

СИМВОЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ЦЕПЕЙ НА ОСНОВЕ СХЕМНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ФОРМУЛ ВЫДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МНОГОПОЛЮСНИКОВ

Курганов С.А., Филаретов В.В.

Решение задачи символьного анализа состоит в переходе от исходной электронной цепи к алгебраической формуле – символьной схемной функции (ССФ) в комплексной или операторной форме. Известные методы анализа цепей с многополюсными электрокомпонентами (транзисторами, усилителями и др.) используют для этого дополнительные рабочие модели многополюсников, например, графы входов [1], сигнальные [2] и ориентированные (унисторные) графы [3,4], символьные матрицы [3], структурные числа [5], схемы замещения с управляемыми источниками (УИ) и цепи контуров передачи этих схем [6], а также непосредственно схемы замещения с УИ [7]. Дополнительный математический и схемный аппарат усложняет процесс формирования ССФ, создаёт трудности при освоении метода, добавляет затраты на взаимное преобразование математических и схемных объектов. В связи с этим предлагается исключить из процесса построения ССФ любые дополнительные модели многополюсников, в том числе схемы замещения с УИ, а использовать для этого только исходную (принципиальную) схему и алгебраические операции с параметрами её элементов.

Для реализации предлагаемого подхода введем понятие определителя принципиальной схемы электронной цепи, алгебраически тождественного известному понятию определителя соответствующей схемы замещения [7]. Различие между указанными определителями состоит в методах их формирования, в структуре получаемых функций и количестве схемно-алгебраических операций, необходимых для их получения. Так, для построения определителей схем замещения используются формулы выделе-

ния параметров двухполусных элементов и управляемых источников [7]. Для формирования определителей принципиальных схем электронных цепей предлагается применять помещенные в табл. 1 схемно-алгебраические формулы выделения параметров многополюсников (сокращённо – САФ или САФ многополюсников) и представленные в табл. 2 и 3 определители так называемых элементарных схем многополюсников – схем, содержащих один многополюсник, полюсы которого в различной комбинации разомкнуты, замкнуты или соединены между собой через резисторы, генератор и приемник неудаляемого управляемого источника (последний введен в теорию цепей в [7]). В табл. 1 сведены САФ наиболее распространенных многополюсников, таких как взаимдуктивности, идеальные трансформаторы, операционные усилители, биполярные, полевые и составные транзисторы, конверторы и инверторы сопротивлений, гираторы, длинные (передающие) линии. Эти САФ получены с помощью схем замещения соответствующих многополюсников, состоящих из двухполусных ветвей и УИ. Аналогичные САФ могут быть получены для других многополюсников и подсхем, а также для тех же многополюсных элементов из табл. 1, но с другим набором параметров. Следует отметить, что в табл. 1 каждая операция схемного определителя обозначена двумя вертикальными чертами.

В табл. 2 помещены определители элементарных схем биполярного транзистора с H – параметрами, включенного по схеме с общим эмиттером (ОЭ); в табл. 3 – определители элементарных схем идеального трансформатора. Значения этих определителей выведены с помощью соответствующих САФ из табл. 1. Аналогично могут быть получены определители элементарных схем любых других многополюсников.

Искомые ССФ – входные и передаточные функции цепей – предлагается формировать здесь по известным схемным уравнениям [8], в которых в качестве рабочей модели следует использовать не схему замещения элек-

тронной цепи с УИ, как в [7,8], а непосредственно исходную (принципиальную) схему. Таким образом, схемные уравнения для принципиальных схем электронных цепей представляют собой дроби, в числителе которых находится определитель исходной (принципиальной) схемы с включённым в неё неудаляемым управляемым источником (НУИ), причём генератор НУИ замещает входной источник напряжения или тока, а приёмник НУИ – приёмник напряжения или тока. В знаменателе схемных уравнений помещён также определитель исходной (принципиальной) схемы, в которой стянуты (удалены) генератор напряжения (тока) и приёмник тока (напряжения). Преобразование числителя и знаменателя схемных уравнений в искомые алгебраические выражения предлагается производить путём последовательного применения САФ и формул для определителей элементарных схем многополюсников. Преимущество использования метода САФ многополюсников по сравнению с методом выделения отдельных сопротивлений, проводимостей и параметров УИ состоит в экономии алгебраических операций, поскольку один раз полученная формула для данного многополюсника используется затем многократно. Кроме этого сокращается количество операций, необходимых для учёта многополюсника, так как в САФ сгруппированы подобные члены. Последнее обстоятельство приводит также к более компактному ССФ.

Вывод САФ, приведённых в табл. 1, осуществляется с помощью известных формул [7] выделения проводимости Y

$$\Delta = Y \cdot \Delta^Y + \Delta^Y, \quad (1)$$

сопротивления Z

$$\Delta = Z \cdot \Delta^Z + \Delta^Z \quad (2)$$

и параметра управляемого источника χ

$$\Delta = \chi \cdot \Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ}) + \Delta(\chi=0), \quad (3)$$

где Δ – определитель схемы; верхний индекс Y или Z означает удаление из схемы элемента Y или Z соответственно; нижний индекс Y или Z – стягива-

ние (замена идеальным проводником) соответствующего элемента; $\Delta(\chi \Rightarrow \text{НУИ})$ – определитель производной схемы, в которой УИ заменен на НУИ; $\Delta(\chi=0)$ – определитель производной схемы, в которой значение параметра УИ принято равным нулю.

Рассмотрим формирование САФ (табл. 1) названных выше многополюсников. Предварительно отметим, что прямоугольником в таблицах и на рисунках обозначена произвольная линейная электронная цепь, не содержащая непосредственно независимых источников энергии. В п.1 табл. 1 представлена САФ взаимоиндуктивности. Четырёхполюсник, содержащий две взаимосвязанные катушки индуктивности, обладает тремя параметрами: сопротивлениями катушек индуктивности pL_1 , pL_2 и сопротивлением взаимоиндукции pM , где $p=j\omega$ – комплексный оператор; j – мнимая единица; ω – циклическая частота; L_1 , L_2 – коэффициенты самоиндукции первой и второй катушек индуктивности соответственно; M – коэффициент взаимоиндукции. Переходим от исходной схемы с взаимоиндуктивностью (п.1 в табл.1) к схеме замещения [3], содержащей источники напряжения, управляемые током (рис.1а). ЭДС источников взаимоиндукции $\underline{E}_1=pM\underline{I}_2$ и $\underline{E}_2=pM\underline{I}_1$, где \underline{I}_1 , \underline{I}_2 – комплексные действующие значения токов первой и второй катушек индуктивности соответственно. Здесь и далее комплексные действующие значения ЭДС, токов и напряжений обозначаем соответствующими символами с подчёркиванием. С помощью формул (3) и (2) выделим последовательно параметр pM управляемых источников и сопротивления pL_1 и pL_2 . После группирования слагаемых получим САФ, представленную в п.1 табл. 1. Если взаимоиндуктивность состоит из трёх и более связанных катушек, то формирование САФ производится путём поочередного выделения параметров взаимоиндукции каждой пары взаимосвязанных катушек.

Следует отметить, что формула, аналогичная САФ взаимоиндуктивности в п.1 табл. 1, получена в [6]. Однако формула из [6] содержит трудо-

ёмкие операции перечисления цепей контуров передачи схем замещения. Последние операции делают применение этой формулы сложным в освоении и недостаточно эффективным при анализе схем с несколькими УИ [7]. В настоящей работе САФ взаимоиндуктивности (п.1 табл. 1), как и САФ других многополюсников (п.2-11 табл.1), не требует перечисления контуров передачи. Искомую ССФ получают путём последовательного применения САФ и определителей элементарных схем различных многополюсников.

Идеальный двухобмоточный трансформатор изображен в п.2 табл. 1 (жирными точками на схеме помечены одноименные зажимы). Представим его схемой замещения [9] на рис.1б, где $\underline{J}_1=n\underline{I}_2$ и $\underline{E}_2=n\underline{U}_1$ (n – коэффициент трансформации). Запишем определитель данной схемы. Для этого применим формулу (3) дважды, в результате получим САФ, представленную в п.2 табл. 1. Если трансформатор имеет более двух обмоток, то САФ формируется соответствующим числом обращений к формуле (3).

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием напряжения (КСПН) [3,9–11] характеризуется коэффициентом конверсии K_z (п.3 в табл.1). Если к вторичным зажимам конвертора подключить нагрузку с сопротивлением Z_n , то входное сопротивление данной схемы

$$Z_{вх}=K_z Z_n. \quad (4)$$

Представим КСПН схемой замещения на рис. 2а [11], где коэффициент источника напряжения, управляемого напряжением (ИНУН), $K=1-1/K_z$. Выделим по формуле (3) параметр K . Умножим полученное выражение на K_z с целью исключения дробных выражений в числителе и знаменателе ССФ. Это и есть окончательная САФ КСПН, занесём её в п.3 табл. 1. Выполненная операция умножения не нарушает эквивалентности ССФ, поскольку при этом умножаются на K_z и числитель, и знаменатель искомой функции. Отметим, что в частном случае при $K_z=-1$ получим САФ конвертора инверсии напряжения с отрицательным полным сопротивлением [3].

Идеальный конвертор сопротивления с преобразованием тока (КСПТ) [3,9–11] изображён в п.4. табл. 1 и характеризуется, как КСПН, коэффициентом конверсии K_z . Формула преобразования сопротивления с помощью КСПТ повторяет (4). Для вывода САФ воспользуемся схемой замещения на рис. 2б [11]. Параметр источника тока, управляемого током, $T=I-K_z$. После выделения параметра T по формуле (3) получим САФ, представленную в п.4 табл. 1. В частном случае при $K_z = -1$ имеем САФ конвертора инверсии тока с отрицательным сопротивлением [3].

Идеальный инвертор сопротивления [9–11] изображён в п.5 табл. 1. Входное сопротивление инвертора, нагруженного на сопротивление Z_n ,

$$Z_{ex} = \frac{K_{iz}}{Z_n},$$

где K_{iz} – коэффициент инверсии. Представим инвертор сопротивления схемой замещения на рис. 3а, где токи источников, управляемых напряжением (ИТУН), $\underline{J}_1 = Y_{12} \underline{U}_2$ и $\underline{J}_2 = Y_{21} \underline{U}_1$. Проводимости передачи Y_{12} , Y_{21} удовлетворяют условию

$$K_{iz} = \frac{I}{Y_{12} Y_{21}}.$$

Искомую САФ (п.5 табл. 1) получим путём выделения Y_{12} и Y_{21} по формуле (3).

Аналогично может быть выведена САФ идеального гиратора (п.6 табл. 1). Для этого достаточно принять в схеме замещения инвертора на рис. 3а передаточные проводимости УИ $Y_{12} = Y_{21} = g$ [9], где g – проводимость (действительное число) гирации. Окончательное выражение САФ гиратора дано в п.6 табл. 1.

Рассмотрим теперь класс схем, содержащих наиболее распространённый тип операционного усилителя (ОУ) – ОУ с дифференциальным входом и одиночным выходом [12]. Исходная схема с ОУ представлена в п.7 табл. 1. Выведем САФ для случая, когда параметрами ОУ являются коэф-

коэффициент усиления $K_{OУ}$ и выходная проводимость $Y_{\text{вых}}$, а входные проводимости бесконечно малы. Соответствующая схема замещения изображена на рис. 3б, где 1 – инвертирующий вход; 2 – неинвертирующий вход; 3 – выход; 4 – общий зажим. Вывод САФ осуществляется в два этапа: сначала по формуле (3) выделяется параметр $K_{OУ}$, затем по формуле (1) – проводимость $Y_{\text{вых}}$. Окончательная САФ дана в п.7 табл. 1.

Низкочастотные биполярные транзисторы характеризуются в малосигнальном линейном режиме H -параметрами [2], которые часто приводятся в справочниках. Схема замещения транзистора, включённого с общим эмиттером (п.8 табл. 1), представлена на рис. 4а, где ЭДС ИНУН $\underline{E}_1 = h_{12Э} \underline{U}_2$, функция источника тока, управляемого током (ИТУТ), $\underline{J}_2 = h_{21Э} \underline{I}_1$. Здесь и далее буквенный индекс у символа параметра транзистора обозначает сокращённо его схему включения, например, индекс «Э» – схему с общим эмиттером. На схемах этими же буквами «Э», «Б», «К» обозначены электроды биполярного транзистора - база, эмиттер, коллектор. Последовательное выделение параметров ИНУН $h_{12Э}$ и ИТУТ $h_{21Э}$ по формуле (3), сопротивления $h_{11Э}$ и проводимости $h_{22Э}$ по (1) и (2) соответственно с последующей группировкой слагаемых позволяет получить САФ биполярного транзистора, которая приведена в п.8 табл. 1. Нередко используются частные случаи модели, когда некоторые параметры равны нулю, например $h_{12Э}$ и $h_{22Э}$ [2], в этом случае САФ упрощается – отсутствуют соответствующие слагаемые.

Другой распространённой моделью для описания свойств различных транзисторов является схема с Y -параметрами [9,12]. Эти параметры применяются для моделирования биполярных, полевых и составных транзисторов. Нахождение Y -параметров составных транзисторов по известным параметрам или схемам замещения отдельных транзисторов производится методом сложения неопределённых Y -матриц [9,12]. Аналогично могут моделироваться биполярные транзисторы с изолированным затвором

(БТИЗ) и статические индукционные транзисторы [11]. Для примера рассмотрим БТИЗ, включённый по схеме с общим эмиттером (п.9 табл. 1). Схема замещения транзистора приведена на рис. 4б, где $\underline{J}_1=Y_{12\text{Э}}\underline{U}_2$ и $\underline{J}_2=Y_{21\text{Э}}\underline{U}_1$ – источники тока, управляемые напряжением (ИТУН). Электроды БТИЗ – затвор, эмиттер, коллектор – обозначены первыми буквами их названий. Применение (3) и (1) для выделения параметров ИТУН $Y_{12\text{Э}}$, $Y_{21\text{Э}}$ и проводимостей $Y_{11\text{Э}}$, $Y_{22\text{Э}}$ с последующей группировкой слагаемых приводит к САФ в п.9 табл. 1.

Для моделирования транзисторов используются также Z-параметры [9]. Для примера рассмотрим полевой транзистор, включенный по схеме с общим истоком (п.10 табл. 1). Схема замещения транзистора представлена на рис. 5а. Электроды полевого транзистора – затвор, исток, сток – обозначены первыми буквами их названий. Вывод искомой САФ осуществляется путём поочерёдного применения формул (3) и (2). Окончательное выражение САФ приведено в п.10 табл. 1.

До сих пор нами формировались САФ многополюсников с сосредоточенными параметрами. Рассмотрим теперь цепи, содержащие длинные (передающие) линии [9]. Исходная схема, содержащая длинную линию, дана в п.11 табл. 1. Длинная линия (ДЛ) характеризуется волновым сопротивлением Z_B , коэффициентом распространения γ и длиной l . Выделение указанных параметров будем проводить на основе матрицы [9]

$$A = \begin{pmatrix} ch(\gamma l) & Z_B sh(\gamma l) \\ \frac{sh(\gamma l)}{Z_B} & ch(\gamma l) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

Для этого предложим на рис. 5б схему замещения ДЛ относительно её внешних зажимов. Эта схема содержит НУИ, ветвям которого присвоен номер 1. Токи УИ

$$\underline{J}_1 = \frac{sh(\gamma l)}{Z_B} \cdot \underline{U}_2 \quad \text{и} \quad \underline{J}_2 = ch(\gamma l) \cdot \underline{I}_2,$$

ЭДС УИ

$$\underline{E}_1 = ch(\gamma l) \cdot \underline{U}_2 \quad \text{и} \quad \underline{E}_2 = Z_B sh(\gamma l) \cdot \underline{I}_2.$$

Убедиться в правильности схемы на рис. 5б можно путём построения для неё матрицы A -параметров, которая совпадает с (5). Искомая САФ ДЛ получается путём четырехкратного применения (3) по отношению к определителю схемы на рис. 5б, а также правил перенумерации генераторов и приёмников НУИ (ГНУИ и ПНУИ), операций выделения последовательного и параллельного соединения одноимённых ГНУИ и ПНУИ [7]. Окончательная САФ ДЛ (п.11 табл. 1) получена путём умножения выражения на Z_B с целью исключения дробей в числителе и знаменателе ССФ.

Последовательное применение предлагаемых САФ многополюсников (табл. 1), а также при необходимости формул (1), (2) выделения параметров двухполюсных элементов к схемным уравнениям ССФ позволяет получить искомую функцию в форме алгебраического выражения. Этот процесс можно ускорить, если использовать заранее полученные табличные выражения определителей часто встречающихся при решении задач элементарных схем многополюсников (табл. 2 и 3). Определители элементарных схем многополюсников очень просты, быстро запоминаются и существенно экономят время анализа цепи.

Рассмотрим определители элементарных схем двух наиболее характерных многополюсников – биполярного транзистора с общим эмиттером, представленного H -параметрами, и идеального трансформатора. Для формирования определителя биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами (п.1 табл. 2) обратимся к табл. 1. Согласно п.8 табл. 1 САФ биполярного транзистора содержит 6 слагаемых. В данном случае пять слагаемых будут нулевыми. Очевидно, первое, третье и шестое слагаемые равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы [7]. Второе и четвертое слагаемые равны нулю в связи с тем, что в них под знаком определителя находятся схемы, в которых ГНУИ

(ПНУИ) разомкнут [7]. В результате определитель биполярного транзистора с разомкнутыми полюсами эквивалентен пятому слагаемому, значение которого равно $h_{22Э}$ (схемный определитель одиночного узла равен 1) [7]. Определители других элементарных схем биполярного транзистора найдены аналогично и размещены в табл. 2, где $\Delta_{HЭ} = h_{11Э} \cdot h_{22Э} - h_{12Э} \cdot h_{21Э}$ – определитель матрицы H -параметров [9].

Представим теперь в табл. 3 определители элементарных схем идеального трансформатора (ИТ). Найдём для примера определитель ИТ, у которого все полюсы разомкнуты (п.1 табл. 3). Для этого будем использовать САФ ИТ в п.2 табл. 1. Очевидно, первое и четвёртое слагаемые указанной САФ равны нулю, поскольку в них под знаком схемного определителя образуются несвязные схемы. Второе и третье слагаемые также равны нулю, так как в схемах под знаком определителя имеются разомкнутые ГНУИ и ПНУИ. Таким образом, определитель ИТ с разомкнутыми полюсами равен нулю (п.1 табл. 3). Определители других элементарных схем ИТ найдены аналогичным образом и помещены в табл. 3.

Ускоряющими процесс формирования ССФ являются так же таблицы постоянно встречающихся частных вариантов САФ многополюсников. К ним относятся САФ многополюсников с подключенными НУИ. Такие схемы имеют место при нахождении символьных выражений числителя. Рассмотрим САФ идеального трансформатора. Пусть НУИ подсоединён к схеме так, как показано в п.1 табл. 4. Для упрощения выражения используем САФ ИТ из п.2 табл. 1. В данном случае три из четырёх слагаемых САФ равны нулю. Первое слагаемое равно нулю, поскольку в схеме имеется разомкнутый ПНУИ. Второе и четвёртое слагаемые являются нулевыми, так как в схемах содержатся контура из ПНУИ [7]. В третьем ненулевом слагаемом перенумеруем ПНУИ и исключим последовательное согласное соединение генератора и приёмника одноимённого НУИ [7]. Полученное выражение – это окончательная САФ ИТ, которую запишем в п.1

ные варианты САФ ИТ (табл. 4), формулы выделения сопротивления (1) и проводимости (2). Для преобразования схемно-алгебраических выражений (САВ) применяются также из [7] операции с НУИ (преобразование последовательного и параллельного соединения ГНУИ и ПНУИ, правила пере- нумерации ГНУИ и ПНУИ), частные случаи выделения сопротивления и проводимости, параллельно (последовательно) которым включены ГНУИ или ПНУИ, условия вырождения схемы: наличие разомкнутых и замкнутых в петлю ГНУИ или ПНУИ, диакоптические формулы для схем, разделимых по одному и двум узлам.

Рассмотрим сначала преобразование числителя (6). Предварительно удалим проводимость Y_4 , поскольку она включена параллельно ГНУИ, стянем сопротивление R_7 , так как оно соединено последовательно с ПНУИ. Применим теперь частное выражение САФ ИТ (п.1 табл. 4). В результате

$$\Delta N = n \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram with } V_1, V_2, R_6, Y_5, \text{ and two diodes labeled } 1 \end{array} \right|.$$

Выделим транзистор V_1 с помощью САФ в п.8 табл.1. В указанной формуле будут равны нулю не только первое, четвертое и пятое слагаемые, как было отмечено выше, но и третье слагаемое, поскольку к базе транзистора подсоединен ГНУИ, и он окажется в этом случае разомкнутым. Таким образом, ненулевыми являются второе и шестое слагаемые, а числитель

$$\Delta N = n \cdot \left[h_{21\Omega}^{V1} \cdot \left(\left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2} \end{array} \right| \right) \right] \quad (7)$$

В первом слагаемом (7) поменяем номера ГНУИ, при этом перед САВ появляется отрицательный знак, для его компенсации изменим ориентацию у ПНУИ 1, затем исключим последовательное встречное соединение ГНУИ

и ПНУИ с номером 2. Во втором слагаемом (7) удалим проводимость Y_5 , стянем R_6 , заменим согласное параллельное соединение генератора и приемника НУИ отрезком проводника. После указанных преобразований

$$\Delta N = n \cdot \left[h_{21\Theta}^{V1} \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \end{array} \right| \right] \quad (8)$$

Выделим в первом слагаемом (8) сопротивление R_6 . Второе слагаемое является определителем элементарной схемы транзистора и равно 1 в соответствии с п.2 табл. 2. Таким образом,

$$\Delta N = n \cdot \left[h_{21\Theta}^{V1} \cdot \left[R_6 \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \end{array} \right| \right] + 1 \right] \quad (9)$$

В первом слагаемом (9) выделим проводимость Y_5 и запишем определитель элементарной схемы биполярного транзистора из п.7 табл. 2. Второе слагаемое после удаления проводимости Y_5 , как параллельной ПНУИ, становится определителем элементарной схемы из п.6 табл. 2. В результате окончательное выражение числителя

$$\Delta N = n \cdot [h_{21\Theta}^{V1} \cdot (R_6 Y_5 h_{21\Theta}^{V2} + h_{21\Theta}^{V2} + 1) + 1] \quad (10)$$

Сформируем теперь алгебраическое выражение знаменателя. Для этого используем соответствующее схемно-алгебраическое выражение (6). Преобразуем его с помощью формулы нахождения определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . В результате

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 1} \\ \text{Circuit 2} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 3} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 4} \\ \text{Circuit 5} \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \text{Circuit 6} \end{array} \right| \quad (11)$$

Выделим R_6 в первом слагаемом (11). Для упрощения второго слагаемого (11) используем формулу определителя схемы, разделимой по двум узлам

a и *b*. Запишем в обоих слагаемых значения определителей элементарных схем ИТ из п.5,6 табл. 3. Таким образом,

$$\Delta D = \left[R_6 \cdot \left(\left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_4 \quad Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_4 \quad Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| \right) \cdot R_7 + \right. \\ \left. + \left[\left(\left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_4 \quad Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} Y_5 \\ R_6 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_4 \quad Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} Y_5 \\ R_6 \end{array} \right| \right) \cdot n^2 \right] \quad (12)$$

Преобразуем выражение в первой паре скобок (12). Первое слагаемое равно нулю. Это следует из формулы для схемы, разделимой по двум узлам *b* и *c*, поскольку определители элементарных схем транзистора *V*₂ (при $h_{12\mathcal{D}}=h_{22\mathcal{D}}=0$ [2]) с разомкнутыми зажимами (п.1 табл. 2) и с замкнутыми между собой базой и эмиттером (п.3 табл. 2) равны нулю. Во втором слагаемом выделим Y_4 . Для упрощения выражения во второй паре скобок используем вновь формулу для определителя схемы, разделимой по двум узлам *b* и *c*, а также вычислим определители простейших *RY*-, *R*- и *Y*- контуров. После выполнения указанных операций

$$\Delta D = R_7 \cdot Y_4 \cdot \left[\left(\left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \quad V_2 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ \text{---} \quad \text{---} \\ Y_5 \\ \text{---} \quad \text{---} \\ c \end{array} \right| \right) + \right. \\ \left. + \left[\left(\left| \begin{array}{c} V_1 \\ Y_4 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \\ Y_4 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \end{array} \right| \right) \cdot (R_6 Y_5 + 1) + \right. \quad (13) \\ \left. + \left[\left(\left| \begin{array}{c} V_1 \\ Y_4 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \\ Y_4 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{---} \end{array} \right| \right) \cdot R_6 \right] \cdot n^2 \right] \cdot n^2$$

Упростим выражение в первой паре круглых скобок (13). В первом слагаемом выделим параметры транзистора *V*₁ в соответствии с САФ в п.8 табл.1.

В этой формуле, как отмечалось выше, ненулевыми являются три слагаемые: второе, третье и шестое. Во втором слагаемом из первой пары скобок (13) используем формулу для определителя схемы, делимой по двум узлам a и b . Для преобразования САВ в квадратных скобках применим формулу выделения проводимости Y_4 и выражение для определителя схемы, делимой по одному узлу a , а также определители элементарных схем транзистора из п.1, 2, 5, 8, 9 табл. 2. В результате

$$\Delta D = R_7 \cdot \left[Y_4 \left[h_{21\text{Э}}^{VI} \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_2 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| + h_{11\text{Э}}^{VI} \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_2 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_2 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| \right] + \right. \\ \left. + \left[\left| \begin{array}{c} V_1 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_1 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_2 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} V_1 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_1 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} V_2 \\ \text{[Circuit diagram: PNP transistor with } Y_5 \text{ at base-emitter and } V_2 \text{ at collector]} \\ Y_5 \end{array} \right| \right] + \right. \\ \left. + [(h_{11\text{Э}}^{VI} Y_4 + 1) \cdot (R_6 Y_5 + 1) + Y_4 R_6 \cdot (h_{21\text{Э}}^{VI} + 1)] \cdot n^2. \right. \quad (14)$$

В (14) удалим проводимость Y_5 , параллельную ПНУИ, используем формулу для определителя схемы, делимой по одному узлу, а также запишем определители элементарных схем биполярного транзистора из п.1, 2, 6, 10 табл. 2. Окончательное выражение знаменателя

$$\Delta D = R_7 \cdot \left[Y_4 \cdot [h_{21\text{Э}}^{VI} \cdot (h_{21\text{Э}}^{V2} + 1) + h_{11\text{Э}}^{VI} Y_5 + 1] + Y_5 \right] + \\ + [(h_{11\text{Э}}^{VI} Y_4 + 1) \cdot (R_6 Y_5 + 1) + Y_4 R_6 \cdot (h_{21\text{Э}}^{VI} + 1)] \cdot n^2. \quad (15)$$

Полученные формулы для числителя (10) и знаменателя (15) эквивалентны соответствующим выражениям [2]. Причём число операций умножения и сложения в (10) и числителе, приведенном в [2], одно и то же. Знаменатель (15) содержит 11 операций умножения и 9 сложения, а знаменатель, сформированный с помощью метода обобщенных сигнальных графов [2], имеет 18 умножений и 10 сложений. Таким образом, полученная здесь ССФ является более компактной и экономичной по числу алгебраических операций.

Предлагаемый метод является более эффективным и по сравнению с другими известными методами, например методом графа входов [1], который предусматривает трудоемкое перечисление всех деревьев пары графов для последующего их попарного сравнения. Это приводит к формированию развернутых выражений определителей. Метод выделения параметров многополюсников ориентирован на построение свернутых выражений, близких к оптимальным выражениям [13]. Так, анализ двухкаскадного транзисторного усилителя [1], проведенный в Приложении, показывает, что знаменатель ССФ, полученный предлагаемым методом, содержит всего 4 операции умножения вместо 24 в [1].

Выводы. 1. Предложен символьный метод анализа электронных цепей на основе схемно-алгебраических формул выделения параметров многополюсных электрокомпонентов (САФ многополюсников) и определителей элементарных схем многополюсников.

2. Метод позволяет проводить анализ электронных цепей непосредственно по исходной (принципиальной) схеме без использования схем замещения многополюсников и вспомогательных математических аппаратов (графов, структурных чисел и др.), которые усложняют алгоритм, затрудняют освоение метода анализа, а также требуют дополнительных затрат на взаимное преобразование математических и схемных объектов.

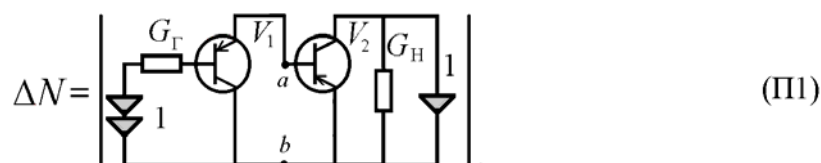
3. Предлагаемый метод выделения параметров многополюсников, как и метод выделения параметров двухполюсных ветвей, не образует дубликатов слагаемых, позволяет сократить число схемно-алгебраических операций, поскольку использует многократно уже готовые САФ и определители элементарных схем многополюсников. Формируемые ССФ являются более компактными, поскольку в используемых САФ сгруппированы слагаемые.

Приложение

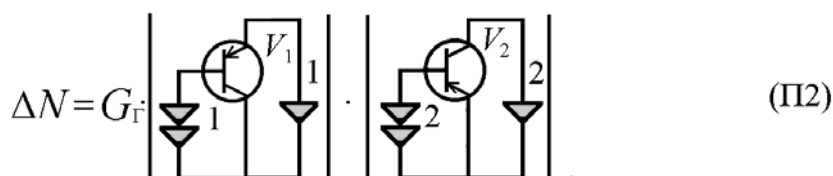
Анализ транзисторного усилителя [1]

Схема усилителя представлена на рис. П1. Биполярные транзисторы V_1 , V_2 заданы Y -параметрами для схемы с общей базой. Требуется найти ССФ коэффициента передачи напряжения $K=U/E$.

Сформируем сначала числитель ССФ. Выражение числителя тождественно определителю исходной схемы, в которой генератор E заменен на ГНУИ, а приемник напряжения, обозначенный на рис. П1 стрелкой U , - приемником НУИ. Таким образом,



Выделим в (П1) проводимость G_{Γ} , соединенную последовательно с ГНУИ, удалим проводимость G_{H} , параллельную ПНУИ, так, как это выполнено в (9). Упростим полученное САВ с помощью формулы нахождения числителя каскадной схемы [6]. В результате



Вычислим в (П2) определители элементарных схем биполярного транзистора с общей базой (ОБ) в соответствии с п. 6,7 табл. П1 и запишем окончательное выражение числителя

$$\Delta N = G_{\Gamma} \cdot (Y_{12\text{Б}}^{V_1} + Y_{11\text{Б}}^{V_1}) \cdot (Y_{21\text{Б}}^{V_2} + Y_{22\text{Б}}^{V_2}). \quad (\text{П3})$$

Упомянутая таблица получена аналогично табл. 2. В ней определитель Y -матрицы транзистора $\Delta Y_{\text{Б}} = Y_{11\text{Б}} \cdot Y_{22\text{Б}} - Y_{12\text{Б}} \cdot Y_{21\text{Б}}$, а сумма всех элементов матрицы проводимостей $\sum Y_{\text{Б}} = Y_{11\text{Б}} + Y_{12\text{Б}} + Y_{21\text{Б}} + Y_{22\text{Б}}$.

Сформируем теперь знаменатель ССФ. Выражение знаменателя тождественно определителю ΔD исходной схемы, в которой стянут источник

напряжения E и удален приемник напряжения U . Таким образом,

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram for (П4): A two-port network with input conductance } G_{\Gamma} \text{ and output conductance } G_{\text{H}}. \text{ Two transistors } V_1 \text{ and } V_2 \text{ are connected between nodes } a \text{ and } b. \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \quad (\text{П4})$$

Преобразуем (П4) с помощью формулы для определителя схемы, разделимой по двум узлам a и b . Эта формула использовалась ранее, например в выражении (11). После этой операции

$$\Delta D = \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 1: } V_1 \text{ and } G_{\Gamma} \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 2: } V_2 \text{ and } G_{\text{H}} \end{array} \\ \hline \end{array} \right| + \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 3: } V_1 \text{ and } G_{\Gamma} \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \cdot \left| \begin{array}{c} \begin{array}{c} \text{Circuit diagram 4: } V_2 \text{ and } G_{\text{H}} \end{array} \\ \hline \end{array} \right| \quad (\text{П5})$$

Учитывая в (П5) определители элементарных схем транзистора из п.5, 8-10 табл. П1, запишем окончательное выражение знаменателя

$$\Delta D = (G_{\Gamma} + \sum Y_{\text{Б}}^{V1}) \cdot (G_{\text{H}} + \sum Y_{\text{Б}}^{V2} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V2}) + (G_{\Gamma} \cdot Y_{11\text{Б}}^{V1} + \Delta Y_{\text{Б}}^{V1}) \cdot (G_{\text{H}} + Y_{22\text{Б}}^{V2}) \quad (\text{П6})$$

Найденные выражения для числителя (П3) и знаменателя (П6) являются максимально компактными – содержат минимальное число операций умножения и сложения. Это обеспечивается за счет использования определителей элементарных схем транзистора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Хусаинов Ш.Н. Топологические формулы электрических схем с многополюсными элементами // Изв. АН СССР: Энергетика и транспорт.- 1974.- №2.

2. Анисимов В.И. Топологический расчёт электронных схем.- М.: Энергия, 1977.
3. Чуа Л.О., Пен-Мин Лин. Машинный анализ электронных схем (алгоритмы и вычислительные методы).- М.: Энергия, 1980.
4. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения ветвей и дуг // Электричество.- 1992.- №7.
5. Беллерт С., Возняцки Г. Анализ и синтез электрических цепей методом структурных чисел.- М.: Мир, 1972.
6. Hoang S. Direct topological rules for analysis of networks without magnetic coupling // Archiwum elektrotechniki.- 1974.- t.23, zeszyt 2.
7. Филаретов В.В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество.- 1998.- №5.
8. Филаретов В.В. Формирование символьных функций для активных цепей методом стягивания и удаления ветвей // Электричество.- 2001.- №4.
9. Попов В.П. Основы теории цепей.- М.: Высш. шк., 2000.
10. Ионкин П.А., Миронов В.Г. Синтез RC -схем с активными взаимными элементами (вопросы реализации).- М.: Энергия, 1976.
11. Прянишников В.А. Электроника: Курс лекций.- СПб.: Корона принт, 1998.
12. Лурье О.Б. Интегральные микросхемы в усилительных устройствах: Анализ и расчет.- М.: Радио и связь, 1988.
13. Филаретов В.В. Синтез оптимальных формул схемных функций электрических цепей // Электричество.- 1995.- №4.