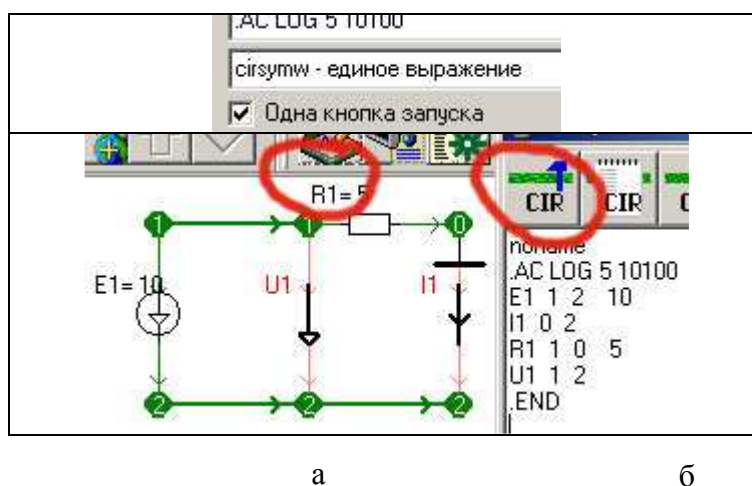


Рис. 4.2.16. Нажатие на кнопку «Создание `cir`-файла» (а) и вывод `cir`-файла (б)

Для сохранения *cir*-файла на диске и вызова программ *cirsymw* и *calcsym* нажимается вторая кнопка меню управления, как показано на рис. 4.2.17.

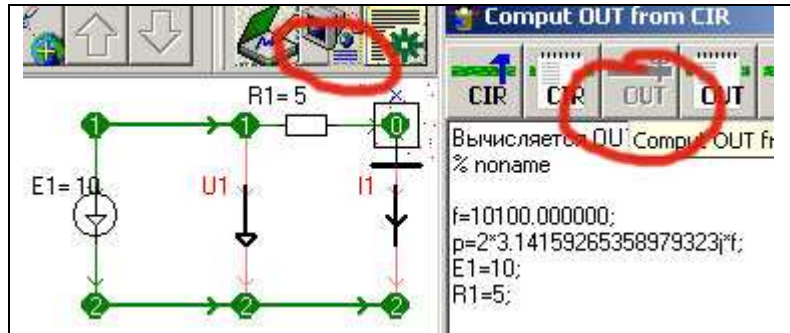


Рис. 4.2.17. Нажатие на кнопку «Сохранить *cir*-файл» и запуск CIRSWMW

Для получения результатов анализа или диагностики схемы нажимается третья кнопка меню управления, как показано на рис. 4.2.18. При этом в окне программы появляется формула для расчета откликов схемы или ее параметров (файл *out*) и вычисленные значения (файл *clc*), что иллюстрирует рис. 4.2.19. Одновременно выполняется занесение рассчитанных значений с заданным пользователем числом знаков в надписи к приемникам напряжения и тока на изображении схемы.

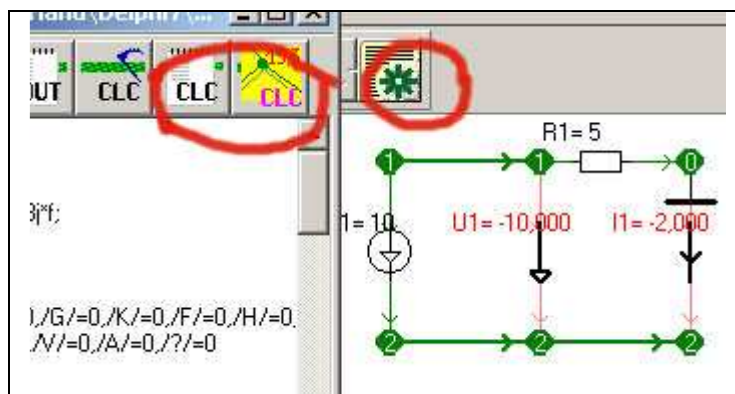


Рис. 4.2.18. Нажатие на кнопки «Загрузить файлы *clc* и *out*»

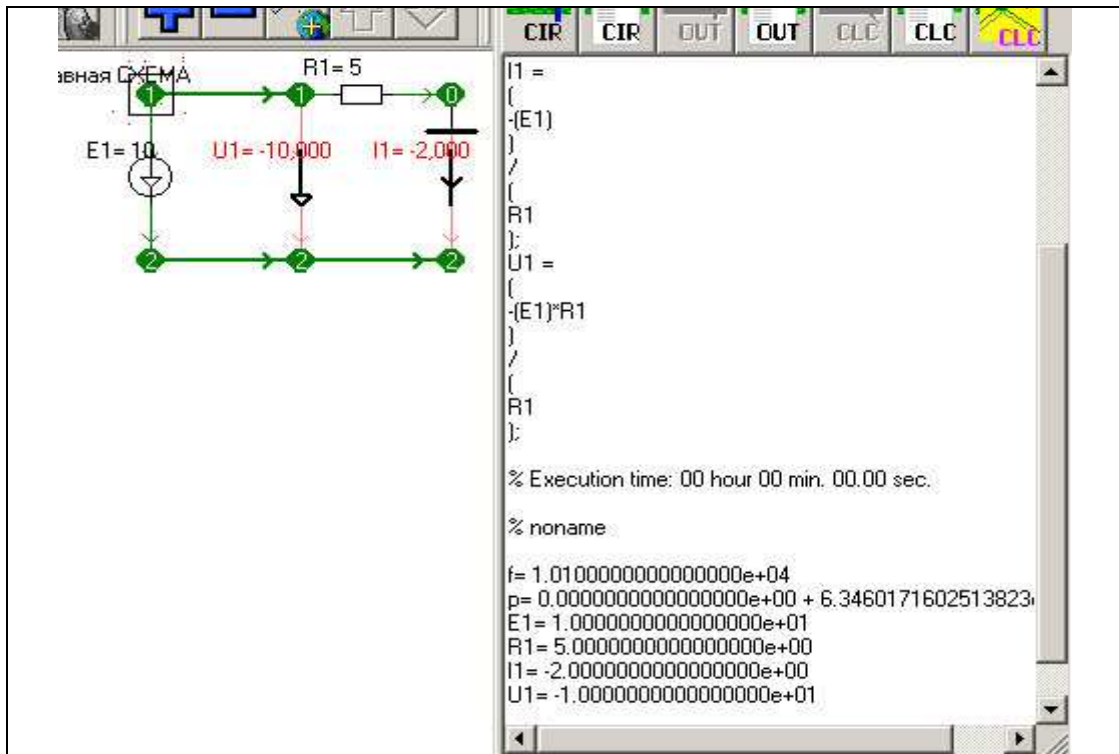


Рис. 4.2.19. Вывод формул и численных значений для искомых напряжений и токов

#### 4.2.9. НАСТРОЙКА ПРОГРАММЫ SCAD

При нажатии на клавишу F7 пользователь получает доступ к настройкам программы, окно с которыми помещено на рис. 4.2.20. В окне «Способ вычисления» можно выбрать нужную программу формульного вывода. Программа CIRSWM формирует единые выражения схемных функций и откликов методом рекурсивной бисекции. Перед выражениями могут помещаться подформулы, задающие объединение параллельно или последовательно соединенных ветвей: 1) параллельных проводимостей; 2) последовательных сопротивлений; 3) параллельных сопротивлений; 4) последовательных проводимостей; 5) параллельных сопротивления и проводимости; 6) последовательных сопротивления и проводимости. Результатом работы программы CIRMUL являются схемно-алгебраические выражения (см. пункт 2.4.7). Программа REDSYM предназначена для анализа схем повышенной сложности (см. пункт 3.10.5). Результатом ее работы является иерархическая последовательность выражений, формируемая методом объединения подсхем. Для численной обработки результатов программ CIRSWM и REDSYM может применяться встроенный в SCAD интерпретатор CALCSYM. При работе с программой CIRMUL опция «Загрузить clc-файл» отключается.



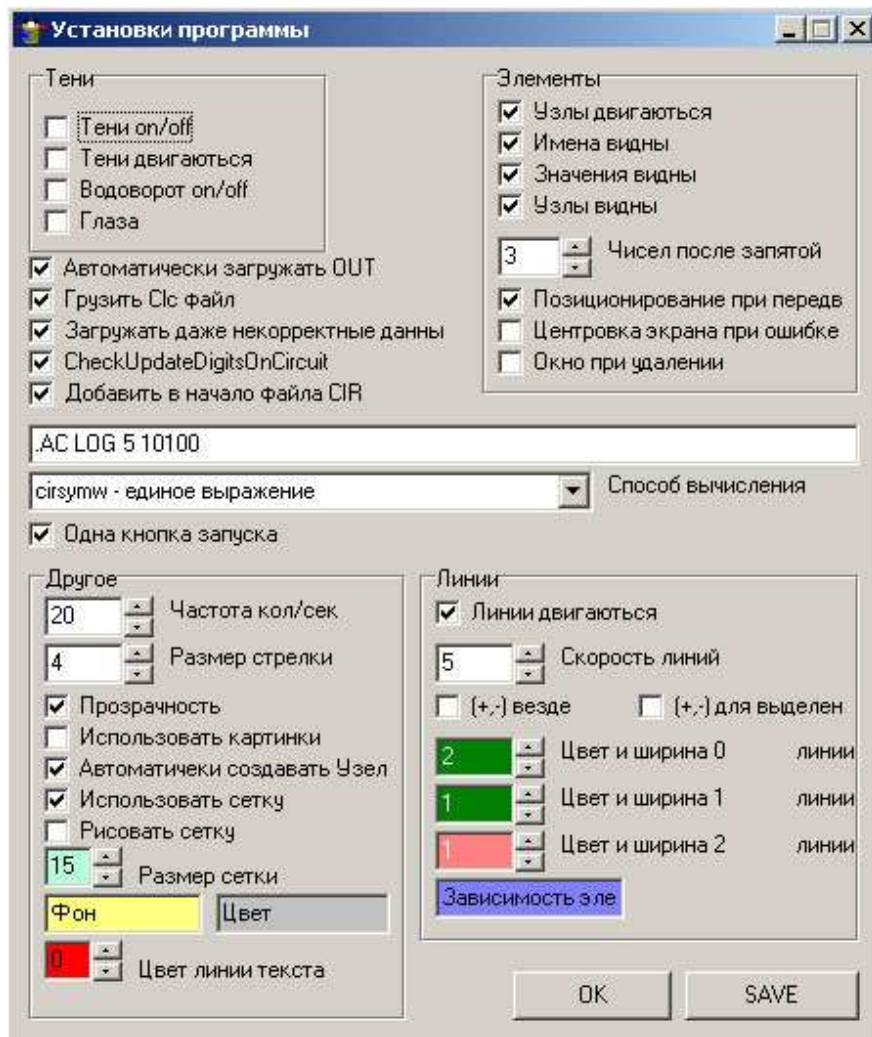


Рис. 4.2.20. Окно настроек программы SCAD

## 4.2.9.1. Опция «Тени»

Отображает или не отображает тени от элементов (рис. 4.2.21).

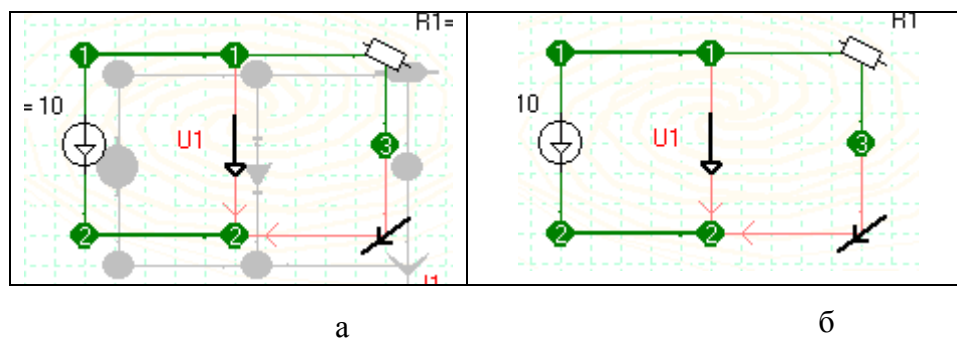


Рис. 4.2.21. Отображение (а) и неотображение (б) теней от элементов и узлов

## 4.2.9.2. Опция «Водоворот»

Отображает или не отображает бледный вихревой фон рабочего поля (рис. 4.2.22).

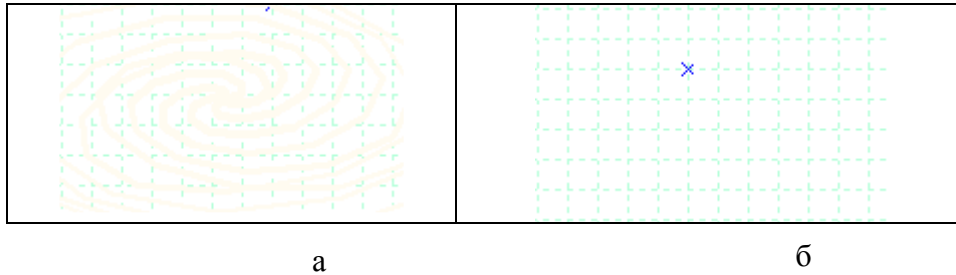


Рис. 4.2.22. Отображение (а) и неотображение (б) вихревого фона

## 4.2.9.3. Опция «Автоматическая загрузка out-файла»

Занесение или игнорирование файла out в окне программы. Эта опция полезна, когда указанный файл слишком велик (единицы-десятки мегабайт) и его загрузка нежелательна, поскольку занимает дополнительное время. Во время загрузки файла out в окно программы на нижней панели появляется соответствующий индикатор. Данная опция иллюстрируется двумя окнами программы, представленными на рис. 4.2.23.

(а) Загружается только CLC	(б) Оба файла OUT + CLC
<pre>% noname f= 1.0100000000000000e+04 p= 0.0000000000000000e+00 + 6.3460171602513823e+04j E1= 1.0000000000000000e+01 R1= 5.0000000000000000e+00 I1= -2.0000000000000000e+00 U1= -1.0000000000000000e+01</pre>	<pre>% noname f=10100.000000; p=2*3.14159265358979323j*f; E1=10; R1=5;  %/R/=1,/g/=0,/C/=0,/L/=0,/G/=0,/K/=0,/F/=0,/H/=0,/N/=0 %/E/=1,/J/=0,/U/=1,/I/=1,/V/=0,/A/=0,/?/=0  I1 = -(E1)/ R1; U1 = -(E1)*R1 /R1;  % Execution time: 00 hour 00 min. 00.00 sec.  % noname</pre>
	<pre>f= 1.0100000000000000e+04 p= 0.0000000000000000e+00 + 6.3460171602513823e+04j E1= 1.0000000000000000e+01 R1= 5.0000000000000000e+00 I1= -2.0000000000000000e+00 U1= -1.0000000000000000e+01</pre>

Рис. 4.2.23. Игнорирование и вывод в окно файла out

## 4.2.9.4. Опция «Размер стрелки»

С помощью этой опции задается размер стрелки направления всех линий в схеме (рис. 4.2.24).

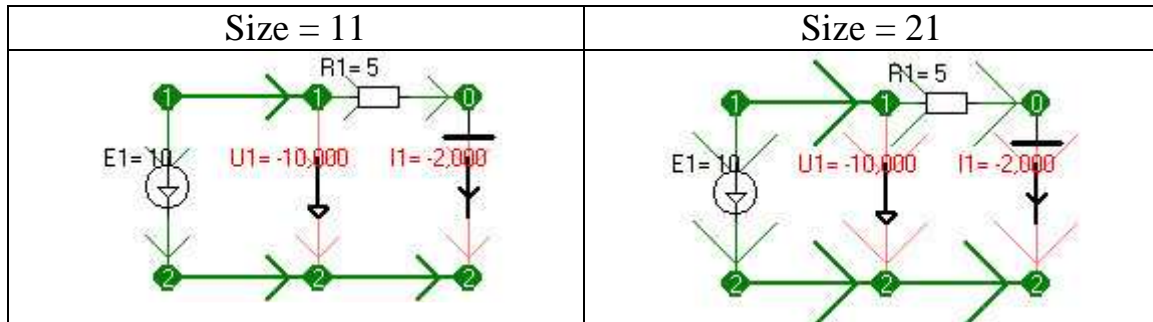


Рис. 4.2.24. Изменение размера стрелок, указывающих ориентацию элементов и соединений

## 4.2.9.5. Опция «Автоматическое создание элемента»

Если эта опция включена, то при проведении линии между двумя узлами автоматически вставляется посередине элемент, тип которого является текущим в меню элементов. Если нажата кнопка «Простейший элемент», то ничего не вставляется. Опция иллюстрируется на рис. 4.2.25.

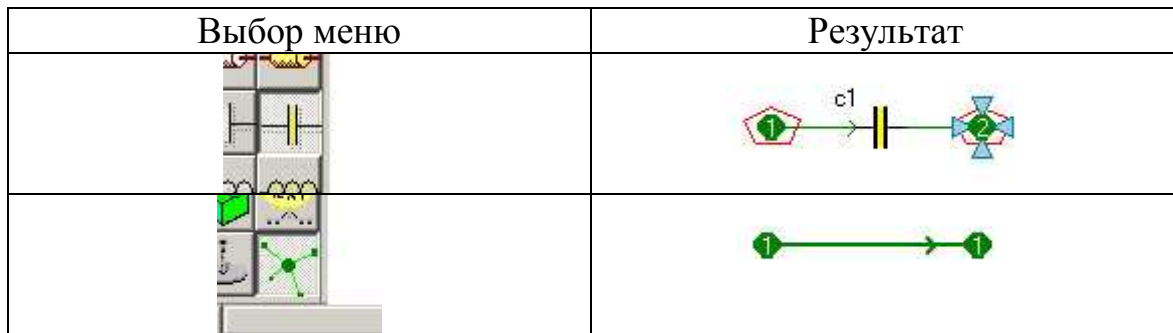


Рис. 4.2.25. Помещение на рабочее поле текущего элемента при включенной опции «Создание элемента»

## 4.2.9.6. Опция «Движение линий»

Все линии при создании ветвей и перемещениях элементов приходят в движение, близкое к гармоническому, и не сразу «успокаиваются», как показано на рис. 4.2.26. При отключении этой опции все деформации схемы выполняются мгновенно.

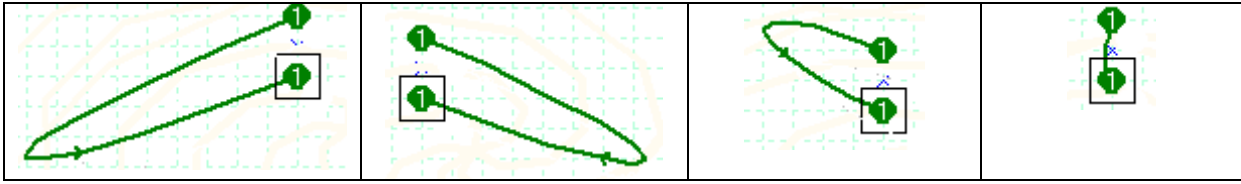


Рис. 4.2.26. «Колебания» вновь созданного соединения

#### 4.2.9.7. Опция «Полярность»

Эта опция включает или выключает обозначение ориентации элементов путем прорисовки «+» или «-» на соответствующих ветвях, как показано на рис. 4.2.27.

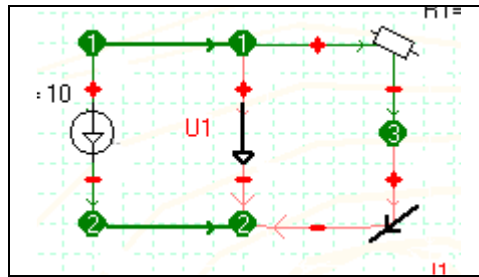


Рис. 4.2.27. Обозначение ориентации элементов знаками «+» и «-»

#### 4.2.9.8. Опция «Картинки»

Эта опция позволяет для всех элементов использовать фиксированные картинки вместо прорисовки изображений в соответствии с их ориентацией. Если номер типа элемента попадает в диапазон от 1 до 22, то для него всегда выводится картинка. Изменить картинку можно редактированием файла `\IMAGES\data.txt`. Пример изменения изображения вольтметра представлен на рис. 4.2.28.

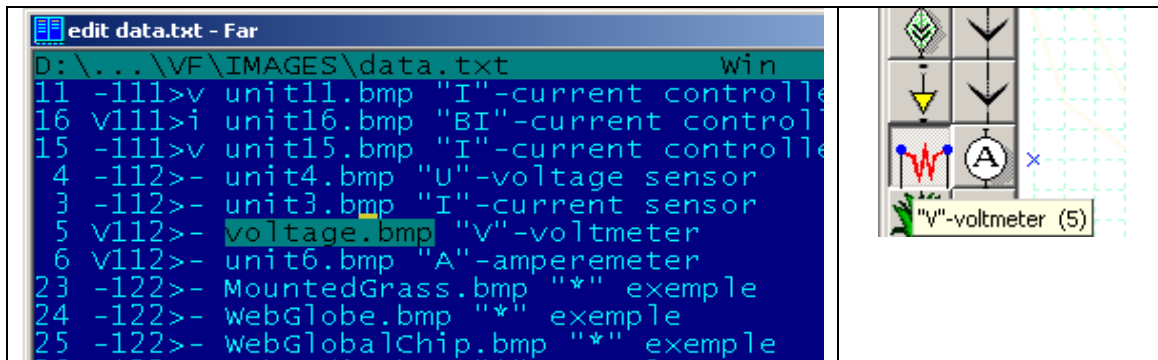


Рис. 4.2.28. Замена изображения вольтметра редактированием файла data.txt

## 4.2.9.9. Опция «Число знаков»

Эта опция позволяет изменить число знаков после запятой в результатах вычислений. После обновления этого параметра требуется перезагрузка файла CLC для схемы, поскольку все значения хранятся как строки. Результат изменения числа знаков после запятой при расчете тока  $I_1$  представлен на рис. 4.2.29.

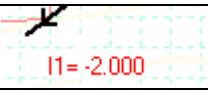
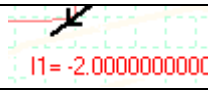
Число знаков=3	Число знаков=10
	

Рис. 4.2.29. Изменение числа десятичных знаков в искомом результате

## 4.2.9.10. Опции «Имена», «Значения», «Номера узлов»

Эти опции выборочно отображают информацию на схеме, отключая или включая вывод имен элементов или узлов, а также их значения в соответствии с рис. 4.2.30.

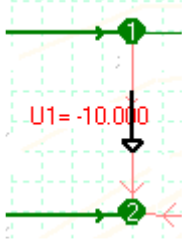
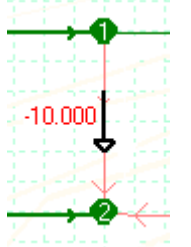
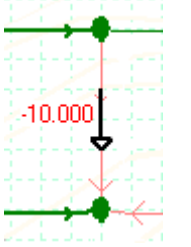
Имена, значения, узлы	Значения, узлы	Значения
		

Рис. 4.2.30. Варианты изображений узлов и приемников напряжения

## 4.2.9.11. Опции «Цвет и толщина линий»

Эти опции позволяют пользователю устанавливать цвет и ширину трех типов линий: линии (0), соединяющей отдельные узлы, линий (1), принадлежащих элементам с фиксированными значениями параметров, и линий (2), принадлежащих элементам, параметры которых требуют вычисления. Примеры изменения толщины и цвета линий рассмотрены на рис. 4.2.31. Для линий взаимозависимости элементов можно задавать только цвет, но не ширину. Для изменения цвета нужно щелкнуть мышкой на окошке, содержащем цветной фон.

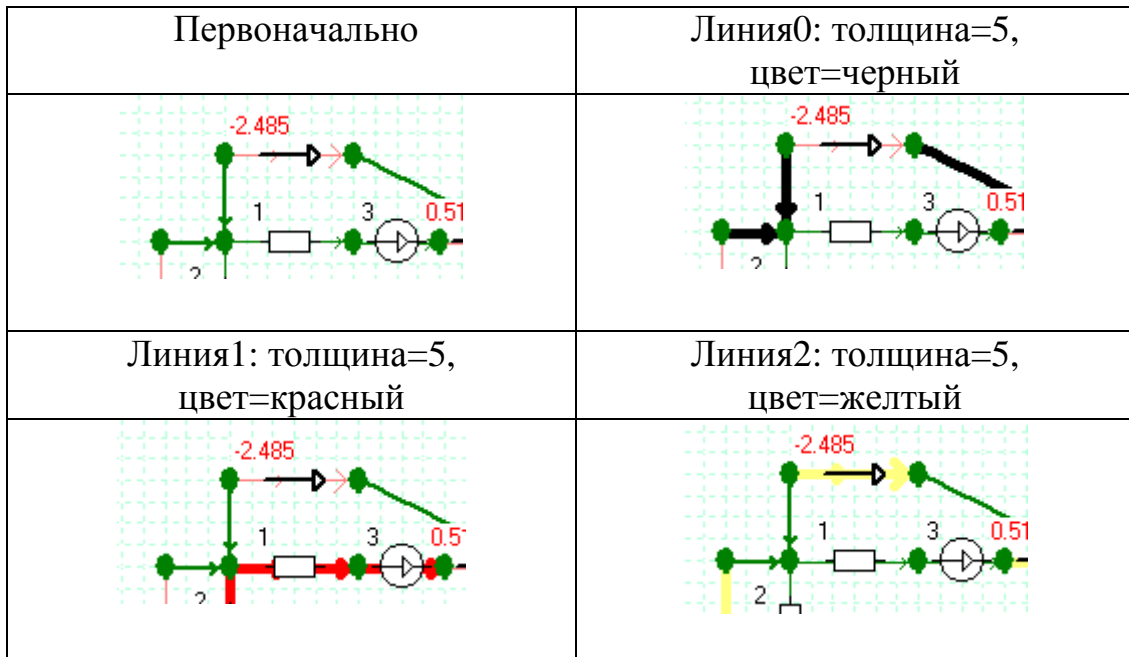


Рис. 4.2.31. Изменение толщины и цвета линий на схеме

#### 4.2.9.12. Опции «Сетка»

Эти опции определяют свойства сетки, наложенной на область редактирования схемы. Сетку можно включить или выключить, сделать невидимой глазу или изменить шаг сетки. При уменьшении масштаба сетка автоматически не отображается, чтобы не заслонять изображение самой схемы. Дополнительная опция позволяет позиционировать в узлы сетки те элементы, которые создавались без использования сетки или с другим шагом сетки. Для этого нужно выделить все элементы (Ctrl-A) и передвинуть на произвольное расстояние. Координаты всех элементов примут новое значение, равное позиции ближайшей вершины сетки.

#### 4.2.9.13. Изменение языка надписей интерфейса

В поддиректории IMAGES находятся файлы language1.txt и language2.txt. Изменив содержимое этих файлов, вы можете полностью перевести надписи интерфейса программы на другой язык, что иллюстрирует рис. 4.2.32.

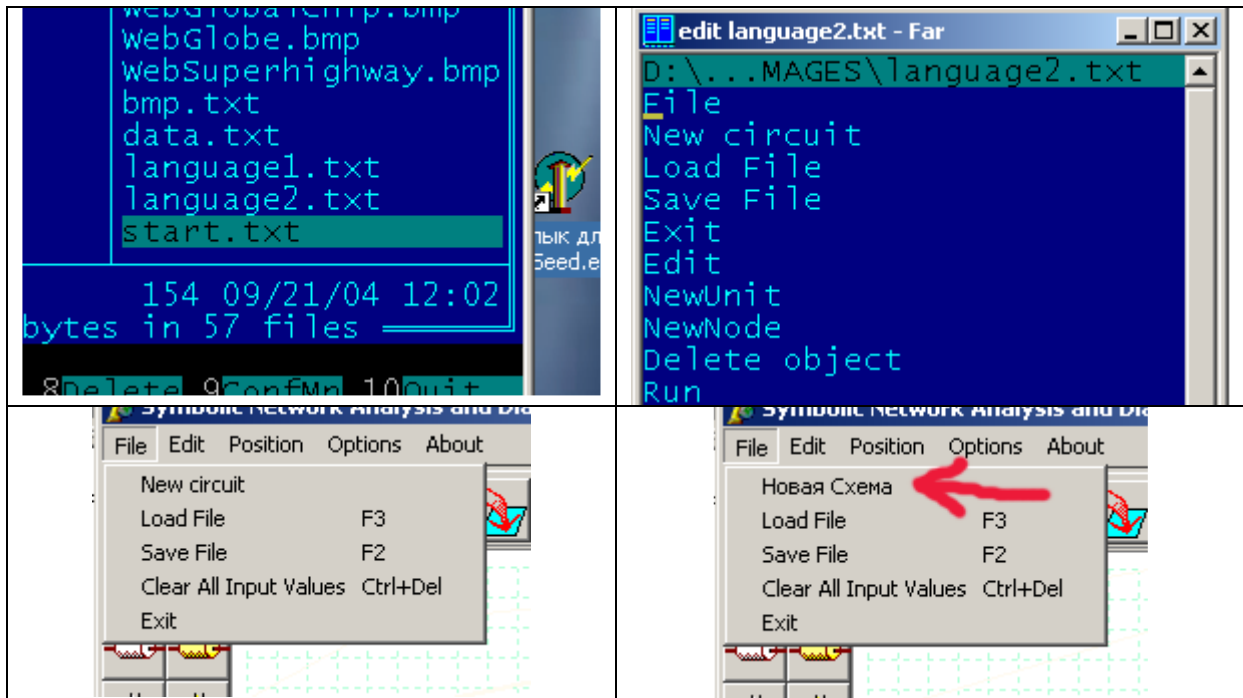


Рис. 4.2.32. Изменение языка надписей интерфейса программы SCAD

#### 4.2.9.14. Изменение масштаба изображения

Пользователь может менять масштаб изображения редактируемой схемы, используя кнопки «+» и «-», расположенные во второй строке меню управления, как показано на рис. 4.2.33.

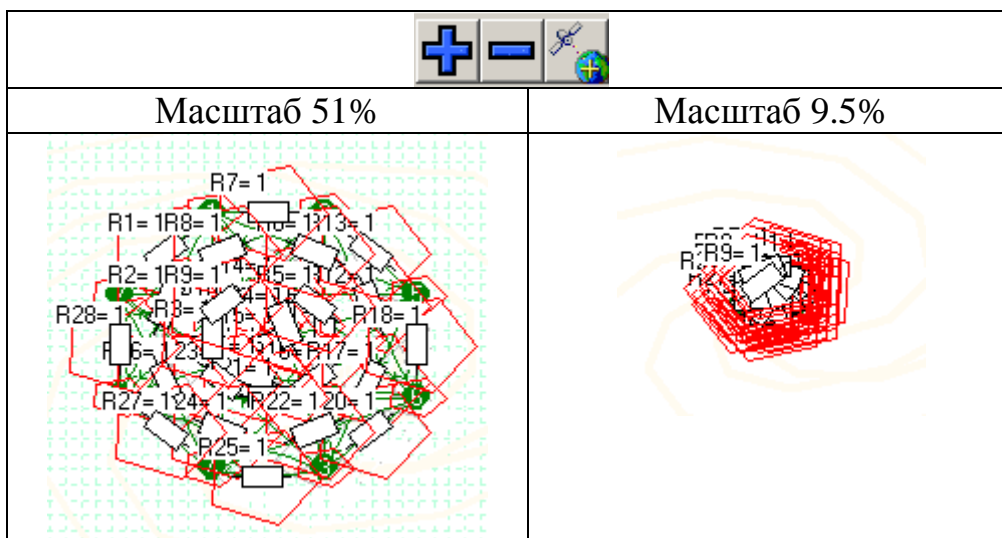


Рис. 4.2.33. Изменение масштаба изображения на рабочем поле

## 4.2.10. КОМПЛЕКТ ПОСТАВКИ СИСТЕМЫ SCAD

1. Программа графического редактора – scad.exe
2. Программа анализа и диагностики – cirsymw.exe
3. Программа интерпретатора – calcsym.exe
4. Папка для сохранения пользовательских файлов – <DIR>FILES
5. Папка картинок элементов и настройки программы – <DIR>IMAGES
6. Файл перечня свойств элементов – IMAGES\data.txt
7. Список фраз, применяемых в программе – IMAGES\language1.txt
8. Список пунктов меню и опций программы – IMAGES\language2.txt
9. Файл установок пользователя – IMAGES\start.txt
10. Руководство пользователя – <DIR>HELP
11. Файл, генерируемый программой scad.exe – cir
12. Файл, генерируемый программой cirsymw.exe – out
13. Файл, генерируемый calcsym.exe и загружаемый в scad.exe – clc
14. Файл, вызываемый из scad.exe для расчета новых out и clc – calccir.bat
15. Файл конфигурации для cirsymw.exe – setup.sym
16. Файл конфигурации для calcsym.exe – setup.cal

## 4.2.11. КОНТАКТНЫЕ АДРЕСА ДЛЯ КОНСУЛЬТАЦИЙ, ПРЕДЛОЖЕНИЙ И РЕКЛАМАЦИЙ НА ПРОГРАММЫ CIRSYMW И SCAD

Дополнительные сведения о программе CIRSYMW и консультации по ее использованию можно получить по адресу: [vvfil@mail.ru](mailto:vvfil@mail.ru). Новые версии программы CIRSYMW и других программ символьного моделирования свободно распространяются через Интернет-сайты:

<http://www.berezuev.hotbox.ru>, <http://www.lev-ul.narod.ru/sm/symbolic.htm>,  
<http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol>.

По вопросам поддержки графического редактора SCAD обращаться к разработчику *Р.И.Березуеву*, e-mail: [berezuev@ukr.net](mailto:berezuev@ukr.net). Архив рабочей версии программы размером 783 Kb, включая вспомогательные программы cirsymd, calcsym, а также документацию, можно скачать по адресу:

<http://www.berezuev.hotbox.ru/SCAD.zip>.

Символьный процессор CIRSYMW встроен в программу моделирования FASTMEAN [111], оснащенную схемным редактором, позволяющим рисовать схемы в соответствии с ГОСТ. При использовании программы облегчается получение символьных выражений для токов и напряжений, поскольку не требуется помещение приемников тока и напряжения на изображение схемы. Набор элементов, допустимых для символьного моделирования в программе FASTMEAN, расширен, например, предусмотрено включение в схему унисторов, гираторов и идеальных трансформаторов.



### 4.3. АНАЛИЗ ЦЕПЕЙ С ВЗАИМНЫМИ ИНДУКТИВНОСТЯМИ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММ SCAD И CIRMUL

В данном подразделе рассматривается автоматизированное формирование ССФ для цепей с взаимными индуктивностями на примере схемы, содержащей две взаимные индуктивности (рис. 4.3.1) [52]. Для этой требуется найти ток  $I_5$  на фиксированной частоте, параметры всех элементов, токи и напряжения – комплексные величины.

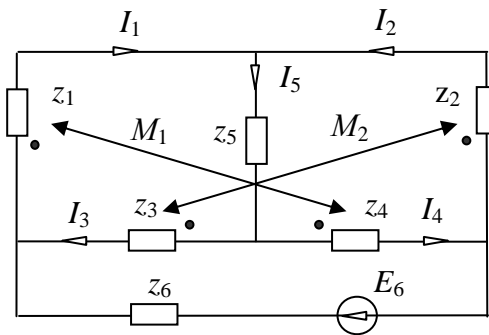


Рис. 4.3.1. Электрическая цепь с взаимными индуктивностями

#### 4.3.1. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММЫ SCAD

Для цепи, изображенной на рис. 4.3.1, составляется схема замещения, показанная на рис. 4.3.2, в которой взаимные индуктивности замещены четырьмя источниками напряжения, управляемыми током (ИНУТ).

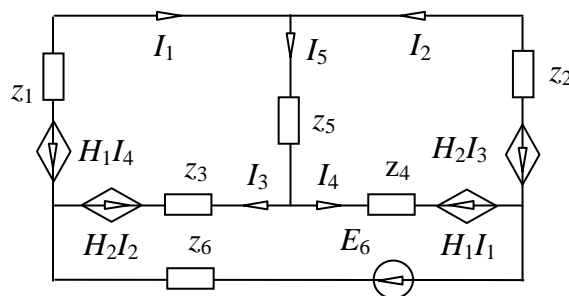


Рис. 4.3.2. Схема замещения цепи на рис. 4.3.1

На рис. 4.3.3 представлена схема замещения рис. 4.3.2, набранная в схемном редакторе программы SCAD.

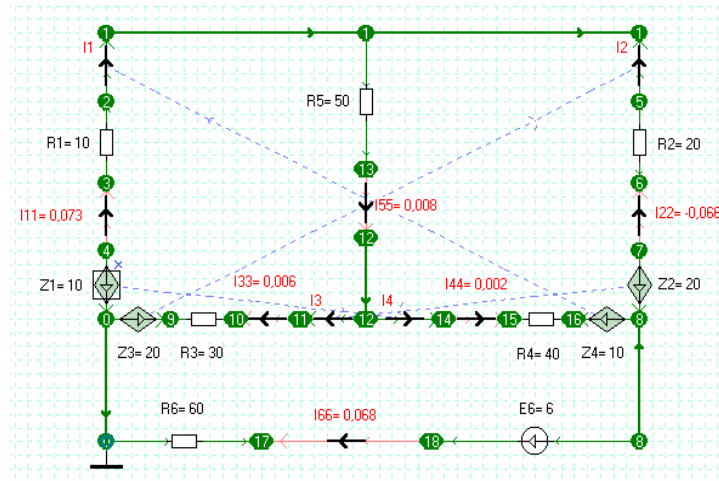


Рис. 4.3.3. SCAD-изображение схемы рис. 4.3.2

Ниже приводится решение рассмотренного выше примера, сформированное программой SCAD:

$$\begin{aligned}
 I5 = & \\
 & (Z1*(Z4*(-E6)+H2*E6)+Z2*(Z3*E6-E6*H1)+Z3*(-H1*E6)+ \\
 & Z4*(E6*H2)+H1*H1*E6+E6*(-H2*H2)) \\
 & / \\
 & (Z5*(Z6*(Z1+Z2+Z3+Z4-H1-H1-H2-H2)+Z1*(Z3+Z4)+Z2* \\
 & (Z3+Z4)-H1*H2-H1*H1-H2*H1-H2*H2)+Z6*(Z1*(Z2+Z4)+Z2*Z3+ \\
 & Z3*Z4-H1*H2-H1*H1-H1*H2-H2*H2)+Z1*(Z4*(Z2+Z3+H2+H2)+Z2* \\
 & Z3-H2*H2)+Z2*(Z3*(Z4+H1+H1)-H1*H1)+Z3*(-H1*H1)+Z4* \\
 & (-H2*H2)-H1*H1*(H2+H2)+H1*(-H2*H2)+H1*(-H2*H2)); \quad (4.3.1)
 \end{aligned}$$

#### 4.3.2. ПРИМЕНЕНИЕ ПРОГРАММЫ CIRMUL

Схемно-алгебраические формулы (САФ) выделения многополюсников введены в [36] для символического анализа линейных электронных цепей. САФ содержат как символы (параметры и переменные) и арифметические операции с ними (умножение, сложение, вычитание и деление), так и многополюсники (подсхемы) и операции с ними (схемный определитель, умножение схемного определителя на символ). САФ формируются путем выделения элементов схемы замещения многополюсника, поэтому они не содержат пар одинаковых слагаемых с противоположными знаками.

Для автоматизации получения САФ предлагается программа CIRMUL (автор *В. В. Филаретов*), которая является модификацией программы CIRSWM [17] и предназначена для получения схемно-алгебраических

выражений схемных определителей и символьных выражений откликов. При этом поддерживаются имена и формат рабочих файлов, а также файла конфигурации программы CIRSWM. Программа CIRMUL предназначена для генерации различных схемных шаблонов.

Параметры всех элементов схемы представляются в символьной форме. Предусматривается использование в схеме одного многополюсника с числом полюсов от двух до девяти. Число полюсов многополюсника ограничено девятью из соображений удобства перехода от кодов многополюсника к соответствующим схемным представлениям. Фрагменты выражения, относящиеся к многополюснику, всегда начинаются с символа *S* (*subcircuit* – подсхема) и оканчиваются либо цифрой, либо скобкой «}». Окончание на цифру означает, что многополюсник переносится на схему с разомкнутыми или замкнутыми полюсами без дополнительных элементов (ГНУИ и ПНУИ). Состояние полюсов отражается в цифровом коде после символа *S*. Полюса многополюсника пронумерованы по порядку 1, 2, ... 9, причем порядковые номера полюсов могут не совпадать с фактическими номерами узлов, к которым многополюсник подключен к схеме.

Если к полюсам многополюсника не подключены закоротки, то все цифры кода различные, например *S123456*. Для распознавания закороток поступают следующим образом. Записывают один под другим два вектора:

$$\begin{array}{ccccccc} a_1 & a_2 & a_3 & \dots & a_n \\ 1 & 2 & 3 & \dots & n \end{array}$$

Рассматриваются элементы верхнего вектора по порядку. Если  $a_i = a_j$ , то узлы  $i$  и  $j$  на графическом изображении многополюсника соединяются закороткой. Так, код *S123453* указывает на включение закоротки между 3 и 6 узлами, код *S123153* – на включение двух закороток: 1) между 1 и 4 узлами; 2) между 3 и 6 узлами. Окончание кода многополюсника на «}» означает, что на графическом изображении, кроме закороток в соответствии с цифровым кодом после символа *S*, присутствует один или более НУИ. Каждый НУИ имеет параметр 1 или идентификатор, начинающийся с буквы. Следом за параметром в квадратных скобках помещаются узлы подключения соответствующего НУИ в виде кода из четырех цифр. Первая пара цифр относится к генератору НУИ – ГНУИ (двойная жирная стрелка), а вторая – к приемнику НУИ – ПНУИ (одинарная жирная стрелка). Причем первыми в паре следуют узлы начала стрелок.

Например, код *S123456{E6[5246]}* соответствует графическому изображению многополюсника, у которого отсутствуют закоротки и подсоединен НУИ с параметром *E6* причем генератор этого НУИ направлен от узла 5 к узлу 2, а приемник – от узла 4 к узлу 6.

Таким образом, получается схемно-алгебраическое выражение, в котором присутствуют цифровые коды многополюсника.

Рассмотрим построение выражение для отклика тока  $I_5$  с использованием программы CIRMUL при внесении взаимной связи (пары ИНУТ) внутрь многополюсника.

Исходный файл для программы CIRMUL приводится ниже (для краткости записи строки сг-файла, соответствующие элементам схемы, записаны в виде одной строки):

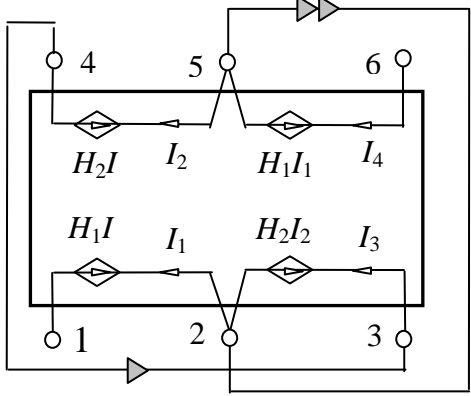
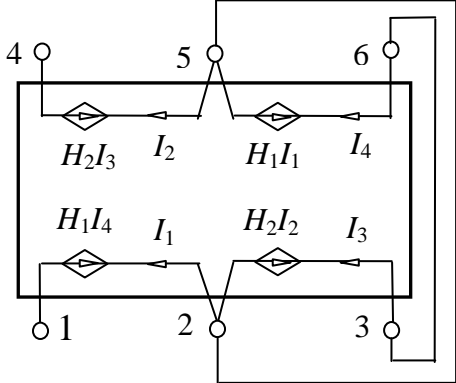
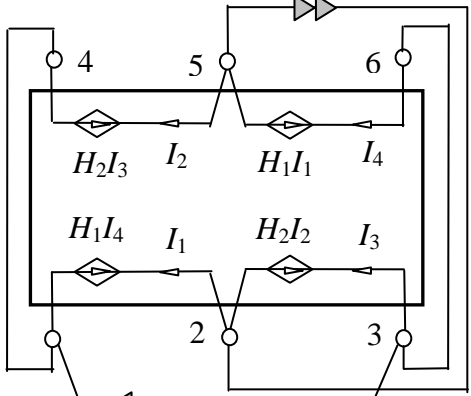
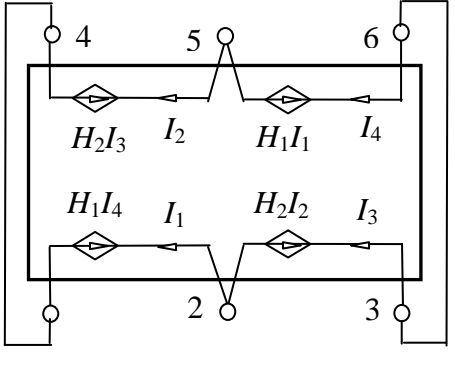
```
z1 1 9 1 z2 4 9 1 z3 3 7 1 z4 6 7 1 z5 7 8 1 z6 2 10 1 E6 5 10 1 I5 9 8
S 1 2 3 4 5 6 .END
```

Параметрам схемы для краткости присвоены единичные значения. Результат работы программы CIRMUL имеет вид:

$$I_5 = \frac{\begin{aligned} & ( \\ & E6*(z1*(z3*(S123456\{\{5264\}\})+z4* \\ & (S123456\{\{5234\}\})+S123453\{\{5234\}\})+z3*(z2* \\ & (S123456\{\{5261\}\})+S123156\{\{5261\}\})+z2*(z4* \\ & (S123456\{\{5231\}\})+S123453\{\{5231\}\})+z4* \\ & (S123156\{\{5231\}\})+S123153\{\{5231\}\}) \\ & ) \\ & / \\ & ( \\ & z5*((z1+z2)*((z3+z4)*(z6*(S123456)+S123426)+z6*(S123453)+S123423)+ \\ & (z3+z4)*(z6*(S123156)+S123126)+z6*(S123153)+S123123)+z1*(z2*((z3+z4)* \\ & (z6*(S123456)+S123426)+z6*(S123453)+S123423)+z3*(z4*(z6* \\ & (S123456)+S123426)+z6*(S123454)+S123424)+z4*(z6* \\ & (S123356)+S123326)+z6*(S123353)+S123323)+z2*(z3*(z4*(z6* \\ & (S123456)+S123426)+z6*(S123451)+S123421)+z4*(z6* \\ & (S121456)+S121426)+z6*(S121451)+S121421)+z3*(z4*(z6* \\ & (S123156)+S123126)+z6*(S123151)+S123121)+z4*(z6* \\ & (S121156)+S121126)+z6*(S121151)+S121121 \\ & ) \end{aligned}} \quad (4.3.2)$$

Рассмотрим четыре примера расшифровки кодов многополюсника для числителя и знаменателя. Соответствующие схемы и определители представлены в табл. 4.3.1. Например, код S123456 не содержит повторяющихся цифр, следовательно, никакие пары внешних полюсов многополюсника не будут соединены короткозамкнутым проводником. Во втором примере код S123423 подразумевает две закоротки: 1) между узлами 2 и 5 (в коде эти позиции содержат одинаковую цифру – 2); 2) между узлами 3 и 6 (в коде эти позиции содержат одинаковую цифру – 3).

Таблица 4.3.1. Примеры переходов от кодов многополюсников к их определителям

Числитель	Знаменатель
<p><b>S123456{[5243]}</b></p>  <p style="text-align: center;">1</p>	<p><b>S123423</b></p>  <p style="text-align: center;">0</p>
<p><b>S123153{[5231]}</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>H_1^2 - H_2^2</math></p>	<p><b>S123153</b></p>  <p style="text-align: center;"><math>-2H_1 - 2H_2</math></p>

После расшифровки кодов многополюсников в выражении (4.3.2), получим

$$\begin{aligned}
 I_5 = & \\
 ( & \\
 E_6^* & (z_1^*(z_3^*(0)+z_4^*(-1)+(H_2))+z_3^*(z_2^*(1)+(-H_1))+z_2^*(z_4^*(0)+ \\
 & (-H_1))+z_4^*(H_2)+(H_1^2-H_2^2)) \\
 ) & \\
 / & \\
 ( &
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& z5^*((z1+z2)^*((z3+z4)^*(z6^*(0)+1)+z6^*(1)+0)+(z3+z4)^*(z6^*(1)+0)+ \\
& z6^*(-2^*H1-2^*H2)+(-H1^2-H2^2-2^*H1^*H2))+z1^*(z2^*((z3+z4)^* \\
& (z6^*(0)+1)+z6^*(1)+0)+z3^*(z4^*(z6^*(0)+1)+z6^*(0)+0)+z4^*(z6^*(1)+2^*H2)+ \\
& z6^*(0)+(-H2^2))+z2^*(z3^*(z4^*(z6^*(0)+1)+z6^*(1)+2^*H1)+z4^*(z6^*(0)+0)+z6^*(0)+ \\
& (-H1^2))+z3^*(z4^*(z6^*(1)+0)+z6^*(0)+(-H1^2))+z4^*(z6^*(0)+(-H2^2))+ \\
& z6^*(-H1^2-H2^2-2^*H1^*H2)+(-2^*H1^2*H2-2^*H1^*H2^2) \\
& ); \tag{4.3.3}
\end{aligned}$$

После исключения нулевых слагаемых получаем окончательные выражения числителя  $\Delta_N$  и знаменателя  $\Delta_D$  из выражения (4.3.3) для тока  $I_5 = E_6 \Delta_N / \Delta_D$ :

$$\begin{aligned}
\Delta_N &= z_1(z_4(-1) + H_2) + z_3(z_2 - H_1) - z_2 H_1 + z_4 H_2 + H_1^2 - H_2^2; \\
\Delta_D &= z_5((z_1 + z_2)((z_3 + z_4) + z_6) + (z_3 + z_4)z_6 + z_6(-2H_1 - 2H_2) + \\
&+ (-H_1^2 - H_2^2 - 2H_1 H_2)) + z_1(z_2((z_3 + z_4) + z_6) + z_3 z_4 + z_4(z_6 + 2H_2) - \\
&- H_2^2) + z_2(z_3(z_4 + z_6 + 2H_1) - H_1^2) + z_3(z_4 z_6 - H_1^2) - \\
&- z_4 H_2^2 + z_6(-H_1^2 - H_2^2 - 2H_1 H_2) + (-2H_1^2 H_2 - 2H_1 H_2^2).
\end{aligned}$$

С помощью программы CIRMUL могут быть получены САФ для произвольных линейных многополюсников и подсхем. Автоматизированную свертку САФ, учитывающую повторяющиеся параметры многополюсника, можно выполнить, например, используя математическую систему *Maple* [6,24].

#### 4.4. ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЕТОВ

«Точность программ обычно находится в прямой зависимости от числа проведенных численных операций, требуемых для получения результата» [67, с. 31]. При использовании одной разрядной сетки операции умножения и деления увеличивают ошибку вычисления в большей степени, чем операции сложения. Для численных методов, требующих  $N$  операций умножения и деления, ошибка результата составляет  $\sqrt{N}$  от ошибки одной операции [67]. Поэтому количество численных операций является важным критерием при сравнении различных символьных или численных алгоритмов.

Количество численных операций в символьных алгебраических выражениях зависит от степени их компактности. «Вынесение общего множителя за скобку...предпочтительно по соображениям точности

вычисляемого результата» [14, с.249]. Поэтому свернутые (вложенные) выражения обеспечивают более высокую точность вычислений по сравнению с развернутыми выражениями в виде суммы одночленов.

К существенной потере точности может привести вычитание близких чисел [67] и деление на очень малое число [8]. В этом случае результат может выйти за пределы разрядной сетки, то есть может оказаться совершенно случайным.

В современных математических системах операции умножения выполняются с использованием удвоенной разрядной сетки по отношению к разрядной сетке для аддитивных операций. Поэтому погрешность операций умножения сравнима с погрешностью сложения. Однако при этом возрастает значительно их трудоемкость.

Для получения численных значений схемных функций – комплексных частотных характеристик – традиционно используются канонические (обычные [67]) и групповые (свернутые по схеме Горнера) [23,67] формы полиномов (канонические и групповые полиномы), а также расчет по точкам [23] путем численного решения систем, как правило, узловых уравнений по методу Гаусса. Наряду с этими методами рассмотрим возможности свернутых дробно-рациональных функций (ДРФ), формируемых на основе методов равновесных [64] и неравновесных двоичных векторов (ДВ) [39], последовательных формул по методам схемно-алгебраической редукции (МСАР) [18], блочного Гауссова исключения [45], эквивалентного многомерного генератора (ЭМГ) [70,73], редукции узлов [23], объединения подсхем с помощью двоичных векторов [64]. Исследуем также комбинированные функции, содержащих ДРФ и подвыражения по МСАР, и развернутые ДРФ на основе полиномиальных коэффициентов.

#### 4.4.1. ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ ПРИ НАЛИЧИИ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

При наличии полиномиальных коэффициентов расчет по дробно-рациональным функциям на основе групповых полиномов (по групповым ДРФ) отличается более высокой точностью по сравнению с ДРФ на основе канонических полиномов (с каноническими ДРФ). «Групповая форма представления полинома имеет преимущества как по точности, так и по скорости проведения вычислений, поэтому только она и используется на практике» [67, с. 41].

Эти преимущества объясняются меньшим количеством операций умножения в групповых выражениях. Так, если представить групповую и каноническую форму полинома в виде

$$A(p) = (((...(a_n p + a_{n-1})p + a_{n-2})p + \dots + a_2)p + a_1)p + a_0 \quad (4.4.1)$$

$$\text{и} \quad A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + a_{n-2} p^{n-2} + \dots + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 \quad (4.4.2)$$

соответственно ( $a_0, a_1, \dots, a_n$  – действительные числа;  $p=j\omega$ ;  $j$  – мнимая единица;  $\omega$  – циклическая частота), то число арифметических операций в групповой форме будет равно  $2n$  ( $n$  операций умножения и столько же сложения), а в канонической  $n(n+3)/2$  операций, из них  $n(n+1)/2$  и  $n$  операций умножения и сложения соответственно [67].

В групповой форме полинома число операций умножения  $k_g$  растет линейно в зависимости от  $n$ , а в канонической форме соответствующее число  $k_k$  – по квадратичному закону (табл. 4.4.1). Отношение численных погрешностей  $p_k$  и  $p_g$  по каноническому и групповому полиномам соответственно определяется по формуле

$$p_k/p_g = \sqrt{(n+1)/2}. \quad (4.4.3)$$

Эта формула проиллюстрирована в табл. 4.4.1. Откуда следует, что действительно групповой полином использовать предпочтительней, чем канонический.

Таблица 4.4.1. Сравнение числа операций умножения и погрешностей численного расчета по каноническому и групповому полиномам

$n$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$k_{\Gamma}$	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$k_{\kappa}$	15	55	120	210	325	465	630	820	1035	1275
$k_{\kappa}/k_{\Gamma}$	3	5,5	8	10,5	13	15,5	18	20,5	23	25,5
$p_{\kappa}/p_{\Gamma}$	1,7	2,3	2,8	3,2	3,6	3,9	4,2	4,5	4,8	5,0

Однако приведенное выше заключение о преимуществе группового полинома по сравнению с каноническим полиномом справедливо только в случае точного задания значений полиномиальных коэффициентов. При анализе цепи эти коэффициенты обычно рассчитываются через параметры элементов с помощью ограниченной разрядной сетки. Поэтому на точность расчета численных значений полинома влияет не только число операций перемножения полиномиальных коэффициентов и комплексного оператора  $p$ , но и число умножений, необходимых для получения самих полиномиальных коэффициентов. Очевидно, в этом случае более эффективными будут не канонические или групповые полиномы, а последовательные и свернутые (вложенные) функции [62,64,82], имеющие минимальное число умножений. Сравнение различных методов построения схемных функций проведем на примере высокодобротного кварцевого фильтра, схема замещения которого отличается плохой обусловленностью [23].



#### 4.4.2. ФОРМИРОВАНИЕ СИМВОЛЬНЫХ СХЕМНЫХ ФУНКЦИЙ КВАРЦЕВОГО ФИЛЬТРА

Исследуемый кварцевый фильтр [23] представлен на рис. 4.4.1. Рассмотрим 12 различных символьных формул для коэффициента передачи напряжения  $K = U_{out}/U_{in}$ : 1) комбинированную формулу – дробно-рациональную функцию, полученную по диакоптическому методу неравновесных двоичных векторов [39], с подвыражениями по методу схемно-алгебраической редукции (САР) [18]; 2) последовательную функцию по методу САР [18]; 3) последовательную формулу (ПФ) по методу блочного Гауссова исключения [45]; 4) ПФ по методу многомерного эквивалентного генератора с использованием переноса 2-го рода [70, 73]; 5) ПФ по методу редукции узлов [23]; 6) последовательную функцию с одной операцией деления по методу двоичных векторов [64]; 7) ПФ по методу исключения Гаусса [67, 110], 8) единую свернутую дробно-рациональную функцию по методу неравновесных двоичных векторов (НДВ) [39]; 9) единую ДРФ по методу равновесных двоичных векторов (РДВ) [64]; 10) групповую дробно-рациональную функцию (в виде отношения групповых полиномов) [67]; 11) каноническую ДРФ (в виде отношения канонических полиномов) [67] и 12) развернутую ДРФ – отношение развернутых (в виде суммы одночленов) полиномов.

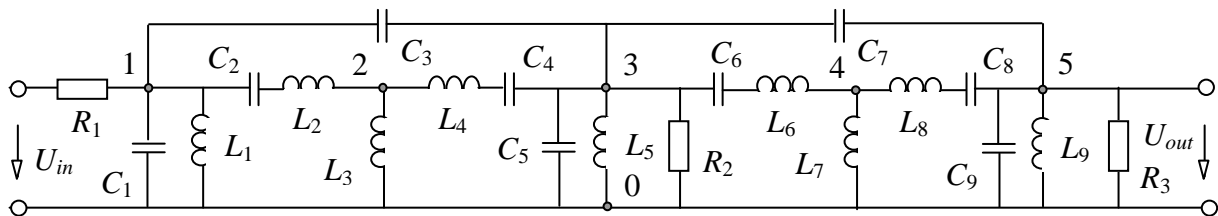


Рис. 4.4.1. Схема замещения кварцевого фильтра (цифрами 0...5 указаны номера узлов)

Двенадцать перечисленных функций приведены в пп.4.4.2.1–4.4.2.10. Их вычислительные характеристики: число мультипликативных (суммарное число умножений и делений) операций, операций деления и умножения по отдельности, число сложений, вычитаний и количество подформул даны в табл. 4.4.2 причем функции расположены в ней по возрастанию числа наиболее трудоемких – мультипликативных операций. Все операции обозначены соответствующими символами, причем количество подформул – знаком равенства =.

Как видно, наименьшее число мультипликативных операций содержит комбинированная ДРФ (строка 1 табл. 4.4.2) с подвыражениями

по методу САР, а наибольшее число операций включает развернутая ДРФ (строка 12 табл. 4.4.2). Чтобы оценить точность вычислений по приведенным формулам, проведем в п. 4.4.3 вычислительный эксперимент.

Таблица 4.4.2. Количество операций в различных символьных функциях

№	Операции→ Функции↓	*	*	:	+	–	=
1	<i>Комбинированная ДРФ по методам САР и НДС</i>	60	43	17	43	0	14
2	<i>Последовательная функция по методу САР</i>	75	58	17	50	1	39
3	ПФ по методу блочного Гауссова исключения	83	59	24	22	11	42
4	Последовательная формула по методу ЭМГ	94	50	44	30	32	68
5	ПФ по методу редукции узлов	102	72	30	34	0	54
6	ПФ с одной операцией деления	117	116	1	84	0	27
7	Последовательная функция по методу Гаусса	121	81	40	22	31	111
8	<i>Единая свернутая ДРФ по методу НДС</i>	279	278	1	96	0	1
9	Единая свернутая ДРФ по методу РДВ	310	309	1	106	2	1
10	Групповая ДРФ	13130	13129	1	6432	0	1
11	Каноническая ДРФ	13435	13434	1	6432	0	1
12	Развернутая ДРФ	96057	96056	1	6432	0	1

#### 4.4.2.1. Комбинированная дробно-рациональная функция с подвыражениями

Эта формула получается путем комбинированного использования схемно-алгебраической редукции отдельных подсхем и формирования дробно-рациональной функции по диакоптическим методам равновесных [64] и *неравновесных двоичных векторов* [39]. Последний метод обеспечивает получение более компактной формулы и с наименьшими затратами.

Для схемы кварцевого фильтра на рис. 4.4.1 САР сводится к преобразованию последовательных и параллельных соединений сопротивлений, емкостей и индуктивностей. Преобразованная схема

используется для формирования дробно-рационального выражения по методу неравновесных двоичных векторов. Представим здесь без вывода сформированное таким образом выражение для коэффициента передачи напряжения

$$K = \frac{g_1[y_{10}(y_2 + y_3 + y_4) + y_2 y_4][y_{11}(y_6 + y_7 + y_8) + y_6 y_8]}{\{y_3[(y_1 + y_2)(y_4 + y_5 + y_{10}) + y_{10}(y_4 + y_5)] + [(y_1 + y_5)[y_2(y_4 + y_{10}) + y_4 y_{10}] + y_1 y_5 (y_2 + y_4)\}} \{[y_6 + y_7)(y_8 + y_9 + y_{11}) + y_8 (y_9 + y_{11})] + [(y_1 + y_{10})(y_2 + y_3 + y_4) + y_2 (y_3 + y_4)] \{y_6 y_{11} (y_7 + y_9) + (y_6 + y_{11})[y_7 (y_8 + y_9) + y_8 y_9]\}}, \quad (4.4.4)$$

где подвыражения имеют вид:  $g_1 = 1/R_1$ ;  $y_1 = g_1 + pc_1 + 1/(pL_1)$ ;  $y_2 = 1/(pL_2 + 1/(pc_2))$ ;  $y_3 = 1/(pL_3)$ ;  $y_4 = 1/(pL_4 + 1/(pc_4))$ ;  $y_5 = pc_5 + 1/(pL_5) + 1/R_2$ ;  $y_6 = 1/(pL_6 + 1/(pc_6))$ ;  $y_7 = 1/(pL_7)$ ;  $y_8 = 1/(pL_8 + 1/(pc_8))$ ;  $y_9 = pc_9 + 1/(pL_9) + 1/R_3$ ;  $y_{10} = pc_3$ ;  $y_{11} = pc_7$ .

Параметры комбинированной формулы (4.4.4) представлены в строке 1 табл. 4.4.2. Отметим, что она содержит 60 мультипликативных операций, то есть операций умножений и делений, которые являются определяющими при нахождении как трудоемкости, так и точности формулы. Комбинированная формула может быть получена автоматизированным путем с помощью программы CIRSWM. Запишем эту формулу стандартным математическим языком (без указания символа умножения, но при этом индексы представим основными символами в соответствии с языком программы):

$$K = g_1 (y_3 (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) (T_6 + T_7 + Y_3) + (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) T_6 (T_7 + Y_3) - (T_8 (y_7 + T_9) + y_7 (T_9 + Y_7)) T_6 Y_3) / (((g_1 + T_1 + y_3) (T_6 + T_7 + Y_3) + T_6 (T_7 + Y_3)) ((T_5 + Y_7) T_8 y_7 + (T_5 (T_9 + Y_7) + T_9 Y_7) (T_8 + y_7))) + ((g_1 + T_1) ((T_6 + Y_3) (y_3 + T_3 + T_7) + (y_3 + T_3) T_7) + (T_6 + y_3) T_3 Y_3 + (T_6 (y_3 + T_7) + y_3 T_7) (T_3 + Y_3)) ((T_5 + y_7) (T_8 + Y_7 + T_9) + (T_8 + Y_7) T_9)), \quad (4.4.5)$$

где  $g_1 = 1/R_1$ ;  $y_1 = pc_1$ ;  $y_2 = pc_2$ ;  $y_3 = pc_3$ ;  $y_4 = pc_4$ ;  $y_5 = pc_5$ ;  $y_6 = pc_6$ ;  $y_7 = pc_7$ ;  $y_8 = pc_8$ ;  $y_9 = pc_9$ ;  $Y_1 = 1/pL_1$ ;  $Y_2 = 1/pL_2$ ;  $Y_3 = 1/pL_3$ ;  $Y_4 = 1/pL_4$ ;  $Y_5 = 1/pL_5$ ;  $Y_6 = 1/pL_6$ ;  $Y_7 = 1/pL_7$ ;  $Y_8 = 1/pL_8$ ;  $Y_9 = 1/pL_9$ ;  $g_2 = 1/R_2$ ;  $g_3 = 1/R_3$ ;  $T_1 = y_1 + Y_1$ ;  $T_2 = y_5 + g_2$ ;  $T_3 = T_2 + Y_5$ ;  $T_4 = g_3 + y_9$ ;  $T_5 = T_4 + Y_9$ ;  $T_6 = y_2 Y_2 / (y_2 + Y_2)$ ;  $T_7 = y_4 Y_4 / (y_4 + Y_4)$ ;  $T_8 = y_6 Y_6 / (y_6 + Y_6)$ ;  $T_9 = y_8 Y_8 / (y_8 + Y_8)$ .

Программа сформировала комбинированную формулу (4.4.5), содержащую 71 мультипликативную операцию, то есть всего на 11 операций больше, чем имеет формула (4.4.4).

#### 4.4.2.2. Последовательная формула по методу схемно-алгебраической редукции

Предлагаемая формула получена по программе REDSYM [18], которая реализует метод схемно-алгебраической редукции. Формула имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 & y_1=p \ c_1; y_2=p \ c_2; y_3=p \ c_3; y_4=p \ c_4; y_5=p \ c_5; Z_1=p \ L_1; Z_2=p \ L_2; \\
 & Z_3=p \ L_3; Z_4=p \ L_4; Z_5=p \ L_5; y_6=p \ c_6; y_7=p \ c_7; y_8=p \ c_8; y_9=p \ c_9; Z_6=p \\
 & L_6; Z_7=p \ L_7; Z_8=p \ L_8; Z_9=p \ L_9; Z_{m1}=R_2 \ Z_5/(R_2+Z_5); Y_{m2}=y_1+1/Z_1; \\
 & Y_{m3}=y_5+1/(Z_{m1}); Z_{m4}=Z_2+1/y_2; Z_{m5}=Z_4+1/y_4; \\
 & X_1=(y_3+Y_{m2}) (R_1 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5}))+ (R_1+Z_{m4}) (Z_3+Z_{m5}) \\
 & +Z_3 \ Z_{m5}; X_{1\_3}=(y_3 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5})+Z_3)/X_1; \\
 & X_{1\_4}=(y_3 ((Y_{m3}+Y_{m2}) (R_1 (Z_{m4} (Z_3+Z_{m5})+Z_3 \ Z_{m5}))+ (R_1+Z_3) \\
 & (Z_{m4}+Z_{m5}) +Z_{m4} \ Z_{m5}) + (Y_{m2} (R_1 \ Z_{m4})+R_1+Z_{m4}) (Y_{m3} (Z_3+Z_{m5})+1)+ \\
 & (Y_{m2} (R_1)+1) (Z_3 (Y_{m3} (Z_{m5})+1)))/X_1; \\
 & Z_{m6}=Z_9 \ R_3/(Z_9+R_3); Y_{m7}=y_9+1/(Z_{m6}); Z_{m8}=Z_6+1/(y_6); \\
 & Z_{m9}=Z_8+1/(y_8); X_2=Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9}; \\
 & X_{2\_1}=(y_7 (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_7+Z_{m9})/X_2; \\
 & X_{2\_2}=(y_7 (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_7)/X_2; X_{2\_3}=X_{2\_2}; \\
 & X_{2\_4}=((Y_{m7}+y_7) (Z_{m8} (Z_7+Z_{m9})+Z_7 \ Z_{m9})+Z_{m8}+Z_7)/X_2; \\
 & X_3=(X_{2\_1}+X_{1\_4}); X_{3\_3}=(X_{1\_3} \ X_{2\_3})/X_3; X_{3\_4}=(X_{2\_4} (X_{2\_1}+X_{1\_4}) - \\
 & X_{2\_2} \ X_{2\_3})/X_3; K=X_{3\_3}/X_{3\_4}. \tag{4.4.6}
 \end{aligned}$$

Формула (4.4.6) содержит 75 мультипликативных операций и занимает вторую строку в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.3. Последовательная формула по методу блочного Гауссова исключения

В этой формуле будем использовать подвыражения из формулы (4.4.4), которые являются следствиями блочного исключения из неопределенной матрицы узловых проводимостей. Оставшуюся матрицу узловых проводимостей разделим на блоки, граничные столбцы и строки которых соответствуют напряжению третьего узла на рис. 4.4.1. В целом последовательная рекурсивная формула по методу блочного Гауссова исключения [45] имеет вид

$$\begin{aligned}
&g_1=1/R_1; y_1= g_1+pc_1+1/(pL_1); y_2 =1/(pL_2 + 1/(pc_2)); y_3 = 1/(pL_3); y_4 =1/( pL_4 + \\
&1/(pc_4)); y_5 = pc_5 + 1/(pL_5)+1/R_2; y_6 = 1/(pL_6 + 1/(pc_6)); y_7 = 1/(pL_7); y_8 =1/(pL_8 \\
&+ 1/(pc_8)); y_9= pc_9 + 1/(pL_9) +1/R_3; y_{10}=pc_3; y_{11}=pc_7; \\
&Y_{11} = y_1 + y_2 + y_{10}; Y_{12} = -y_2; Y_{13} = -y_{10}; Y_{14} = 0; Y_{15} = 0; Y_{21} = Y_{12}; Y_{22} = y_2 + y_3 + y_4; \\
&Y_{23} = -y_4; Y_{24} = 0; Y_{25} = 0; Y_{31} = Y_{13}; Y_{32} = Y_{23}; Y_{33} = y_4 + y_5 + y_6 + y_{10} + y_{11}; Y_{34} = -y_6; \\
&Y_{35} = -y_{11}; Y_{41} = Y_{14}; Y_{42} = 0; Y_{43} = Y_{34}; Y_{44} = y_6 + y_7 + y_8; Y_{45} = -y_8; Y_{51} = 0; Y_{52} = 0; \\
&Y_{53} = Y_{35}; Y_{54} = Y_{54}; Y_{55} = y_8 + y_9 + y_{11}; \\
&k_2 = Y_{21}/Y_{11}; k_3 = Y_{31}/Y_{11}; Y_{22} = Y_{22} - k_2 Y_{12}; Y_{23} = Y_{23} - k_2 Y_{13}; Y_{32} = Y_{32} - k_3 Y_{12}; \\
&Y_{33} = Y_{33} - k_3 Y_{13}; Y_{33} = Y_{33} - Y_{23} Y_{32}/Y_{22}; del = Y_{11} Y_{22} Y_{33}; Ad_{11} = Y_{22} Y_{33} - Y_{23} Y_{32}; \\
&Ad_{22} = Y_{11} Y_{33} - Y_{31} Y_{31}; Ad_{33} = Y_{11} Y_{22} - Y_{12} Y_{21}; Ad_{12} = - (Y_{21} Y_{33} - Y_{31} Y_{23}); Ad_{13} = \\
&Y_{21} Y_{32} - Y_{31} Y_{22}; Ad_{13} = Y_{21} Y_{32} - Y_{31} Y_{22}; Ad_{21} = Ad_{12}; Ad_{13} = Y_{21} Y_{32} - Y_{31} Y_{22}; \\
&Ad_{21} = Ad_{12}; Ad_{23} = - (Y_{11} Y_{32} - Y_{31} Y_{12}); Ad_{31} = Ad_{13}; Ad_{32} = Ad_{23}; F_{11} = Ad_{13} Y_{43}; \\
&F_{12} = Y_{43} Ad_{23}; F_{13} = Ad_{33} Y_{43}; F_{21} = Y_{53} Ad_{13}; F_{22} = Ad_{23} Y_{53}; F_{23} = Ad_{33} Y_{53}; \\
&Ag_{11} = Y_{44} - F_{13} Y_{34}/del; Ag_{12} = Y_{45} - F_{13} Y_{35}/del; Ag_{21} = Y_{54} - F_{23} Y_{34}/del; \\
&Ag_{22} = Y_{55} - F_{23} Y_{35}/del; Bg_{11} = - F_{11} g_1/del; Bg_{22} = - F_{21} g_1/del; k_4 = Ag_{21}/Ag_{11}; \\
&Ag_{22} = Ag_{22} - k_4 Ag_{12}; Bg_{22} = Bg_{22} - Bg_{11} k_4; K = Bg_{22}/Ag_{22}. \quad (4.4.7)
\end{aligned}$$

Формула (4.4.7) содержит 83 мультипликативных операций и занимает третью строку в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.4. Последовательная формула по методу эквивалентного многомерного генератора

Формула получена по диакоптическому методу эквивалентного многомерного генератора (ЭМГ) ЭДС с применением метода переноса Z-ветвей 2-го рода [70,72,73] и имеет рекурсивный вид (при этом численные индексы в формуле записаны в виде символов, как это принято в системе *Maple*, с помощью которой осуществляется в дальнейшем численный расчет):

$$\begin{aligned}
&Z1=1/(1/(p L1) + p c1); Z2= 1/(p c2) + p L2; Z3= p L3; Z4= p L4 + \\
&1/(p c4); Z5=1/( p c5 + 1/( p L5) + 1/R2); Z6= 1/(p c6) + p L6; Z7= p L7; \\
&Z8= p L8+1/(p c8); Z9=1/( p c9+1/(p L9)+1/R3); Z10= 1/(p c3); \\
&Z11= 1/(p c7); Z1=R1 Z1/(R1+Z1); J1=1/R1; E1=J1 Z1; \\
&Z11= 1/(p c7); Z1=R1 Z1/(R1+Z1); J1=1/R1; E1=J1 Z1; \\
&Zk=Z3+Z4+Z5; Zk3=Z3; Zk5=Z5; Z3=Z3-Zk3 Zk3/Zk; Z5=Z5 - Zk5 Zk5/Zk; \\
&Z35= -Zk3 Zk5/Zk; E1= - E1; Zk=Z1+Z2+Z3; Zk1=Z1; Zk3=Z3; Zk5=Z35; \\
&Z1=Z1 - Zk1 Zk1/Zk; Z3=Z3-Zk3 Zk3/Zk; Z5=Z5 - Zk5 Zk5/Zk; \\
&Z13= - Zk1 Zk3/Zk; Z35=Z35-Zk3 Zk5/Zk; Z15= - Zk1 Zk5/Zk; \\
&Ek=E1; E1=E1-Ek Zk1/Zk; E3= - Ek Zk3/Zk; E5= - Ek Zk5/Zk; \\
&E5= -E5; Z15= - Z15; Z35=-Z35; Zk=Z1+Z10+Z5+2 Z15; Ek=E5+E1;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Zk1 &= Z1 + Z15; Zk5 = Z5 + Z15; Zk3 = Z13 + Z35; Z1 = Z1 - Zk1 \quad Zk1/Zk; \\
Z3 &= Z3 - Zk3 \quad Zk3/Zk; Z5 = Z5 - Zk5 \quad Zk5/Zk; Z13 = Z13 - Zk1 \quad Zk3/Zk; \\
Z15 &= Z15 - Zk1 \quad Zk5/Zk; Z35 = Z35 - Zk3 \quad Zk5/Zk; E1 = E1 - Ek \quad Zk1/Zk; \\
E3 &= E3 - Ek \quad Zk3/Zk; E5 = E5 - Ek \quad Zk5/Zk; Zk = Z7 + Z9 + Z8; Zk7 = Z7; Zk9 = Z9; \\
Z7 &= Z7 - Zk7 \quad Zk7/Zk; Z9 = Z9 - Zk9 \quad Zk9/Zk; Z79 = -Zk7 \quad Zk9/Zk; Z7 = Z7 + Z6; \\
Zk &= Z7 + Z9 + Z11 + 2 \quad Z79; Zk7 = Z7 + Z79; Zk9 = Z9 + Z79; Z7 = Z7 - Zk7 \quad Zk7/Zk; \\
Z9 &= Z9 - Zk9 \quad Zk9/Zk; Z79 = Z79 - Zk7 \quad Zk9/Zk; I5 = E5 / (Z5 + Z7); K = -Z79 I5. \quad (4.4.8)
\end{aligned}$$

Формула (4.4.8) содержит 94 мультипликативных операции и занимает четвертую строку в табл. 4.4.1.

#### 4.4.2.5. Последовательная формула по методу редукции узлов

Формула получена в [23] путем редукции узлов и имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
y2t &= 1/(p \quad L2); y3t = 1/(p \quad L3); y4t = 1/(p \quad L4); y6t = 1/(p \quad L6); y7t = 1/(p \quad L7); \\
y8t &= 1/(p \quad L8); ys1 = y2t + y3t + y4t; y4 = y2t \quad y3t/ys1; y5 = y2t \quad y4t/ys1; y6 = y4t \\
y3t/ys1; ys2 &= y6t + y7t + y8t; y10 = y6t \quad y7t/ys2; y11 = y6t \quad y8t/ys2; \\
y12 &= y7t \quad y8t/ys2; y1 = 1/R1; y2 = p \quad c1 + 1/(p \quad L1); y3 = p \quad c2; y7 = p \quad c4; \\
y8 &= p \quad c9 + 1/(p \quad L5) + 1/R3; y9 = p \quad c6; y13 = p \quad c7; y14 = p \quad c8 + 1/(p \quad L9) + 1/R2; \\
y15 &= p \quad c3; y16 = p \quad c5; \\
N1 &= y3 + y4 + y5; N103 = y6 \quad N1 + y4 \quad y5; N105 = y2 \quad N1 + y3 \quad y4; N135 = y3 \quad y5; \\
A2 &= y9 + y10 + y11; N2 = A2 \quad N1; A246 = y9 \quad y11; A204 = y12 \quad A2 + y10 \quad y11; \\
A206 &= y8 \quad A2 + y9 \quad y10; A3 = N135 + N103 + y7 \quad N1; N3 = A2 \quad A3; \\
N305 &= (N105 \quad N3 + N135 \quad N103 \quad A2)/N1; N306 = A206 \quad A3 + N103 \quad y7 \quad A2; \\
N356 &= y15 \quad N3 + y7 \quad N135 \quad A2; A4 = A246 + A204 + y13 \quad A2; N4 = A3 \quad A4; \\
N406 &= (N306 \quad A4 + A204 \quad A246 \quad A3)/A2; N407 = y14 \quad N4 + A204 \quad A3 \quad y13; \\
N467 &= y16 \quad N4 + A246 \quad A3 \quad y13; A5 = y1 \quad N3 + N305 + N356; N5 = A4 \quad A5/A2; \\
N506 &= (N406 \quad A5 + N305 \quad N356 \quad A4/A2)/N3; N508 = y1 \quad N305 \quad A4/A2; \\
N568 &= y1 \quad N356 \quad A4/A2; N6 = N568 + N506 + N467 \quad A5/N3; \\
N678 &= N568 \quad N467/N4; N607 = (N407 \quad N6 + N506 \quad N467)/N4; \\
N608 &= (N508 \quad N6 + N506 \quad N568)/N5; N7 = N607 + N678; K = N678/N7; \quad (4.4.9)
\end{aligned}$$

Формула (4.4.9) содержит 102 мультипликативных операции и занимает пятую строку в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.6. Последовательная формула с одной операцией деления

Формула получена по программе SECIRSYM (автор В.В. Филаретов), реализующей объединение подсхем методом двоичных векторов [64], имеет последовательную форму записи:

$$\begin{aligned}
& y_1 = p c_1; y_2 = p c_2; y_3 = p c_3; y_4 = p c_4; y_5 = p c_5; y_6 = p c_6; y_7 = p c_7; \\
& y_8 = p c_8; y_9 = p c_9; Z_1 = p L_1; Z_2 = p L_2; Z_3 = p L_3; Z_4 = p L_4; Z_5 = p L_5; \\
& Z_6 = p L_6; Z_7 = p L_7; Z_8 = p L_8; Z_9 = p L_9; \\
& A_4 := Z_5 R_2 Z_1 ((y_2 Z_2 + 1) y_3 (y_4 (Z_3 + Z_4) + 1) + y_2 Z_3 (y_3 (y_4 Z_4 + 1) + y_4)); \\
& A_5 := (((y_3 + y_1 + y_2) R_1 Z_1 + R_1 + Z_1) (y_4 (Z_3 + Z_4) + 1) + y_2 ((y_3 + y_1) R_1 Z_1 + R_1 + Z_1) \\
& (y_4 (Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4) + Z_2 + Z_3)) (y_5 Z_5 R_2 + Z_5 + R_2) + ((y_1 R_1 Z_1 Z_3 + R_1 \\
& (Z_1 + Z_3) + Z_1 Z_3) ((y_2 (Z_2 + Z_4) + 1) y_3 y_4 + y_2 (y_4 + y_3)) + (y_1 R_1 Z_1 + R_1 + Z_1) (y_2 \\
& Z_2 + 1) (y_3 (y_4 Z_4 + 1) + y_4)) Z_5 R_2; \\
& A_6 := Z_5 R_2 (((y_3 + y_1 + y_2) R_1 Z_1 + R_1 + Z_1) (y_4 (Z_3 + Z_4) + 1) + y_2 ((y_3 + y_1) R_1 \\
& Z_1 + R_1 + Z_1) (y_4 (Z_2 (Z_3 + Z_4) + Z_3 Z_4) + Z_2 + Z_3)); \\
& B_1 = (y_9 R_3 Z_7 Z_9 + R_3 (Z_7 + Z_9) + Z_7 Z_9) ((y_6 (Z_6 + Z_8) + 1) y_7 y_8 + y_6 \\
& (y_8 + y_7)) + (y_9 R_3 Z_9 + R_3 + Z_9) (y_6 (y_7 Z_6 + 1) + y_7) (y_8 Z_8 + 1); \\
& B_4 = R_3 Z_9 ((y_6 Z_6 + 1) y_7 (y_8 (Z_7 + Z_8) + 1) + y_6 Z_7 (y_7 (y_8 Z_8 + 1) + y_8)); \\
& B_5 = ((y_9 + y_7 + y_8) R_3 Z_9 + R_3 + Z_9) (y_6 (Z_6 + Z_7) + 1) + y_8 ((y_9 + y_7) R_3 Z_9 + R_3 + Z_9) \\
& (y_6 (Z_6 (Z_7 + Z_8) + Z_7 Z_8) + Z_7 + Z_8); \\
& B_4 = A_4 B_4; \quad B_5 = A_5 B_5 + A_6 B_1; \quad K = B_4 / B_5; \tag{4.4.10}
\end{aligned}$$

Формула (4.4.10) содержит 117 мультипликативных операций и занимает строку 6 в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.7. Последовательная формула по методу Гаусса

Эта формула сформирована путем символьного решения системы узловых уравнений [67] девятого порядка (схема на рис. 4.4.1) по широко известному методу Гаусса [67, 110]. Полученная функция для искомого коэффициента передачи напряжения имеет последовательную рекурсивную форму записи:

$$\begin{aligned}
& g_1 = 1/R_1; g_2 = 1/R_2; g_3 = 1/R_3; y_{c1} = p c_1; y_{c2} = p c_2; y_{c3} = p c_3; y_{c4} = p c_4; y_{c5} = \\
& p c_5; y_{c6} = p c_6; y_{c7} = p c_7; y_{c8} = p c_8; y_{c9} = p c_9; y_{L1} = 1/(p L_1); y_{L2} = 1/(p L_2); \\
& y_{L3} = 1/(p L_3); y_{L4} = 1/(p L_4); y_{L5} = 1/(p L_5); y_{L6} = 1/(p L_6); y_{L7} = 1/(p L_7); \\
& y_{L8} = 1/(p L_8); y_{L9} = 1/(p L_9); Y_{11} = g_1 + Y_{c1} + Y_{L1} + Y_{c2} + Y_{c3}; \\
& Y_{12} = -Y_{c2}; Y_{21} = Y_{12}; Y_{15} = -Y_{c3}; Y_{22} = Y_{c2} + Y_{L2}; Y_{23} = -Y_{L2}; \\
& Y_{32} = Y_{23}; Y_{33} = -Y_{L2} + Y_{L3} + Y_{L4}; Y_{34} = -Y_{L4}; Y_{43} = Y_{34}; Y_{44} = Y_{L4} + Y_{c4}; \\
& Y_{45} = -Y_{c4}; Y_{51} = Y_{15}; Y_{66} = Y_{c6} + Y_{L6}; Y_{54} = Y_{45}; Y_{55} = Y_{c4} + Y_{c5} + Y_{L5} \\
& + g_2 + Y_{c6} + Y_{c7}; Y_{56} = -Y_{c6}; Y_{59} = -Y_{c7}; Y_{65} = Y_{56}; Y_{67} = -Y_{L6}; Y_{76} = \\
& Y_{67}; Y_{77} = Y_{L6} + Y_{L7} + Y_{L8}; Y_{78} = -Y_{L8}; Y_{87} = Y_{78}; Y_{88} = Y_{L8} + Y_{c8}; \\
& Y_{89} = -Y_{c8}; Y_{95} = Y_{59}; Y_{98} = Y_{89}; Y_{99} = Y_{c8} + Y_{L9} + Y_{c9} + g_3 + Y_{c7}; J_1 = \\
& g_1; k_1 = Y_{21}/Y_{11}; Y_{22} = Y_{22} - k_1 Y_{12}; Y_{25} = -Y_{15} k_1; k_2 = Y_{51}/Y_{11}; Y_{52} = - \\
& k_2 Y_{12}; Y_{55} = Y_{55} - k_2 Y_{15}; J_{55} = -k_2 J_1; k_3 = Y_{95}/Y_{11}; Y_{92} = -k_3 Y_{12}; Y_{95} \\
& = -k_3 Y_{15}; J_9 = -k_3 J_1; k_4 = Y_{32}/Y_{22}; Y_{33} = Y_{33} - k_4 Y_{23}; Y_{35} = -k_4 Y_{25}; J_3 \\
& = -J_2 k_4; k_{11} = Y_{52}/Y_{22}; Y_{53} = -k_{11} Y_{23}; J_5 = J_5 - J_2 k_{11}; k_{12} = Y_{95}/Y_{22};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y93 = & -k12 Y23; Y95 = Y95 - k12 Y25; J9 = J9 - k12 J2; k5 = Y43/Y33; Y45 = Y45 \\
& - k5 Y35; Y44 = Y44 - k5 Y34; J4 = -J3 k5; k13 = Y53/Y33; Y54 = Y54 - k13 Y34; \\
Y55 = & Y55 - k13 Y35; J5 = J5 - k13 J1; k14 = Y93/Y33; Y94 = -k14 Y34; Y95 = Y95 \\
& - k14 Y35; J9 = J9 - k14 J3; k6 = Y54/Y44; Y55 = Y55 - k6 Y45; J5 = J5 - J4 k6; \\
K15 = & Y94/Y44; Y95 = Y95 - Y45 k15; J9 = J9 - J4 k15; k7 = Y65/Y55; Y66 = Y66 - \\
& k7 Y56; Y69 = -k7 Y59; J6 = -J5 k7; k59 = Y95/Y55; Y96 = -Y56 k59; \\
Y99 = & Y99 - k59 Y59; J9 = J9 - J5 k59; k67 = Y76/Y66; Y77 = Y77 - k67 Y67; Y79 = \\
& -k67 Y59; J7 = -k67 J6; k78 = Y87/Y77; Y88 = Y88 - k78 Y79; Y89 = Y89 - \\
& Y79 k78; J8 = -J7 k78; k89 = Y98/Y88; Y99 = Y99 - Y89 k89; J9 = J9 - k89 J8; \\
k = & J9/Y99.
\end{aligned} \tag{4.4.11}$$

Формула (4.4.11) содержит 121 мультипликативную операцию и занимает седьмую строку в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.8. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу неравновесных двоичных векторов

Эта формула получена по программе CIRSYMW, реализующей метод неравновесных двоичных векторов [39], и представлена ниже:

$$\begin{aligned}
K = & (R3 L9 p ((c6 p (L6 p)+1) (c7 p (c8 p (L7 p+L8 p)+1))+(c6 p) (L7 p \\
& (c7 p (c8 p (L8 p)+1)+c8 p))) (L1 p R2 L5 p ((c2 p (L2 p)+1) (c3 p \\
& (c4 p (L3 p+L4 p)+1))+(c2 p) (L3 p (c3 p (c4 p (L4 p)+1)+c4 p))) / \\
& (R2 (((c3 p+c1 p+c2 p) (R1 L1 p)+R1+L1 p) (c4 p (L3 p+L4 p)+1)+(c2 p \\
& ((c3 p+c1 p) (R1 L1 p)+R1+L1 p)) (c4 p (L2 p (L3 p+L4 p) \\
& +L3 p L4 p)+L2 p+L3 p))) (((c6 p (c7 p(L5 p L6 p)+L5 p+L6 p) \\
& +c7 p (L5 p)+1) (c8 p (L7 p+L8 p)+1)+(c6 p (c7 p (L5 p)+1)) \\
& (L7 p (c8 p (L8 p)+1))) (c9 p (R3 L9 p)+R3+L9 p)+((c6 p ((L5 p+L7 p) \\
& (L6 p+L8 p)+L6 p L8 p)+L5 p+L7 p+L8 p) (c7 p c8 p) \\
& +(c6 p (L5 p+L7 p+L6 p)+1) (c8 p+c7 p)) (R3 L9 p))+((c1 p (R1 L1 p) \\
& +R1+L1 p) (c5 p (R2)+1)) ((L3 p(c2 p (L2 p)+1)) (c4 p +(c2 p(L2 p+L3 p) \\
& +1) (c4 p (L4 p)+1))+(R1 L1 p (c5 p (R2)+1)) ((c2 p (c3 p (L2 p)+1)+c3 p) \\
& (c4 p (L3 p+L4 p)+1)+(c2 p c3 p) (L3 p (c4 p (L4 p)+1))) \\
& +(R2 (c1 p (R1 L1 p)+R1+L1 p)) ((c2 p (L2 p(L3 p+L4 p)+L3 p L4 p)+ \\
& L3p+L4 p)(c3 p c4 p)+(c2 p (L2 p+L3 p)+1) (c4 p+c3 p))+R1 L1 p R2) \\
& ((c2 p (L2 p+L4 p)+1) (c3 p c4 p)+(c2 p) (c4 p+c3 p)))(L5 p \\
& (((c9 p+c7 p+c8 p) (R3 L9 p)+R3+L9 p) (c6 p (L6 p+L7 p)+1)+(c8 p \\
& ((c9 p+c7 p) (R3 L9 p)+R3+L9 p)) (c6 p (L6 p (L7p+L8p)+L7pL8p) \\
& +L7p+L8p))).
\end{aligned} \tag{4.4.12}$$

Формула (4.4.12) содержит 279 мультипликативных операций и занимает восьмую строку в табл. 4.4.2. Это выражение является более компактным по сравнению с формулой по методу РДВ, которая рассматривается ниже.



#### 4.4.2.9. Единая свернутая дробно-рациональная формула по методу равновесных двоичных векторов

Эта формула получена по программе CIRSWMW, реализующей метод равновесных двоичных векторов [64]. Выбирает тот или иной метод двоичных векторов (НДВ или РДВ) сам пользователь, устанавливая соответствующие опции в файле `setup.sym`. В приведенном ниже выражении знаменатель  $D$  не показан, поскольку он повторяет знаменатель в формуле (4.4.12) по методу НДВ.

$$K = L1 \ p \ R3 \ L9 \ p \ ((R2 \ ((c6 \ p \ (L6 \ p \ (L7 \ p + L8 \ p) + L7 \ p \ L8 \ p) + L7 \ p + L8 \ p) \ (c7 \ p \ c8 \ p) + (c6 \ p \ (L6 \ p + L7 \ p) + 1) \ (c8 \ p + c7 \ p))) \ (L5 \ p \ ((c2 \ p \ (L2 \ p) + 1) \ (c3 \ p \ (c4 \ p \ (L3 \ p + L4 \ p) + 1))) + (c2 \ p) \ (L3 \ p \ (c3 \ p \ (c4 \ p \ (L4 \ p) + 1) + c4 \ p)))) + (R2 \ c8 \ p \ (c6 \ p \ (L6 \ p) + 1)) \ (L5 \ p \ ((c2 \ p \ (L2 \ p) + 1) \ (-c3 \ p \ (c4 \ p \ (L3 \ p + L4 \ p) + 1))) + (c2 \ p) \ (-L3 \ p \ (c3 \ p \ (c4 \ p \ (L4 \ p) + 1) + c4 \ p)))))) / D. \quad (4.4.13)$$

Формула (4.4.13) содержит 310 мультипликативных операций и занимает девятую строку в табл. 4.4.2.

#### 4.4.2.10. Каноническая, групповая и развернутая формулы

Каноническую формулу сформируем, используя программу CIRSWMW, а групповую и развернутую функции получим на основе канонической формулы с помощью системы *Maple*. Полностью привести эти формулы невозможно, поскольку они занимают слишком много места. Запишем краткое выражение для групповой формулы, используя полином (4.4.1):

$$K = \frac{(((a_{13}p^2 + a_{11})p^2 + a_9)p^2 + a_7)p^2 + a_5)p^5}{(\dots((((((b_{14}p + b_{13})p + b_{12})p + b_{11})p + b_{10})p + b_9)p + b_8)p + \dots b_1)p + b_0}. \quad (4.4.14)$$

Занесем вычислительные характеристики групповой, канонической и развернутой формул в строки 10, 11 и 12 табл. 4.4.2 соответственно. Эти функции содержат соответственно 13130, 13435 и 96057 мультипликативных операций, что многократно превышает число аналогичных операций в восьми формулах, представленных в строках 1–8 табл. 4.4.2.

#### 4.4.3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ПО РАСЧЕТУ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ КВАРЦЕВОГО ФИЛЬТРА

Получим численные значения передаточной функции по двенадцати приведенным в табл. 4.4.2 формулам, используя значения параметров элементов из [23]:  $R_1 = 268$  кОм,  $R_2 = 345$  кОм,  $R_3 = 113,6$  кОм,  $C_1 = 93,6$  пФ;  $C_2 = 0,0312$  нФ;  $C_3 = 0,3$  нФ;  $C_4 = 0,0312$  нФ;  $C_5 = 1,01$  нФ;  $C_6 = 0,1147$  нФ;  $C_7 = 1,53$  нФ;  $C_8 = 0,1147$  нФ;  $C_9 = 127,5$  пФ;  $L_1 = 5,86$  мГн;  $L_2 = 17,4648$  мГн;  $L_3 = 116,079$  мГн;  $L_4 = 17,4648$  Гн;  $L_5 = 0,5431$  мГн;  $L_6 = 4,7071$  Гн;  $L_7 = 74,87$  мГн;  $L_8 = 4,7071$  Гн;  $L_9 = 4,3$  мГн.

Значение коэффициента передачи напряжения найдем на частоте номинального максимума  $f = 215$  кГц, причем при четырех различных десятичных сетках с плавающей десятичной точкой: в 60, 30, 18 (увеличенная двойная точность) и 8 (одинарная точность) разрядов, чтобы исключить случайное совпадение результатов и оценить влияние числа разрядов на точность вычислений. Расчеты выполним с помощью системы *Maple 7* [24].

Полученные при 60-разрядной десятичной сетке численные данные имеют вид ( $j$  – мнимая единица):

$$K_{\text{комб}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981817 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371380;$$

$$K_{\text{сар}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981156 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371266;$$

$$K_{\text{бл}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981964 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371193;$$

$$K_{\text{мэг}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981960 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371200;$$

$$K_{\text{ред}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981147 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347372219^*$$

$$K_{\text{дел}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981920 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371260$$

$$K_{\text{гаусс}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646981940 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347371339;$$

$$K_{\text{ндв}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646510090 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347956958;$$

$$K_{\text{рдв}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988047157646509471 + j.154170280713032471614540145989198139003931873938420347956564;$$

$$K_{\text{груп}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988216714524986645 + j.154170280713032471614540145989198139003931873861697860854178;$$

$$K_{\text{кан}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988152603921767707 \\ + j.154170280713032471614540145989198139003931873893732551775673;$$

$$K_{\text{разв}} = -.242155199798428809724691843629027364108106988642619087799142 \\ + j.154170280713032471614540145989198139003931873701701259982719$$

(4.4.15)

для комбинированной функции, последовательной формулы по методу САР, ПФ блочного Гауссова исключения, ПФ по методу ЭМГ, ПФ по методу редукции узлов, ПФ с одной операцией деления, ПФ по методу исключения Гаусса, единой ДРФ по методу НДВ, единой ДРФ по методу РДВ, групповой, канонической и развернутой формул соответственно.

При расчете по трем последним формулам используются полиномиальные коэффициенты, аналитические выражения которых, как отмечалось, не приведены из-за их большого объема. Дадим их численные значения (обозначения коэффициентов в соответствии с (4.4.13)):

$$a_{13} := .228995373487294376756392786772137312424535844326650845474739e-70;$$

$$a_{11} := .167096030872710894934352253922846419614969675609885297714307e-57;$$

$$a_9 := .457069928328985876278304794272759420593394132622361655067543e-45;$$

$$a_7 := .555472218088426461695679930944097925477159273965124602733189e-33;$$

$$a_5 := .25305746317646228210649600e-21;$$

$$b_{14} := .159563847842997145222391285422446249158576558532594762796335e-69;$$

$$b_{13} := .176833324984192603651075663530478690669442552259921679170123e-64;$$

$$b_{12} := .203242392888425219970074317257400612378731927033669546904673e-56;$$

$$b_{11} := .193201822939985110961114597875599644893358531195892726903842e-51;$$

$$b_{10} := .110929613059145199179932731231132337097730789409197809061591e-43;$$

$$b_9 := .879461336689870852306297961332446657085186096161372850958329e-39;$$

$$b_8 := .336308737608640347360340667624524274423728771565528491055625e-31;$$

$$b_7 := .213496446225080566979381061984585118303254884546518908886430e-26$$

$$b_6 := .611659564306993987793239031102250239787671269729449605204224e-19$$

$$b_5 := .291512167913942125277177482028851677799537632216657253720242e-14$$

$$b_4 := .667362962172798706611407463866363231472347389575714966717545e-7$$

$$b_3 := .212271180477105821135476546969040826434309748964875818735230e-2;$$

$$b_2 := 40445.5837067619127347793183269362289221130680829062046894467;$$

$$b_1 := 643996779.680000000000000000; \quad b_0 := 10503456000000000000000000000000.$$

Для 30-разрядной десятичной сетки численные данные представлены в том же порядке, что и для 60-разрядной сетки в (4.4.15):

$$K_{\text{комб}} = -.242155199798428809724691843528 + j.154170280713032471614540146126;$$

$$K_{\text{сар}} = -.242155199798428809724691843410 + j.154170280713032471614540145672;$$

$$K_{\text{бл}} = -.242155199798428809724691843553 + j.154170280713032471614540146089;$$

$$K_{\text{мэг}} = -.242155199798428809724691843570 + j.154170280713032471614540146070;$$

$$K_{\text{ред}} = -.242155199798428809724691843053 + j.154170280713032471614540146627$$

$$K_{\text{1дел}} = -.242155199798428809724691843589 + j.154170280713032471614540146017 \quad (4.4.16)$$

$$K_{\text{гаусс}} = -.242155199798428809724691843625 + j.154170280713032471614540146115;$$

$$K_{\text{ндв}} = -.242155199798428809724691530576 + j.154170280713032471614540376011;$$

$$K_{\text{рдв}} = -.242155199798428809724691529456 + j.154170280713032471614540375298;$$

$$K_{\text{груп}} = -.242155199798428753090391112645 + j.154170280713032504956921470360;$$

$$K_{\text{кан}} = -.242155199798428769577900553309 + j.154170280713032506398430664982;$$

$$K_{\text{разв}} = -.242155199798427793113533670619 + j.154170280713032957113544189490.$$

В том же порядке даны результаты расчета при 18-разрядной сетке:

$$K_{\text{комб}} = -.242155199798429078 + j.154170280713032131 ;$$

$$K_{\text{сар}} = -.242155199798429769 + j.154170280713032920 ;$$

$$K_{\text{бл}} = -.242155199798428985 + j.154170280713032240$$

$$K_{\text{мэг}} = -.242155199798428989 + j.154170280713032239;$$

$$K_{\text{ред}} = -.242155199798428265 + j.154170280713032912$$

$$K_{\text{1дел}} = -.242155199798428998 + j.154170280713032211$$

$$K_{\text{гаусс}} = -.242155199798429081 + j.154170280713032112 ;$$

(4.4.17)

$$K_{ндв} = -.242155199797108934 + j.154170280714516617 ;$$

$$K_{рдв} = -.242155199797108843 + j.154170280714516559 ;$$

$$K_{кан} = -.242234491095443836 + j.154118497713695662 ;$$

$$K_{груп} = -.242227955736966396 + j.154121439545986344 ;$$

$$K_{разв} = -.239802251200636101 + j.155239821258345463.$$

Для 8-разрядной сетки результаты имеют вид

$$\begin{aligned} K_{комб} &= -.24215036 + j.15417668; & K_{гаусс} &= -.24215152 + j.15417490; \\ K_{мсар} &= -.24215472 + j.15417938; & K_{ндв} &= -.23991970 + j.15565496; \\ K_{бл} &= -.24215084 + j.15417618; & K_{рдв} &= -.23991265 + j.15565038; \\ K_{мэг} &= -.24215048 + j.15417701; & & (4.4.18) \\ K_{ред} &= -.24214451 + j.15418159; & K_{груп} &= .17305850e-8 - j.44920814e-7; \\ K_{дел} &= -.24215071 + j.15417624; & K_{кан} &= .26321838e-7 - j.21342031e-6; \\ & & K_{разв} &= -.64107002e-10 + j.58140781e-8. \end{aligned}$$

Представим на рис. 4.4.2 амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) исследуемого фильтра, полученную по комбинированной формуле (4.4.4). АЧХ соответствует графику, данному в [23].

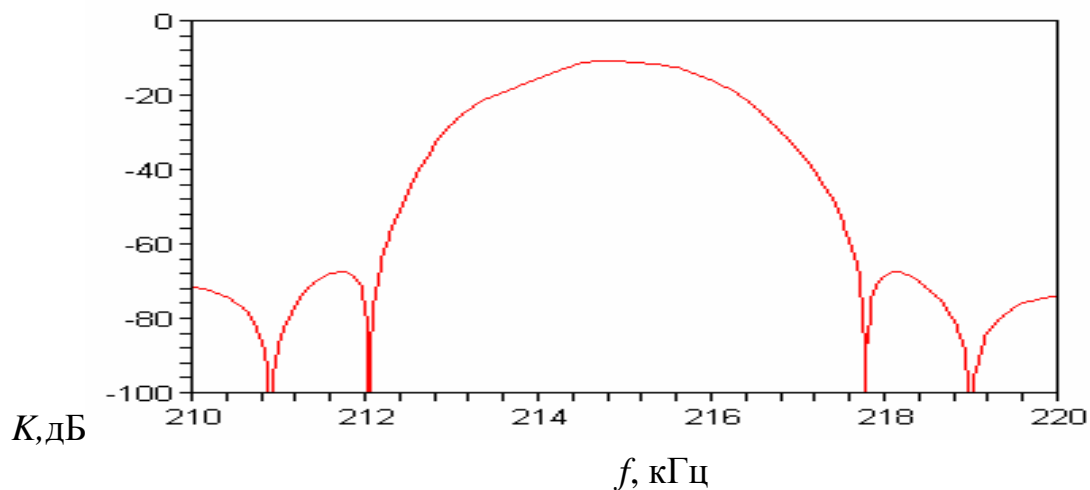


Рис. 4.4.2. АЧХ коэффициента передачи фильтра

#### 4.4.3.1. Анализ полученных численных результатов

Проведем анализ полученных результатов. Найдем количество совпадающих знаков в различных 60-разрядных числах (4.4.15). Это количество определяется последовательно. Сначала из двенадцати комплексных чисел (4.4.15) находятся числа, у которых совпадает максимальное количество разрядов – это шесть чисел, полученные по комбинированной формуле, методам САР, блочного Гауссова исключения, методу ЭМГ, ПФ с одной операцией деления и методу исключения Гаусса, у них совпадает 57 разрядов. Эти числа принимаются за базу для сравнения с ними оставшихся чисел. В результате находим количество совпадающих знаков – 56, 54, 45, 45 и 45 в численных результатах, полученных по методам редукции, НДВ, РДВ, канонической, групповой и развернутой формулам соответственно. Количество совпадающих знаков занесем в табл. 4.4.3.

Для 30-разрядных чисел (4.4.16) цифры считаются точными при условии их совпадения со значениями соответствующих разрядов в 60-разрядных числах (4.4.15). Количество точных цифр приведено в третьем столбце табл. 4.4.3. Для определения точных цифр в 18- и 8-разрядных числах (4.4.17) и (4.4.18) используется аналогичный алгоритм. Число верных разрядов для этих чисел приведено в четвертом и пятом столбцах табл. 4.4.3 соответственно. Как видно, число точных знаков тем больше, чем меньше число вычислительных операций в соответствующих символьных выражениях (табл. 4.4.2).

Наиболее точными оказались семь первых формул в табл. 4.4.2 и 4.4.3. Это комбинированная формула, формулы по методам САР, блочного Гауссова исключения, ЭМГ, редукции узлов, методу объединения подсхем на основе РДВ (ПФ с одной операцией деления) и методу исключения Гаусса. Они обеспечивают долю верных знаков – 93...95%, 87...90% и 50 ...63% от общего числа разрядов для 60-, 30, 18- и 8-разрядных сеток. Хороший результат – 61...90 % верных знаков – при сетке в 18 разрядов и более показали формулы по методам НДВ и РДВ.

Три оставшихся формулы – групповая, каноническая и развернутая – могут безоговорочно использоваться только при наличии сетки в 30 разрядов. В этом случае обеспечивается число верных разрядов не менее 47 %. При 8 разрядах эти функции дают недостоверный результат. Такой же результат дает развернутая формула уже при 18 разрядах. Низкая точность этих формул объясняется большим числом арифметических операций, причем наибольшую погрешность вносят операции вычитания, которые появляются после перемножения комплексных чисел.

Следует отметить, что при уменьшении разрядной сетки заметно сокращается доля верных знаков в результате, причем по первым семи функциям в табл. 4.4.3 – на 30–32% при переходе от 60- к 8- разрядной

сетке, для единых функций по методам РДВ и НДВ – на 77%. Для групповой и канонической формул при переходе от 60- к 18-разрядной сетке число верных разрядов уменьшается на 58%, а при 8-разрядной сетке, как уже отмечалось, теряется полностью достоверность результата.

Таблица 4.4.3. Количество верных разрядов в полученных численных результатах

№	Тип символьной функции	Число (доля в %) верных знаков при различных разрядных сетках			
		60	30	18	8
1	<i>Комбинированная ДРФ по методу САР и НДВ</i>	57 (95)	26 (87)	14 (78)	5 (63)
2	<i>Последовательная функция по методу САР</i>	57 (95)	27 (90)	14 (78)	5 (63)
3	ПФ по методу блочного Гауссова исключения	57 (95)	26 (87)	15 (83)	5 (63)
4	Последовательная функция по методу ЭМГ	57 (95)	26 (87)	15 (83)	5 (63)
5	ПФ по методу редукции узлов	56 (93)	26 (87)	15 (83)	4 (50)
6	ПФ с одной операцией деления	57 (95)	26 (87)	15 (83)	5 (63)
7	ПФ по методу исключения Гаусса	57 (95)	26 (87)	14 (78)	5 (63)
8	<i>Единая свернутая функция по методу НДВ</i>	54 (90)	24 (80)	11 (61)	1 (13)
9	Единая свернутая функция по методу РДВ	54 (90)	24 (80)	11 (61)	1 (13)
10	Групповая функция	45 (75)	15 (50)	3 (17)	0 (0)
11	Каноническая функция	45 (75)	15 (50)	3 (17)	0 (0)
12	Развернутая ДРФ	45 (75)	14 (47)	1 (5,6)	0 (0)

Первые пять формул в табл. 4.4.2 (4.4.3), а также формула по методу исключения Гаусса иногда не позволяют получить решение на резонансных частотах идеальных контуров (если они есть в схеме), особенно это проявляется при одинарной точности разрядной сетки (при 8 десятичных разрядах). Это объясняется наличием в этом случае операции деления на очень малое число, полученное вычитанием очень близких (совпадающих в пределах разрядной сетки) чисел, например, модулей емкостной и индуктивной проводимостей в (4.4.4). В этом случае результаты вычитания и деления выходят за пределы разрядной сетки и становятся случайными числами.

Эта задача решается, как правило, путем использования расширенной разрядной сетки (16 разрядов и более), при этом точность расчета на резонансных частотах получается не хуже, чем на других частотах. При одинарной точности, а также необходимости и при других разрядных сетках, рассматриваемая задача может быть решена путем введения в резонансный контур малой резистивной проводимости или проводимости утечки узла относительно корпуса [23], или путем добавления единицы в последний разряд числа, соответствующего реактивной проводимости (сопротивлению) конденсатора (катушки индуктивности). Заведомо устойчивая формула получается при выборе редуцируемой подсхемы, значение определителя которой не равно нулю как тождественно, так и численно. Это равносильно соответствующему выбору ведущего элемента в численном методе Гаусса. Такое соответствие алгоритмов объясняется тем, что формулы в строках 1–5 и 7 используют операцию деления на суммарное сопротивление (проводимость) контура (сечения) или определитель подсхемы, а метод редукции узлов (строка 5 табл. 4.4.3) является вариантом метода Гаусса [23].

Аналогичная проблема деления на очень малое число возникает и при использовании других функций – единых свернутых выражений, канонических групповых и развернутых формул – в случае расчета характеристики при частоте, соответствующей полюсу частотной характеристики. Такая задача решается путем присвоения знаменателю ненулевого, очень малого значения.

#### 4.4.4. РАСЧЕТ ЦЕПИ С БОЛЬШИМ РАЗБРОСОМ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕМЕНТОВ

При расчете цепей, содержащих элементы с большим разбросом параметров, проявляет свои свойства ограниченная разрядная сетка [72]. Это объясняется выходом числа за пределы разрядной сетки, который имеет место при вычитании близких чисел и делении на малые числа. Так, схема, представленная на рис. 4.4.3, не может быть проанализирована с помощью программы *NODAL* [69], но рассчитывается с помощью метода переноса второго рода [72].

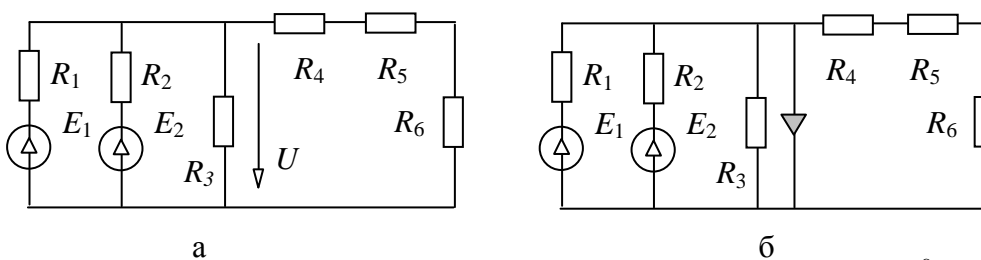


Рис. 4.4.3. Плохо обусловленная цепь (а) при параметрах  $R_1 = R_3 = R_5 = 10^{-9}$  Ом,  $R_2 = R_4 = R_6 = 1$  Ом,  $E_1 = 100$  В,  $E_2 = 63$  В [72], схема числителя (б) для метода выделения источников



В этом случае наиболее эффективными являются единые дробно-рациональные функции, построенные на основе неявного принципа наложения (НПН). Эти выражения не содержат операций деления в числителях и знаменателях и компактны благодаря НПН. В результате они позволяют получить с наименьшими затратами точное выражение в виде обыкновенной дроби.

Сформируем символьное выражение для напряжения  $U$  на резисторе  $R_3$  методом выделения независимых источников [37], реализующим *неявный принцип наложения* [38]. В этом случае искомая функция находится в виде отношения определителей  $N$  и  $D$  схем числителя и знаменателя. Схема числителя получается путем замены приемника отклика на приемник неудаляемого управляемого источника (НУИ), она представлена на рис. 4.4.3,б.

Преобразуем в схеме числителя последовательное соединение резисторов  $R_4$ ,  $R_5$  и  $R_6$  в один эквивалентный резистор  $R_9 = R_4 + R_5 + R_6$ . Выделим в полученной схеме сопротивление  $R_3$  и эквивалентное сопротивление  $R_9$ . В результате определитель числителя имеет вид

$$N = R_3(R_4 + R_5 + R_6) \left| \begin{array}{ccc} \begin{array}{c} R_1 \\ \uparrow \\ E_1 \end{array} & \begin{array}{c} R_2 \\ \uparrow \\ E_2 \end{array} & \begin{array}{c} \downarrow \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (4.4.19)$$

Выделим в последнем выражении источники напряжения, получим

$$N = R_3(R_4 + R_5 + R_6)(E_1 R_3 + E_2 R_1). \quad (4.4.20)$$

Исходное схемно-алгебраическое выражение для знаменателя (с учетом вышеупомянутого преобразования последовательного соединения резисторов) имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{cccc} \begin{array}{c} R_1 \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} R_2 \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} R_9 \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{c} R_3 \\ \downarrow \end{array} \\ \hline \end{array} \right|. \quad (4.4.21)$$

Определитель этой схемы найдем по формуле деления схемы по двум узлам [88]. В результате знаменатель можно записать следующим образом

$$D = R_3(R_1 + R_2)(R_4 + R_5 + R_6) + R_1 R_2 (R_3 + R_4 + R_5 + R_6). \quad (4.4.22)$$

После подстановки численных значений в (4.3.20) и (4.3.22) получаем с помощью системы *Maple* точное значение искомого напряжения

$$U = 200000000226000000063/4000000005000000001.$$

Формулы (4.4.20) и (4.4.22) позволяют получить ответ с наименьшей погрешностью при расчете цепи с ограниченной разрядной сеткой. Так, при 18- и 8-разрядной сетке результат имеет вид

$$U = 49.9999999940000000 \text{ В} \quad \text{и} \quad U = 50.000000 \text{ В}$$

соответственно. Последнее число округлено системой *Maple*.

#### 4.4.5. РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ЧИСЛЕННОМУ РАСЧЕТУ ЦЕПЕЙ

Результаты исследования показали, что действительно [67] точность определяется числом арифметических операций. При этом не играет роли, проводятся операции непосредственно с числами или предварительно формируются символьные функции, а потом по ним выполняются арифметические операции. Это показало исследование наряду с символьными формулами (по методам САР, НДВ и РДВ, каноническими, групповыми и развернутыми функциями) численного алгоритма Гаусса, реализованного в системе *Maple*, который по точности не уступил символьным формулам. Это противоречит известному мнению, что символьные формулы более точные по сравнению с численными алгоритмами, «так как в этом случае операции эквивалентных преобразований производятся символически над кодами (адресами) элементов модели, а не их численными значениями, то результат таких операций ... оказывается точным» [53].

Для численного расчета схемных функций при известных полиномиальных коэффициентах рекомендуется использовать групповые функции, поскольку они содержат в 3...25 раз (при максимальной степени полиномов 5...50) меньше операций умножения, чем канонические функции, соответственно погрешность вычислений также меньше – ориентировочно в 1,7...5 раз (см. табл. 4.4.1).

Для расчета частотных характеристик по заданным параметрам элементов с 18-ю и более разрядами можно использовать любую из первых девяти формул в табл. 4.4.2. При одиночной точности можно применять первые семь формул. Из них наиболее целесообразно использовать *комбинированную формулу и функцию по методу САР*, временные затраты по которым в 1,5...2 раза меньше (пропорционально числу мультипликативных операций в табл. 4.4.2), чем по другим формулам. Каноническую, групповую и развернутую формулы при расчете частотных характеристик использовать нецелесообразно в связи со значительно большей погрешностью, которая при 18-разрядных (и меньших) числах приводит к потере достоверности расчетов. Нежелательно применять эти формулы и по временным затратам, которые в сотни раз больше (см. табл. 4.4.2), чем по другим рассмотренным методам.

При аналитическом исследовании функций, например на устойчивость цепи, следует использовать единые дробно-рациональные функции по методам НДВ и РДВ, поскольку в математическом анализе и в компьютерных математических системах имеются многочисленные эффективные методы для их анализа. Из двух этих методов предпочтительнее использовать *метод неравновесных двоичных векторов*, который экономичнее по временным затратам в 1,7...4,8 раза, и формирует более компактное выражение (примерно на 10...25 %).

#### 4.5. АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ

Анализ устойчивости электрических цепей является важным этапом при проектировании как электронных устройств, так и электрических систем [25, 51]. Устойчивость схемы определяется типом корней знаменателя передаточной функции

$$H(p) = A(p)/B(p), \quad (4.5.1)$$

где  $A(p)$  и  $B(p)$  – полиномы с положительными степенями оператора  $p$ . Отсутствие корней уравнения

$$B(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + \dots + b_n p^n = 0, b_0 > 0, \quad (4.5.2)$$

находящихся в правой полуплоскости комплексной переменной  $p$ , является необходимым и достаточным условием устойчивости схемы. Все корни этого уравнения находятся в левой полуплоскости (имеют отрицательные действительные части) тогда и только тогда (в соответствии с критерием Раусса-Гурвица), когда положительны все определители вида [25]

$$D_i = \begin{vmatrix} b_1 & b_0 & 0 & \dots & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{2i-1} & b_{2i-2} & b_{2i-3} & \dots & b_i \end{vmatrix} \quad (4.5.3)$$

при  $i = 1, 2, \dots, n$ .

Таким образом, задача исследования условий устойчивости схемы сводится, прежде всего, к нахождению символьных выражений для коэффициентов полинома (4.5.2), который, как известно, является определителем схемы [62] и ее характеристическим уравнением [4].

#### 4.5.1. АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ФОРМИРОВАНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММЫ CIRSYPD

Программа CIRSYPD [17] предназначена для получения символьных выражений схемных функций (СФ) в компактном свернутом виде. Для формирования на их основе полиномиальных коэффициентов знаменателя СФ можно использовать математическую систему *Maple* [24], которая работает так же, как и CIRSYPD с текстовыми файлами. Текстовый выходной файл *out* программы CIRSYPD может быть перенесен в систему *Maple* через буфер обмена *Windows*. В этом файле приняты такие же обозначения арифметических операций, как и в файле *\*.mws* системы *Maple*. Единственное отличие состоит в обозначении операции присваивания, которая в программе CIRSYPD имеет вид  $=$ , а в системе *Maple*  $:=$ . Соответствующим образом должен быть изменен файл *out* перед (или после) переносом его в систему *Maple*.

Для записи выражения определителя в полиномиальном виде следует использовать функцию *collect* ( $B, p$ ) комплектования выражения  $B$  по степеням. Для выделения коэффициентов полинома необходимо использовать функцию *coeff* ( $B_1, p, m$ ), где  $B_1$  – полином, скомплектованный по степеням  $p$ ,  $m$  – степень переменной  $p$ . Свертку полученных коэффициентов можно осуществлять с помощью операции *simplify*( $b_m, 'size'$ ) упрощения выражения  $b_m$  по его размеру.

Рассмотрим два примера исследования устойчивости схем активных резистивно-емкостных фильтров третьего и четвертого порядка. Причем схема третьего порядка является безусловно устойчивой, а схема четвертого порядка, как потом выяснится, – условно устойчивой.

#### 4.5.2. ПРИМЕР АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ АКТИВНОГО ФИЛЬТРА ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Возьмем активный резистивно-емкостный фильтр (ARC-фильтр) [25], принципиальная схема которого представлена на рис.4.5.1,а. Известны параметры всех элементов. Операционный усилитель (ОУ) идеальный, включен по схеме повторителя с коэффициентом передачи напряжения  $K=1$  (рис.4.5.1,б). Эта схема эквивалентна более простой схеме замещения (рис.4.5.1,в) с неудаляемым управляемым источником (НУИ) – направленным нумерованным нулором [62], который заменяет идеальный ОУ. Доказательство эквивалентности схем замещения на рис.4.5.1,б и 4.5.1,в выполняется на основе схемно-алгебраических тождеств [40].

Для анализа схемы фильтра можно использовать любую из двух схем замещения. Более экономичной является схема на рис.4.5.1,в, которая по сравнению со схемой на рис.4.5.1,б не требует применения формулы выделения управляемого источника (УИ).

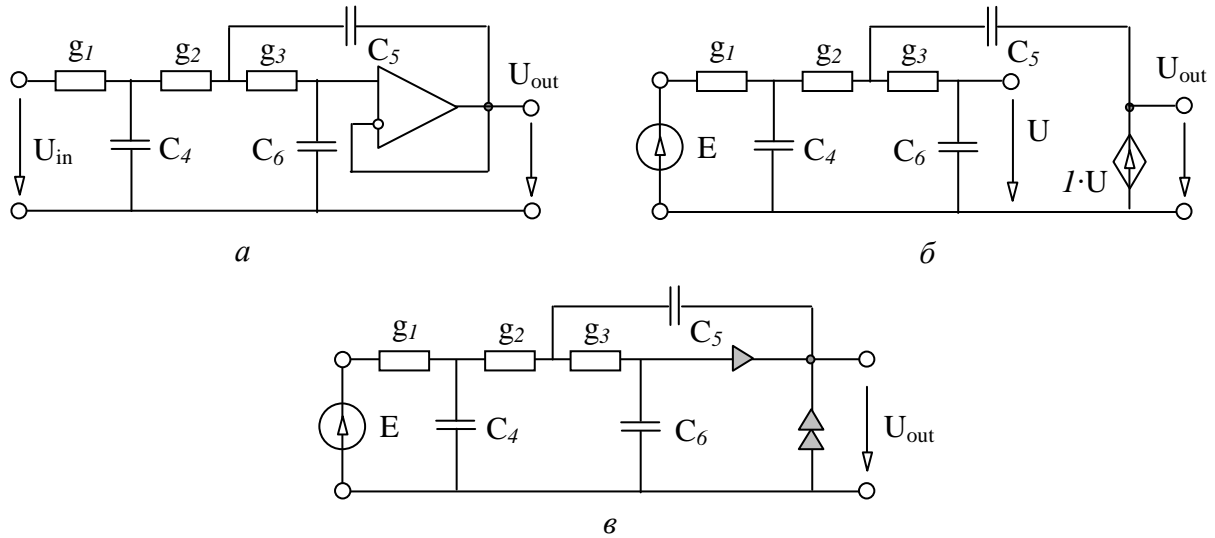


Рис. 4.5.1. ARC-фильтр третьего порядка: принципиальная схема (а), схема замещения с УИ (б) и схема замещения с НУИ (в)

С помощью графического редактора системы SCAD получаем изображение схемы на рис.4.5.1,в. Формируем с помощью программы CIRSMD свернутое выражение выходного напряжения в операторной форме (оно находится в выходном файле системы out, здесь для экономии места записано в виде двух строк)

$$U_{out} = E * ((g3) * (g1 * g2)) / ((g2 + g1 + c4 * p) * (c6 * p * (g3 + c5 * p)) + ((g1 + c4 * p) * g2) * ((g3 + c6 * p))), \quad (4.5.4)$$

где  $p$  – оператор Лапласа при анализе переходных процессов или  $p = j\omega$  ( $\omega$  – циклическая частота) при анализе установившегося гармонического режима. При  $E=1$  формула (4.5.4) совпадает с операторным коэффициентом передачи напряжения.

Для получения полиномиальных коэффициентов знаменателя перенесем функцию (4.5.4) в систему Maple с помощью буфера обмена Windows. В системе Maple символьное выражение напряжения имеет вид

$$U_{out} := \frac{E g3 g1 g2}{(g2 + g1 + c4 p) c6 p (g3 + c5 p) + (g1 + c4 p) g2 (g3 + c6 p)} \quad (4.5.5)$$

Выделим в (4.5.5) знаменатель (в (4.5.1) он обозначен как  $B(p)$ )

$$D1 := (g2 + g1 + c4 p) c6 p (g3 + c5 p) + (g1 + c4 p) g2 (g3 + c6 p) \quad (4.5.6)$$

и применим к нему функцию комплектования по степеням

$$D2 := \text{collect}(D1, p),$$

в результате получим

$$D2 := c4 c6 c5 p^3 + ((g2 + g1) c6 c5 + c4 c6 g3 + c4 g2 c6) p^2 + ((g2 + g1) c6 g3 + g1 g2 c6 + c4 g2 g3) p + g3 g1 g2 \quad . \quad (4.5.7)$$

Как видно, развернутое полиномиальное выражение (4.5.7) больше формулы (4.5.6) почти в 2 раза. Получим коэффициенты полинома в виде отдельных выражений

$$\begin{aligned} a3 &:= \text{coeff}(D2, p, 3); & a3 &:= c4 c6 c5 \\ a2 &:= \text{coeff}(D2, p, 2); & a2 &:= (g2 + g1) c6 c5 + c4 c6 g3 + c4 g2 c6 \\ a1 &:= \text{coeff}(D2, p); & a1 &:= (g2 + g1) c6 g3 + g1 g2 c6 + c4 g2 g3 \\ a0 &:= \text{coeff}(D3, p, 0); & a0 &:= g3 g1 g2 \end{aligned} \quad ,$$

где функция `coeff` и результат ее выполнения совмещены для экономии места в одной строке.

Свернем коэффициенты  $a_2$  и  $a_1$  с помощью следующих функций

$$a2 := \text{simplify}(a2, 'size'); \quad a2 := ((g2 + g1) c5 + c4 (g3 + g2)) c6 ; \quad (4.5.8)$$

$$a1 := \text{simplify}(a1, 'size'); \quad a1 := ((g3 + g1) g2 + g3 g1) c6 + c4 g2 g3 \quad . \quad (4.5.9)$$

Используя коэффициенты полинома, проверим схему по критерию устойчивости Раусса-Гурвица. Поскольку они принимают только положительные значения при любых (положительных) параметрах, то остается исследовать многочлен [25]

$$\begin{aligned} Del &:= a1 * a2 - a0 * a3; \\ Del &:= (((g3 + g1) g2 + g3 g1) c6 + c4 g2 g3) c6 ((g2 + g1) c5 + c4 (g3 + g2)) - g3 g1 g2 c4 c6 c5 \end{aligned} \quad . \quad (4.5.10)$$

Для выполнения операции вычитания применим к (4.5.10) функцию упрощения

$$\begin{aligned} Del &:= \text{simplify}(Del); \\ Del &:= c6^2 g3 g2^2 c5 + 2 c6^2 g3 g2 c5 g1 + c6^2 g3^2 g2 c4 + c6^2 g3 g2^2 c4 + c6^2 g3 g1^2 c5 + c6^2 g3^2 g1 c4 + 2 c6^2 g3 g1 c4 g2 + g1 g2^2 c6^2 c5 + g1^2 g2 c6^2 c5 + g1 g2^2 c6^2 c4 + c6 c4 g2^2 g3 c5 + c6 c4^2 g2 g3^2 + c6 c4^2 g2^2 g3 \end{aligned} \quad .$$

Полученное выражение является положительным при любых положительных параметрах элементов, то есть схема фильтра является безусловно устойчивой. В [25] такой же результат получен «вручную» – без применения компьютерных программ. Оказалось, что (4.5.10) содержит одну пару взаимно дублирующих слагаемых с противоположными знаками и 2 пары одинаковых слагаемых. Такие

слагаемые являются следствием наличия в разных коэффициентах полиномов одних и тех параметров схемы.

Программа CIRSWM в сочетании с системой *Maple*, применяемой для комплектования символьных выражений по степеням оператора  $p$ , позволяет получить символьные выражения коэффициентов полинома и исследовать устойчивость цепи автоматизированным способом. При этом коэффициенты формируются без построения уравнений.

#### 4.5.3. ПРИМЕР АНАЛИЗА УСТОЙЧИВОСТИ АКТИВНОГО ФИЛЬТРА ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Рассмотрим схему ARC-фильтра, обобщающую звенья *Саллена-Ки* и *Кундурта*. Пусть схема выполнена на идеальных повторителях [68] (рис.4.5.2,а). Схема замещения этого фильтра может быть представлена, подобно фильтру третьего порядка в п.4.5.2, как с помощью УИ, так и на основе НУИ. Используем, как и ранее, более простую схему замещения на основе НУИ (рис.4.5.2,б). Для анализа этой схемы будем применять те же функции, что и для анализа фильтра третьего порядка.

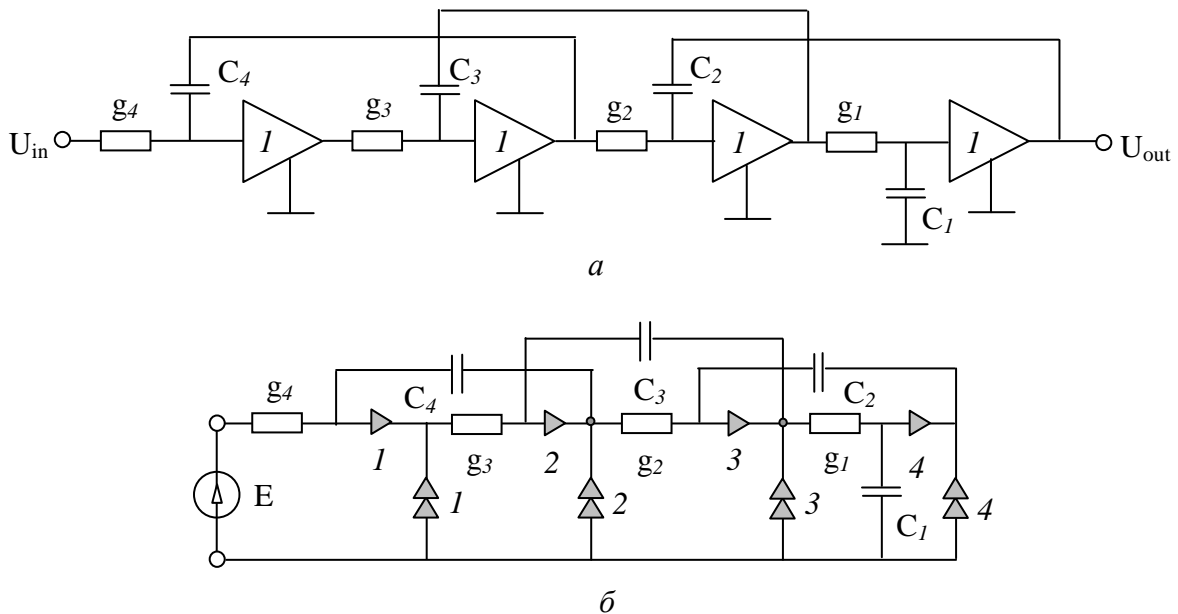


Рис. 4.5.2. Схема ARC-фильтра четвертого порядка: принципиальная схема (а); схема замещения с НУИ (б)

С помощью графического редактора системы *SCAD* формируем изображение схемы на рис. 4.5.2,б. Получаем свернутое выражение выходного напряжения в операторной форме

$$U1 = E1 ((g2*g3*g4)*(g1))/$$

$$((g2*g3*g4)*((g1+c1*p))+(g3*g4)*(c2*p*c1*p)+(g2*(g4+c4*p))*$$

$$(-c3*p*(g1+c1*p)))+(g2*(g4+c4*p))*(c3*p*(g1+c1*p))+((g4+c4*p))*$$

$$(c2*p*c1*p*c3*p)). \quad (4.5.11)$$

Для получения полиномиальных коэффициентов знаменателя перенесем функцию (4.5.11) в систему *Maple*, где это выражение имеет вид

$$U1 := \frac{E1 g2 g3 g4 g1}{g2 g3 g4 (g1 + c1 p) + g3 g4 c2 p^2 c1 + (g4 + c4 p) c2 p^3 c1 c3}. \quad (4.5.12)$$

Последнее выражение при  $E=1$  тождественно коэффициенту передачи напряжения, приведенному в [68].

Запишем выражение знаменателя (4.5.12)

$$D1 := g2 g3 g4 (g1 + c1 p) + g3 g4 c2 p^2 c1 + (g4 + c4 p) c2 p^3 c1 c3.$$

Применим к нему функцию комплектования по степеням

$$D2 := \text{collect}(D1, p);$$

$$D2 := c4 c2 c1 c3 p^4 + g4 c2 c1 c3 p^3 + g3 g4 c2 p^2 c1 + g2 g3 g4 c1 p + g2 g3 g4 g1. \quad (4.5.13)$$

Получим полиномиальные коэффициенты

$$a4 := \text{coeff}(D2, p, 4); a4 := c4 c2 c1 c3$$

$$a3 := \text{coeff}(D2, p, 3); a3 := g4 c2 c1 c3$$

$$a2 := \text{coeff}(D2, p, 2); a2 := g3 g4 c2 c1$$

$$a1 := \text{coeff}(D2, p, 1); a1 := g2 g3 g4 c1$$

$$a0 := \text{coeff}(D2, p, 0); a0 := g2 g3 g4 g1.$$

Используя полученные коэффициенты, проверим схему на устойчивость по критерию Раussa-Гурвица (4.5.3). Поскольку все коэффициенты положительные, то проверка сводится к исследованию выражения [25]

$$del = a_1 a_2 a_3 - a_0 a_3^2 - a_4 a_1^2 > 0, \quad (4.5.14)$$

$$del := g2 g3^2 g4^3 c1^3 c2^2 c3 - g2 g3 g4^3 g1 c2^2 c1^2 c3^2 - c4 c2 c1^3 c3 g2^2 g3^2 g4^2.$$

Выделим в выражении  $del$  (4.5.14) общий множитель с помощью функции

$$del1 := \text{simplify}(del, 'size');$$

$$del1 := -(-g4 (g3 c1 - c3 g1) c2 + c4 c1 g2 g3) g2 c3 c1^2 g3 c2 g4^2. \quad (4.5.15)$$



Разделим обе части неравенства (4.5.15) на общий множитель и преобразуем оставшееся выражение

$$-g_3g_4c_2c_1 + g_4g_1c_2c_3 + g_2g_3c_1c_4 > 0$$

к виду

$$\frac{g_1c_3}{c_1g_3} + \frac{g_2c_4}{c_2g_4} > 1. \quad (4.5.16)$$

Последнее выражение является условием устойчивости схемы фильтра четвертого порядка на рис. 4.5.2,а.

Этим примером показано, каким образом можно использовать системы *SCAD* и *Maple* для вывода условий устойчивости электрических цепей. Построение полиномиальных коэффициентов можно выполнить и без использования системы *Maple*. Это можно сделать с помощью той же программы *CIRSYMW*, в которой реализована эта операция. Программа позволяет получить числитель и знаменатель передаточной функции непосредственно в виде (4.5.13).

#### 4.5.4. ПОСТРОЕНИЕ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПУТЕМ РАЗЛОЖЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕЛЯ ПО ПАРАМЕТРАМ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Возможно построение полиномиальных коэффициентов вручную – без использования программ *SCAD* или *CIRSYMW*. Первый способ – путем разложения определителя схемы по совокупности проводимостей конденсаторов и сопротивлений катушек индуктивности на основе формул выделения проводимостей и сопротивлений, второй способ – путем первоочередного бесσκοбочного выделения реактивных элементов и третий – с помощью первоочередного выделения нереактивных элементов.

Рассмотрим сначала первый из указанных алгоритмов. Этот алгоритм следует из разложения определителя схемы по совокупности сопротивлений и проводимостей, которое для пассивных двухполюсных ветвей предложил *Фойснер* [88]. Алгоритм может быть записан в виде схемно-алгебраической формулы (САФ) подобно САФ для многополюсников [36]. Для этого представим на рис. 4.5.3 схему с конденсаторами в виде многополюсника и внешних (навесных) конденсаторов. Многополюсник содержит резистивные сопротивления, проводимости и произвольные УИ, в том числе идеальные операционные усилители.

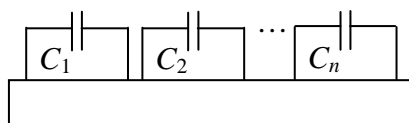


Рис. 4.5.3. Схема с конденсаторами

Схемно-алгебраическая формула для полинома характеристического уравнения имеет вид

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{cccc} 1 & C_1 & 2 & C_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ n & C_n & & \end{array} \right| = p^n C_1 C_2 \dots C_n \left| \begin{array}{cccc} 1 & & 2 & \\ \dots & & \dots & \\ n & & & \end{array} \right| + \\
 & + p^{n-1} \left[ C_1 C_2 \dots C_{n-1} \left| \begin{array}{cccc} 1 & & n-2 & \\ \dots & & n-1 & \\ n & & & \end{array} \right| + C_1 C_2 \dots C_{n-2} C_n \cdot \right. \\
 & \left. \left| \begin{array}{cccc} 1 & & 2 & \\ \dots & & n-1 & \\ n & & & \end{array} \right| + C_2 C_3 \dots C_n \left| \begin{array}{cccc} 1 & & 2 & \\ \dots & & 3 & \\ \dots & & n & \end{array} \right| \right] + \dots \\
 & \dots + p \left[ C_1 \left| \begin{array}{cccc} 1 & & & \\ \dots & & 2 & \\ \dots & & \dots & \\ n & & & \end{array} \right| + C_2 \left| \begin{array}{cccc} 1 & & & \\ \dots & & 2 & \\ \dots & & 3 & \\ \dots & & n & \end{array} \right| + \dots \right. \\
 & \left. + C_n \left| \begin{array}{cccc} 1 & & & \\ \dots & & n-1 & \\ \dots & & n & \end{array} \right| \right] + \left| \begin{array}{cccc} 1 & & & \\ \dots & & 2 & \\ \dots & & \dots & \\ n & & & \end{array} \right|. \quad (4.5.17)
 \end{aligned}$$

Порядок определителя может быть, как известно, меньше количества конденсаторов. В этом случае некоторые из первых слагаемых (4.5.17) могут оказаться равными нулю. Число слагаемых в каждой из скобок определяется числом соответствующих сочетаний  $C_n^n, C_n^{n-1}, \dots, C_n^1$ .

Рассмотрим пример формирования коэффициентов полинома определителя схемы третьего порядка на рис.4.5.1,в. Исходное выражение определителя имеет вид

$$D = \left| \begin{array}{cccc} g_1 & & & \\ & C_4 & & \\ & & g_2 & \\ & & & C_5 \\ & & & & C_6 \end{array} \right|. \quad (4.5.18)$$

Схема знаменателя (4.5.18) получена из схемы замещения на рис. 4.5.1,в путем нейтрализации источника и приемника напряжения.

Разложение (4.5.18) по совокупности параметров конденсаторов в соответствии с (4.5.17) имеет вид

$$\begin{aligned}
 D = p^3 C_4 C_5 C_6 & \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \\ \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right] + p^2 \left\{ C_4 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right] + \right. \\
 & + C_6 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \end{array} \right] + C_5 C_6 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 9} \\ \text{Circuit 10} \end{array} \right] + \\
 & + p \left[ C_4 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 11} \\ \text{Circuit 12} \end{array} \right] + C_5 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 13} \\ \text{Circuit 14} \end{array} \right] + \right. \\
 & \left. + C_6 \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 15} \\ \text{Circuit 16} \end{array} \right] + \left[ \begin{array}{c} \text{Circuit 17} \\ \text{Circuit 18} \end{array} \right] \right] \cdot (4.5.19)
 \end{aligned}$$

Найдем символьные выражения каждого из схемных определителей в формуле (4.5.19) в соответствии с МСО [62]. В первом определителе заменим переключкой параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ, удалим проводимости  $g_3$ ,  $g_2$  и  $g_1$ . Определитель оставшегося одиночного узла равен 1. Второй схемный определитель в (4.5.19) равен нулю, поскольку после стягивания  $g_3$  в схеме образуется контур из ПНУИ.

В третьем определителе удалим последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ, а также проводимость  $g_1$ , найдем определитель контура из проводимостей  $g_2$  и  $g_3$ . В четвертом определителе удалим проводимость  $g_3$ , заменим переключкой параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ, найдем определитель контура из проводимостей  $g_1$  и  $g_2$ . В пятом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ, а также проводимость  $g_1$ , найдем определитель последовательного разомкнутого соединения проводимостей  $g_2$  и  $g_3$ .

Шестой схемный определитель равен нулю по аналогии со вторым определителем. В седьмом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ, запишем определитель последовательного соединения трех проводимостей  $g_1$ ,  $g_2$  и  $g_3$  по формуле выделения проводимости. В восьмом схемном определителе удалим последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ, запишем

определитель разомкнутого последовательного соединения трех проводимостей по формуле одноузловой бисекции.

После выполнения перечисленных операций получаем полином знаменателя

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 + p^2 [C_4 C_6 (g_2 + g_3) + C_5 C_6 (g_1 + g_2)] + p \{C_4 g_2 g_3 + C_6 [g_1 (g_2 + g_3) + g_2 g_3]\} + g_1 g_2 g_3. \quad (4.5.20)$$

Как видно, полученные коэффициенты тождественны или совпадают с соответствующими выражениями в формулах (4.5.7)–(4.5.9) и имеют такую же вычислительную сложность (число операций умножения и сложения). Недостатком этого алгоритма является разбиение определителя на большое число (при большом порядке полинома) схемных миноров (адьюнкт), из которых много нулевых. Так, в примере фильтра четвертого порядка из п.4.5.3 число схемных адьюнкт по формуле (4.5.16) равно 16, из них 11 нулевых.

При большом порядке полинома более эффективными являются алгоритм первоочередного выделения реактивных элементов.

#### 4.5.5. АЛГОРИТМ ФОРМИРОВАНИЯ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОЛИНОМОВ ПУТЕМ ПЕРВООЧЕРЕДНОГО ВЫДЕЛЕНИЯ РЕАКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Алгоритм состоит в первоочередном бесскобочном выделении реактивных элементов. При этом попутно выполняются частные однопозиционные (в одно слагаемое) операции выделения неактивных элементов, УИ и НУИ. Полученная после выделения всех реактивных элементов схемно-алгебраическая формула (САФ) содержит схемные определители только с неактивными элементами. Эту формулу можно использовать двояко: преобразовать целиком в алгебраическую формулу и затем сортировкой получить искомые коэффициенты или с помощью этой САФ формировать каждый коэффициент отдельно путем вычисления только слагаемых, имеющих искомую степень, все остальные слагаемые приравнять к нулю. Можно поступить иначе, с самого начала выполнения алгоритма сохранять только те слагаемые, которые имеют искомую степень, а все остальные слагаемые приравнять к нулю.

Рассмотрим пример. Для этого возьмем схему АРС-фильтра третьего порядка, рассмотренного в п. 4.5.2 и 4.5.5. Исходное схемно-алгебраическое выражение для этой схемы представлено в (4.5.18). Выделяем в этом определителе проводимость  $pC_4$ , при этом в первом слагаемом формулы удаляем коротко замкнутую проводимость  $g_1$ , получаем

$$D = pC_4 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right) + \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right) \quad (4.5.21)$$

Выделяем проводимость  $pC_5$  в обоих слагаемых (4.5.21). В результате определитель имеет вид

$$D = p^2 C_4 C_5 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right) + pC_4 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right) + pC_5 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right)$$

В первом и третьем слагаемых удаляем  $g_3$ , во втором и четвертом слагаемых – последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ. Выделим во всех схемных определителях оставшуюся реактивную проводимость  $pC_6$ , учтем, что слагаемые, полученные при ее нейтрализации в первом и третьем схемном определителе, равны нулю, получим

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right) + p^2 C_4 C_6 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \\ \text{Circuit 4} \end{array} \right) + pC_4 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 5} \\ \text{Circuit 6} \end{array} \right) + p^2 C_5 C_6 \left( \begin{array}{c} \text{Circuit 7} \\ \text{Circuit 8} \\ \text{Circuit 9} \end{array} \right)$$

В первом и четвертом слагаемых заменим переключкой параллельное согласное соединение ГНУИ и ПНУИ, в остальных схемных определителях удалим последовательное встречное соединение ГНУИ и ПНУИ. Найдем определители всех шести схемных определителей по формуле выделения проводимостей. В результате определитель имеет вид

$$D = p^3 C_4 C_5 C_6 + p^2 C_4 C_6 (g_2 + g_3) + pC_4 g_2 g_3 + p^2 C_5 C_6 (g_1 + g_2) + pC_6 [g_1 (g_2 + g_3) + g_2 g_3] + g_1 g_2 g_3$$

Для получения полиномиальных коэффициентов алгоритм первоочередного выделения необходимо применять совместно с алгоритмами выборки или сортировки. Выборка или сортировка осуществляются по степеням переменной  $p$ . Можно совместить операцию генерации составляющих полиномиальных коэффициентов и операцию выборки, но в этом случае каждый коэффициент формируется отдельно и будет иметь место многократное повторение некоторых операций.

Например, при формировании коэффициента  $a_2$  придется сначала получить выражение (4.5.20), а искомые слагаемые построить на этапе выделения проводимости  $pC_6$  путем выборки слагаемых, содержащих  $p^2$ , при этом все остальные слагаемые приравниваются нулю. В результате

$$a_2 = C_4 C_6 (g_2 + g_3) + C_5 C_6 (g_1 + g_2),$$

что совпадает с соответствующим коэффициентом в формуле (4.5.19).

Аналогичный алгоритм получения полиномиальных коэффициентов может быть разработан на основе первоочередного выделения неактивных элементов – сопротивлений, проводимостей, УИ, НУИ. В этом случае при выделении неактивных элементов следует по возможности выполнять сопутствующие операции нейтрализации реактивных элементов. Полученная схемно-алгебраическая формула (САФ) содержит схемные адьюнкты, включающие только реактивные элементы и НУИ. Эта САФ используется для последовательного получения полиномиальных коэффициентов – каждый коэффициент находится отдельно. В искомый коэффициент входят только те адьюнкты, порядок которых совпадает с порядком коэффициента, все остальные адьюнкты приравниваются к нулю.

Таким образом, в четвертом разделе рассмотрены анализ и диагностика линейных электрических цепей, в том числе с взаимоиנדуктивностями, с помощью компьютерных программ SCAD, CIRSYMW, CIRMUL и Maple.

Исследована точность численного анализа электрических цепей с помощью символьных методов. Показано, что точность расчета зависит, прежде всего, от числа выполненных мультипликативных операций. Для проведения численных расчетов рекомендуются *комбинированная дробно-рациональная формула с подвыражениями* и *последовательная формула по методу схемно-алгебраической редукции*, которые обеспечивают высокую точность и экономичность. Для аналитических исследований предлагаются единые дробно-рациональные функции, сформированные по методу *неравновесных двоичных векторов*. Рассмотрены вопросы устойчивости линейных электрических цепей. Показана возможность автоматизированного доказательства безусловной устойчивости цепей и вывода символьных условий при наличии условной устойчивости.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренные выше примеры, как хочется надеяться, убедили Вас в том, что метод схемных определителей является одним из эффективных методов символьного анализа и диагностики сложных линейных электрических цепей. Это действительно так, поскольку:

1) анализ, включающий методы диакоптики, и диагностика схем выполняются без построения и трудоемкого решения уравнений схемы;

2) направленное изменение схемы, соответствующее алгебраическим преобразованиям ее определителя, «оживляет абстрактные математические процедуры, связанные с расчетом процессов в электрической цепи» [70, с. 3];

3) отказ от промежуточной математической модели в виде матрицы или графа при переходе от схемы к ее ССФ и обратно открывает новые возможности для структурного синтеза электрических цепей [25];

4) в выражениях числителей и знаменателей для искомых величин (токов, напряжений, параметров элементов) не используются операции деления, что в частности облегчает преобразование выражений к полиномиальному виду;

5) компактное и лишнее избыточности представление выражений не только сокращает затраты времени на их формирование, но и упрощает численные расчеты электрических цепей с помощью этих выражений;

6) метод схемных определителей через понятие минора подсхемы легко обобщается для анализа сложных электрических цепей делением их на части; предусматривается объединение подсхем и применение диакоптических формул без операций вычитания;

7) преимуществом символьного представления решения по сравнению с численным решением является возможность исследовать общие свойства схемных функций: условия разрешимости задачи, наличие нулей, полюсов, экстремумов, разрывов, пределов функций.

По сравнению с другими топологическими методами [2,52] метод схемных определителей не требует применения теоретико-множественного или графового аппаратов, исключает избыточные комбинаторные операции и позволяет получить решение непосредственно по схеме без образования взаимно уничтожающихся слагаемых в выражениях ССФ. Метод схемных определителей в отличие от других методов лишен ограничений на тип используемых линейных элементов. В этом методе обеспечивается непосредственное задание всех четырех типов управляемых источников. Предусматривается компьютерная генерация схемно-алгебраических выражений для выделения параметров основных трех- и четырехполюсников, которые используются при проектировании электронных средств. Эти формулы позволяют сократить время формирования искомых функций.

## ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- А**нализ электрических цепей  
 при гармоническом воздействии, 22  
 с взаимоиנדуктивностями, 38, 118  
 с идеальными трансформаторами, 118, 140  
 с несколькими источниками, 167  
 с ОУ, 111, 141  
 с УИ, 66
- В**ыделение параметра  
 взаимоиנדуктивности, 118  
 гиратора идеального, 119  
 длинной линии, 120  
 инвертора сопротивления, 119  
 конвертора сопротивления, 118  
 независимого источника, 174  
 НУИ, 47  
 ОУ, 111  
 резистора, 40  
 транзистора, 119, 143  
 УИ, 42, 90
- Выделение многополюсников, 117  
 Выражение схемно-алгебраическое, 45  
 Вырождение схемы 29, 32
- Г**енератор  
 ЭДС, 23, 25, 36  
 тока, 23, 25  
 НУИ, 20, 42, 50, 83
- Д**воичный вектор, 87, 98, 100  
 Деление схем на части – диакоптика, 52, 94  
 Делитель напряжения, 60  
 Диагностика электрических цепей, 24
- И**сточник  
 независимый, 19, 23, 25, 36  
 управляемый, 20, 27, 90, 166  
 ИНУН, 20, 166  
 ИНУТ, 20, 27  
 ИТУН, 20, 27, 90  
 ИТУТ, 20
- К**омпенсация  
 комбинированная, 25  
 косвенная, 24, 177  
 прямая, 24, 177
- М**етод схемных определителей, 25  
 Минор схемный, 99  
 Мост Уитстона, 61
- Н**ейтрализация элементов, 27, 29  
 Неудаляемый управляемый источник, 20  
 Неудаляемый элемент матрицы, 80  
 Неудаляемая дуга в графе, 89
- О**бъединение подсхем, 106
- О**перационный  
 преобразователь, 66  
 усилитель, 20
- О**пределитель  
 матричный, 75  
 символьный, 26  
 схемы, 75  
 знаменателя, 61, 63  
 числителя, 41  
 с НУИ, 60  
 с управляемыми источниками, 70  
 СКЭ, 180
- П**реобразование схем, 33
- П**риемник  
 напряжения, 21, 36  
 тока, 21, 36  
 НУИ, 20
- П**роводимость  
 входная, 59  
 передаточная, 59
- Р**едукция схемно-алгебраическая, 215
- С**имвольная схемная функция (ССФ), 14, 23, 36  
 Система электроэнергетическая, 234
- С**опротивление  
 входное, 59  
 передаточное, 59
- С**хема с компенсированными элементами (СКЭ), 13, 190
- Т**очность, 279
- У**прощение схем, 33
- У**силитель  
 транзисторный, 135  
 электронный, 184
- У**стойчивость цепей, 299
- Ф**ильтр  
 активный, 64  
 кварцевый, 281  
 полосовой, 63



## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Адонц Г. Т. Многополюсник. – Ереван : Изд. АН Арм. ССР. – 1965. – 467 с.
2. Анисимов В. И. Топологический расчёт электронных схем. – М. : Энергия, 1977. – 265 с.
3. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел. – М. : Мир, 1972. – 311 с.
4. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.– М.: Гардарики, 2002.– 638 с.
5. Березуев Р. И., Курганов С. А., Филаретов В. В., Шеин Д. В. Символьный анализ и диагностика электронных цепей // Государственный координационный центр информационных технологий. – 2004. – №ОФАП 3981; № ГР 50200401291.
6. Березуев Р. И., Курганов С. А., Филаретов В. В., Шеин Д. В. Система символьного анализа и диагностики линейных электронных цепей SCAD // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика : тр. междунард. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 3. – С. 3–10.
7. Бондаренко А.В., Довгун В.П., Перфильев Ю.С. Теорема Теллеждена и инвариантные свойства функций суммарной чувствительности электронных схем // Радиоэлектроника.– 1986.– Т. 29.– С. 83–85.
8. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов.– М. : Наука. 1986. – 544 с.
9. Бутырин П. А., Алпатов М. Е. К созданию аналитической теории трансформаторов // Изв. АН России. Энергетика. – 2002. – № 2. – С. 44–53.
10. Бутырин П. А., Васьковская Т. А. Диагностика электрических цепей по частям: Теоретические основы и компьютерный практикум : учебное пособие. – М. : Изд-во МЭИ, 2003. – 112 с.
11. Бэндлер Дж. У., Салама А. Э. Диагностика неисправностей в аналоговых цепях // тр. ин-та инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. – 1985. – Т. 73. – № 8. – С. 35–87.
12. Бычков Ю. А., Щербаков С. В. Аналитически-численный метод расчета динамических систем. – СПб. : Энергоатомиздат, 2002. – 368 с.
13. Вагнер К. Ф., Эванс Р. Д. Метод симметричных составляющих. – М., Л. : ОНТИ. – 1936. – 407 с.
14. Васильев Н. С. Об автоматическом построении оптимальных параллельных алгоритмов вычисления арифметических выражений // Кибернетика и вычислительная техника. – Вып. 5. – М. : Наука, 1991. – С. 243–260.

15. Волгин Л. И. Топологические преобразования и синтез схем радиоэлектронных средств. – Тольятти : изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса, 2000. – 173 с.

16. Волгин Л. И. Топологические модели усилителей электрических сигналов. – Тольятти : изд-во Поволжского технологического ин-та сервиса, 2002. – 90 с.

17. Вольнов В. Е., Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ сложных электрических цепей и сетей с помощью программы CIRSMD // Схемно-топологические модели активных электрических цепей : синтез и анализ : тр. международ. конф. КЛИН–2003. – Ульяновск: УлГТУ. – 2003. – Т. 4. – С. 27–30.

18. Вольнов В. Е., Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ электронных цепей и электрических систем методом схемно-алгебраической редукции // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез, анализ, диагностика: тр. международ. конф. КЛИН–2005. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 4. – С. 34–41.

19. Данилов Л. В., Матханов П. Н., Филиппов Е. С. Теория нелинейных электрических цепей. – Л. : Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.

20. Демирчян К. С., Бутырин П. А. Моделирование и машинный расчет электрических цепей. – М. : Высш. шк., 1988. – 335 с.

21. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л. Теоретические основы электротехники : в 3 т. – Т. 1. – СПб. : Питер, 2003. – 463 с.

22. Демирчян К. С., Нейман Л. Р., Коровкин Н. В., Чечурин В. Л. Теоретические основы электротехники : в 3 т. – Т. 2. – СПб. : Питер, 2003. – 576 с.

23. Дмитришин Р. В. Оптимизация электронных схем на ЭВМ. – К. : Техника, 1980. – 224 с.

24. Дьяконов В. П. Математическая система Maple V R3/R4/R5. – М. : Солон. – 399 с.

25. Захаров В. К., Лыпарь Ю. И. Электронные устройства автоматики и телемеханики. – Л. : Энергоатомиздат. – 1984. – 432 с.

26. Зелях Э. В. Основы общей теории линейных электрических схем. – М. : Изд-во АН СССР, 1951. – 335 с.

27. Иваницкий А. М. Принцип взаимосоответствия // Радиотехника. – 1976. – Т. 31, № 7. – С. 45–52.

28. Ионкин П. А., Миронов В. Г. Синтез  $RC$ -схем с активными невзаимными элементами (вопросы реализации). – М. : Энергия, 1976. – 240с.

29. Киншт Н. В., Герасимова Г. Н., Кац М. А. Диагностика электрических цепей. – М. : Энергоатомиздат, 1983. – 192 с.

30. Кирхгоф Г. Р. Избранные труды. – М. : Наука, 1988. – 428 с.

31. Крон Г. Тензорный анализ сетей. – М. : Сов. Радио. – 1978. – 720 с.

32. Курганов С. А. Символьный подход к решению задачи диагностики электрических цепей // *Электричество*. – 2002. – № 8. – С. 49–52.

33. Курганов С. А. Схемно-алгебраические формулы для определения цепных параметров четырехполюсников // *Схемно-топологические модели активных электрических цепей : синтез и анализ: тр. междунаро. конф. КЛИН–2005*. – Ульяновск : УлГТУ. – 2003. – Т.4. – С. 52–55.

34. Курганов С. А., Филаретов В. В. Метод многовариантного анализа нелинейных электронных схем // *Электричество*. – 1983. – № 5. – С. 42–43.

35. Курганов С. А., Филаретов В. В. Анализ установившихся режимов линейных электрических цепей методом схемных определителей : учебное пособие. – Ульяновск: УлГТУ, 2002. – 148 с.

36. Курганов С.А., Филаретов В.В. Символьный анализ линейных электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсников // *Электричество*. – 2003. – № 6. – С. 52–65.

37. Курганов С. А., Филаретов В. В. Символьный анализ и диагностика линейных электрических цепей методом схемных определителей : учебное пособие. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – 228 с.

38. Курганов С. А., Филаретов В. В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // *Электричество*. – 2005. – № 1. – С. 32–43.

39. Курганов С. А., Филаретов В. В. Формирование передаточных функций электронных цепей по частям методом неравновесных двоичных векторов // *Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей : синтез, анализ, диагностика : тр. междунаро. конф. КЛИН–2005*. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т. 4. – С.106–116.

40. Курганов С. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраические тождества топологических функций для линейных электрических цепей // *Схемно- алгебраические модели активных электрических цепей : синтез, анализ, диагностика : тр. междунаро. конф. КЛИН–2005*. – Ульяновск : УлГТУ, 2005. – Т.3. – С. 95–106.

41. Лаксберг Э. А. Частотный анализ линейных электронных схем с помощью ЭЦВМ на основе у-матрицы // *Автоматизация проектирования в электронике*. – Киев. – 1973. – Вып. 8. – С. 22– 32.

42. Лурье О. Б. Интегральные микросхемы в усилительных устройствах. – М. : Радио и связь, 1988. – 176 с.

43. Максвелл Д. К. Трактат об электричестве и магнетизме : в 2 т. – Т. 1.– М. : Наука, 1989. – 416 с.

44. Миронов В. Г. Основы проектирования дискретно-аналоговых систем обработки сигналов // *Электричество*. – 2003. – № 10. – С.37–48.

45. Ортега Дж. Введение в параллельные и векторные методы решения линейных систем. – М. : Мир. – 1991. – 367 с.

46. Основы теории цепей / Г. В. Зевеке, П. А. Ионкин, А. В. Нетушил, С. В. Страхов. – М. : Энергоатомиздат, 1989. – 528 с.
47. Писсанецки С. Технология разреженных матриц. – М. : Мир, 1988. – 410 с.
48. Попов В. П. Основы теории цепей. – М. : Высш. шк., 2000. – 575 с.
49. Савиновский Ю. А., Курганов С. А. Метод анализа электронных цепей на основе базиса независимых зарядов // Изв. вузов. Радиоэлектроника, 1984. – № 11. – С. 47–51.
50. Свами М., Тхуласираман К. Графы, сети, алгоритмы. – М. : Мир, 1984. – 455 с.
51. Сигорский В. П. Анализ электронных схем. – Киев : Гос. изд-во техн. лит. УССР, 1960. – 176 с.
52. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин, В. Г. Миронов, Н. А. Мельников. – М.: Высш. шк., 1976. – 544 с.
53. Трохименко Я. К., Ловкий В. К., Гребеньков Н. В. Анализ нелинейных цепей на ЭВМ с применением буквенных методов // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1978, № 6. – С. 72–81.
54. Филаретов В. В. Неявный принцип наложения и анализ линейных электрических цепей // Электричество. – 1990. – № 3. – С. 37–43.
55. Филаретов В. В. Уравнения топологических функций и их некоторые свойства // Электричество. – 1990. – № 5. – С. 73–76.
56. Филаретов В. В. Исследования *Вильгельма Фойснера* в области теоретической электротехники // Электричество. – 1992. – № 9. – С. 64–67.
57. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // Электричество. – 1992. – № 7. – С. 31–37.
58. Филаретов В. В. Обобщенный унисторный граф электронной схемы и его анализ // Электричество. – 1993. – № 5. – С. 65–70.
59. Филаретов В. В. Оптимизация формул схемных функций электрических цепей // Электричество. – 1993. – № 9. – С. 64–68.
60. Филаретов В. В. Приоритеты в науке, или еще об одном слагаемом успеха // Электричество. – 1994. – № 12. – С. 63–64.
61. Филаретов В. В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество. – 1995. – № 4. – С. 36–43.
62. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5. – С. 43–52.
63. Филаретов В. В. Формирование символьных функций для активных электрических цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество. – 2001. – № 4. – С. 43–51.

64. Филаретов В. В. Метод двоичных векторов для топологического анализа электронных схем по частям // *Электричество*. – 2001. – № 8. – С. 33–42.
65. Филаретов В. В. Анализ электрических цепей методом схемных определителей: методические указания. – Ульяновск : УлГТУ, 2001. – 40 с.
66. Филаретов В. В. О схемных триадах *Л. И. Волгина*, порождаемых поворотом активного трехполюсника в активных электрических цепях // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: синтез и анализ: тр. междунар. конф. КЛИН–2003. – Ульяновск : УлГТУ, 2003. – Т. 4. – С. 86–94.
67. Фидлер Д. К., Найтингейл К. Машинное проектирование электронных схем. – М. : Высш.шк., 1985. – 216 с.
68. Хейнлейн В. Е., Холмс В. Х. Активные фильтры для интегральных схем. – М. : Связь, 1980. – 656 с.
69. Чуа Л. О., Лин П. М. Машинный анализ электронных схем : алгоритмы и вычислительные методы. – М. : Энергия, 1980. – 640 с.
70. Шакиров М. А. Преобразования и диакоптика электрических цепей. – Л. : изд-во Ленингр. ун-та, 1980. – 196 с.
71. Шакиров М. А. Расчет по частям линейных электрических цепей при отсутствии гальванических соединений между подсхемами // *Электромеханика*. – 1980. – № 5. – С. 527–533.
72. Шакиров М. А. Расчет сложных Z-схем методом преобразования обобщенно-параллельных соединений. – Л. : Изд-во ЛПИ. – 1985. – 28 с.
73. Шакиров М. А. Теоретические основы электротехники : новые идеи и принципы : схемотезис и диакоптика. – СПб. : изд-во СПбГТУ, 2001. – 212 с.
74. Шакиров М. А., Кияткин Р. П., Королева Т. И., Филаретов В. В. Сигнальные графы электрических цепей : учебное пособие. – Л. : Ленингр. гос. техн. ун-т, 1991. – 74 с.
75. Шакиров М. А. Системные схемы замещения трехфазных машин и их применение для расчета несимметричных режимов электрических систем // *Электротехника*. – 2003. – № 3. – С. 26–35.
76. Шкритек П. Справочное руководство по звуковой схемотехнике. – М.: Мир, 1991. – 446 с.
77. Хусаинов Ш. Н. Топологические формулы электрических схем с многополюсными элементами // *Изв. АН СССР : Энергетика и транспорт*. – 1974. – № 2.
78. Bandler J. W., Salama A. E. Fault diagnosis of analog circuits // *Proceedings of the IEEE*. – 1985. – Vol. 73, no. 8. – P. 1279–1325.
79. Berkowitz R. S. Conditions for network-element-value solvability // *IRE Transactions on circuit theory*. – 1962. – March. – P. 24–29.
80. Braun J. Topological analysis of networks containing nullators and norators // *Electronics letters*. – 1966. – Vol. 2, no. 11. – P. 427–428.

81. Braun J. Method of singular elements in the theory of active nonreciprocal networks : Ph.D. dissertation / Rozprawy Československé Akademie VĚD. – Praha, 1969. – 60 p.

82. Breuer M. A. Generation of optimal code for expressions via factorization // Communications of the Association for computing machinery. – 1969. – Vol. 12, no. 6. – P. 333–340.

83. Chang S. M., Wierzba G. M. Circuit level decomposition of networks with nullors for symbolic analysis // IEEE Transactions on circuits and systems – 1 : Fundamental theory and applications. – 1994. – Vol. 41. – P. 699–711.

84. Constantinescu F., Marin C. V., Nitescu M., Marin D. A new approach to parameter identification of linear circuits // IEEE Proc. of the international conference on signals, circuits and systems. – Romania, 2003. – P. 457–460.

85. Dmytryshyn R., Kubaszek A. Multimethodical approach and sequence of expressions generation for acceleration of repetitive analysis of analog circuits // Analog integrated circuits and signal processing. – Vol. 31. – Kluwer Academic Publishers, 2002. – P. 147–159.

86. Fedi G., Riccardo G., Luchetta A., Manetti S., Piccirilli M. C. On the application of symbolic techniques to the multiple fault location in low testability analog circuits // IEEE Trans. circuits and systems. – 1998. – Pt. II, vol. 45, no. 10. – P. 1383–1388.

87. Feussner W. Ueber Stromverzweigung in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1902. – Bd 9, N 13. – S. 1304–1329.

88. Feussner W. Zur Berechnung der Stromstarke in netzformigen Leitern // Annalen der Physik. – 1904. – Bd 15, N 12. – S. 385–394.

89. Filaretov V. V. A topological analysis of electronic circuits by a parameter extraction method // Electrical technology Russia. – 1998. – No. 2. – P. 46–61.

90. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in network symbolic analysis // Proceedings of the European conference on circuit theory and desing (ECCTD–2003). – Kraków, Poland, 2003. – Vol. 2. – P. 406–409.

91. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // SMACD–2004 : Proc. of the 8-th international Workshop on Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. – Wroclaw (Poland). – September 23–24, 2004. – P. 8–11.

92. Hashemian R. Symbolic representation of network transfer functions using norator-nullator pairs // Electronic circuits and systems. – 1977. – Vol. 1, no. 6 (November). – P. 193–197.

93. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling // Archiwum elektrotechniki. – 1974. – T. 23, z. 2. – S. 387–405.

94. Kurganov S. A. A symbolic approach to solving the problem of linear electronic circuit diagnostics // *Electrical technology Russia*. – 2002. – No. 3. – P. 70–77.

95. Mason S. J. Topological analysis of linear nonreciprocal networks // *Proceedings of the IRE*. – 1957. – Vol. 45, no. 6. – P. 829–838.

96. Milic M. M. General passive networks – solvability, degeneracies, and order of complexity // *IEEE Transactions on circuits and systems*. – 1974. – Vol. CAS–21. – No. 2 (March). – P. 177–183.

97. Ozawa T. Topological conditions for the solvability of linear active networks // *Circuit Theory and Applications*. – 1976. – Vol. 4. – P. 125–136.

98. Ozawa T., Kajitani Y. Diagnosability of linear active networks // *IEEE Transactions on circuits and systems*. – 1979. – Vol. CAS–26. – No. 7. – P. 485–489.

99. Parten M. E. Seacat R. H. Topological analysis of networks containing nullators and norators using residual networks // *23rd annual Southwestern IEEE conference and exhibition*. – New York, USA, 1971. – P. 39–42.

100. Richard Shi C.-J., Xiang-Dong Tan. Canonical symbolic analysis of large analog circuits with determinant decision diagrams // *IEEE Trans. on computer-aided design of integrated circuits and systems*. – 2000. – Vol. 19, no. 1. – P. 1–13.

101. Saek R., Singh S. P., Liu R.W. Fault isolation via component simulation // *IEEE Trans. Circuit theory*, vol. CT–19, 1972. – P.634–640.

102. Slavski G.N. Single Op Amp high order polynomial ARC low-pass-filter // *Proc. Int. Symp. SCS*. – Iasi, Romania. – July 2003. – Vol.2. – P. 349–352.

103. Starzyk J. A., Konczykowska A. Flowgraph analysis of large electronic networks // *IEEE Transactions on circuits and systems*. – 1986. – Vol. CAS–33, no. 3. – P. 302–315.

104. Tellegen B. D. H. La recherche pour une série complète d'éléments de circuit idéaux non-linéaires // *Rendiconti del seminario matematico e fisico di Milano: Sotto gli auspice dell'università e del politecnico*. – Milano, 1955. Vol. 25 (1953–1954). – P. 134–144.

105. Wambacq P., Gielen G. G. E., Sansen W. Symbolic network analysis methods for practical analog integrated circuits : a survey // *IEEE Trans. circuits and systems*. – 1998. – Pt. II, vol. 45, no. 10. – P. 1331–1341.

106. <http://www.berezuev.hotbox.ru>

107. <http://astrometric.sai.msu.ru/~symbol>,

108. <http://www.lev-ul.narod.ru/sm/symbolic.htm>,

109. <http://www.lev-ul.narod.ru/kprf/vfilaretov.htm>.

110. Rodanski B.S. Symbolic circuit analysis // <http://www.eng.uts.edu.au/~benr/symbolic/>.

111. Смирнов В.С., Филин В.А. Программа моделирования электрических цепей FASTMEAN // [www.fastmean.ru](http://www.fastmean.ru).

Учебное издание

КУРГАНОВ Сергей Александрович  
ФИЛАРЕТОВ Владимир Валентинович

**СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ**

Учебное пособие

Редактор: Д. В. Царёва

Подписано в печать 01.12.2005. Формат 60х84/16  
Бумага офсетная. Усл. печ. л. 13,25. Уч.-изд. л. 12,80  
Тираж 200 экз. Заказ .  
Ульяновский государственный технический университет.  
432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32

Типография УлГТУ, 432027, г. Ульяновск, ул. Сев. Венец, д. 32