

# ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ ПЕРЕНОСОМ И ПЕРЕКЛЮЧЕНИЕМ АКТИВНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В.

*Предложены эквивалентные преобразования активных электрических цепей переносом управляющих ветвей. Показано, что в результате переноса элементов схемы могут получаться многомерные управляемые источники. Как подмножество преобразований переноса введено преобразование переключением активных элементов, сохраняющее количество элементов схемы, что важно при структурном синтезе.*

*Ключевые слова: эквивалентные преобразования, перенос элементов электрической цепи, управляемый источник, символьная схемная функция, схемный определитель, структурный синтез.*

*The equivalent conversions of active electric networks by rearrangement of control branches are offered. It is shown, that multidimensional controlled sources can be obtained as a result of rearrangement of elements of the circuit. The conversions of active elements keeping amount of network elements are presented as the subset of equivalent conversions by rearrangement.*

*Key words: equivalent network conversions, rearrangement of the elements of the electric network, controlled source, symbolic network function, determinant of circuit, structural synthesis.*

**Введение.** Преобразования электрических цепей называются эквивалентными, если выполняется условие неизменности токов и напряжений ветвей в тех частях схемы, которые не затронуты преобразованиями [1]. Неоценимую роль при синтезе электрических цепей играют топологические преобразования порождающие новые схемы с одинаковыми символьными схемными функциями (ССФ) [2, 3].

Известны эквивалентные преобразования электрических цепей [4, 5], позволяющие изменять топологию схемных моделей путем переноса элементов

ветвей в другие ветви, образующие с ней контур или сечение. Так,  $y$ -ветвь переносится вдоль  $y$ -контура, а  $z$ -ветвь переносится через узел или сечение. В более сложном случае перенос элементов проводится через  $2 \times 2$  полюсники [6]. В основе преобразования переносом лежит теорема компенсации [6], определяющая условия замены пассивных элементов управляемыми источниками.

Например, на рис. 1 показан перенос проводимости  $g_0$  вдоль контура. Переносимая  $y$ -ветвь заменяется эквивалентной ветвью с источником тока, управляемым напряжением (ИТУН)  $GU_0$ . Затем проводится перенос ИТУН по контуру из  $g_1$  и  $g_2$ . Ветви оказывают взаимное влияние друг на друга подобно двум индуктивно связанным ветвям с коэффициентом связи, равным величине перенесенной проводимости  $g_0$ . Поэтому схему можно упростить, изобразив ее без ИТУН и указав лишь управляющую связь между ветвями по напряжению и маркировку зажимов, аналогично тому, как это принято при наличии взаимной индукции.

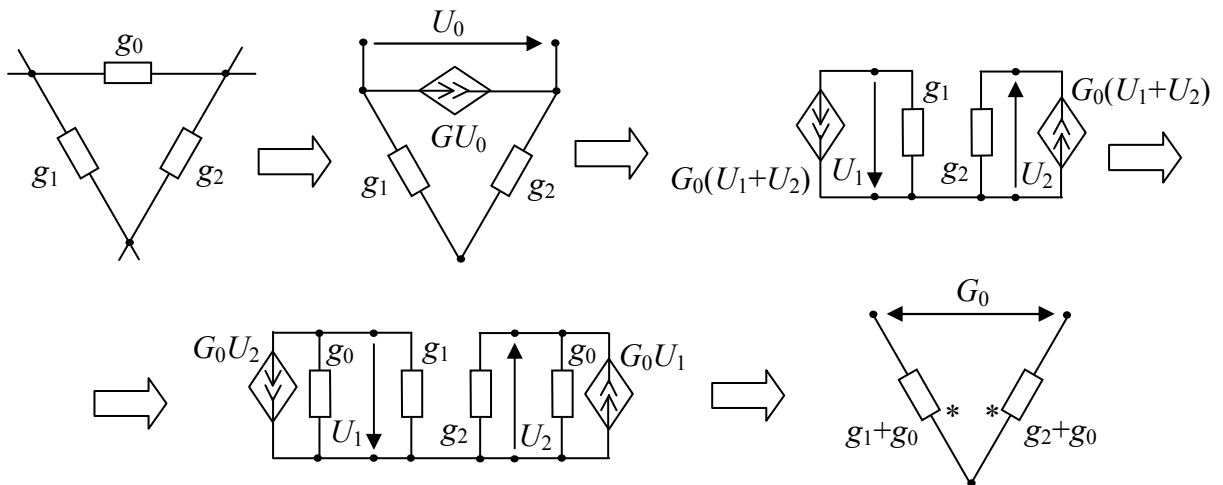
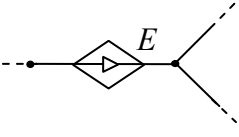
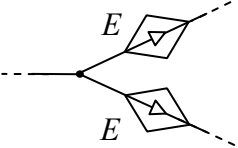
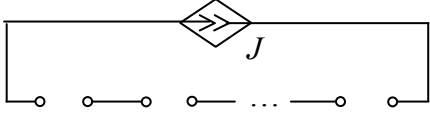
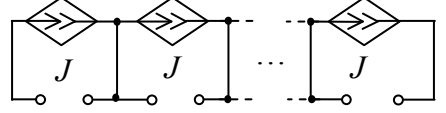
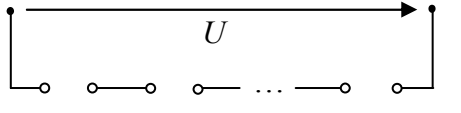
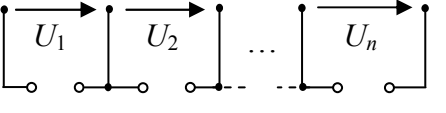
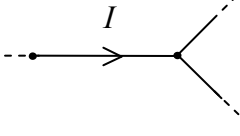
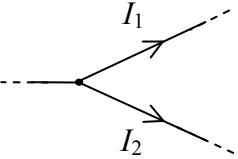


Рис. 1. Перенос проводимости  $g_0$  по контуру

Как видно из приведенного примера, перенос сопротивлений и проводимостей приводит к изменению числа элементов в преобразованной схеме в результате возникновения между элементами управляющих связей, что существенно затрудняет символьный анализ таких цепей. Перенос источников тока и напряжения, в отличие от переноса двухполюсников, увеличивает в схеме число источников, не внося новых управляющих связей [4].

В табл. 1 даны эквивалентные преобразования электрических цепей путем переноса управляемых и управляющих ветвей через сечение и по контуру, где  $E$  – источник напряжения, управляемый током (ИНУТ) или напряжением (ИНУН) (строка 1, табл. 1),  $J$  – источник тока, управляемый током (ИТУТ) или ИТУН (строка 2, табл. 1),  $U$  – приемник напряжения, управляющий источником тока или напряжения (строка 3, табл. 1),  $I$  – приемник тока, управляющий источником напряжения или тока (строка 4, табл. 1).

Таблица 1. Эквивалентные преобразования схем  
путем переноса управляющих и управляемых ветвей

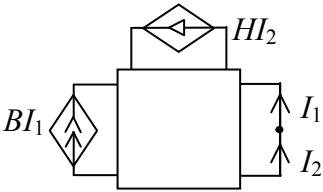
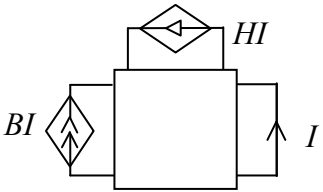
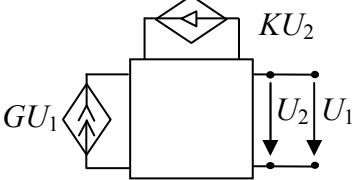
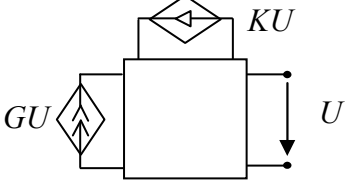
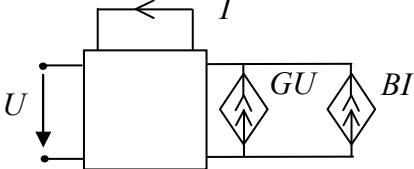
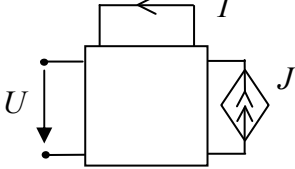
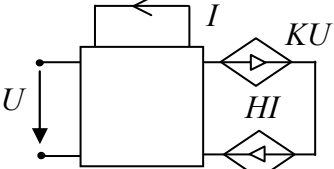
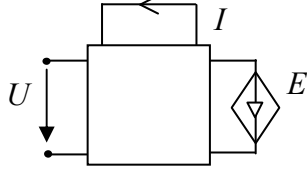
№	Исходная схема	Эквивалентная схема
1	Перенос управляемого источника напряжения через сечение	
		
2	Перенос управляемого источника тока по контуру	
		
3	Перенос управляющего напряжения по контуру	
		
4	Перенос ветви управляющего тока через сечение	
		

Новые управляющие связи появляются при переносе управляющих элементов – приемников тока и напряжения (строки 3 и 4 табл. 1). В частности, поэтому перенос приемников, дополняющий перенос источников, прежде не рассматривался как самостоятельное преобразование [1, 3–5]. Действительно, в отличие от переноса генераторов ветви размноженных приемников несут различные токи и напряжения, что обусловило отсутствие до настоящего времени интереса у исследователей к этому виду преобразований. Ниже будет

показано, что применение схемно-алгебраического аппарата метода схемных определителей [7–11] позволяет применять перенос приемников на практике.

**Многомерные управляемые источники.** Возможны случаи, когда несколько однотипных приемников от различных управляемых источников оказываются соединены таким образом, что их можно объединить в один, что приводит к образованию многомерного генератора, управляемого одним приемником (строка 1–2 табл. 2). В дуальном случае, при объединении соответствующим образом подключенных источников, образуется многомерный управляемый источник [9–10] (строка 2–3, табл. 2).

Табл. 2. Образование многомерных управляемых источников

1	Образование многомерного приемника, управляемого одним приемником тока	
		
2	Образование многомерного приемника, управляемого одним приемником напряжения	
		
3	Образование многомерного управляемого источника тока	
		
4	Образование многомерного управляемого источника напряжения	
		

В общем случае перенос источников и приемников приводит к увеличению числа элементов в схеме на  $n-1$  ветвей, где  $n$  – количество ветвей инцидентных

контуру, по которому переносится источник тока либо приемник напряжения, или сечению, через которое переносится источник напряжения или приемник тока. Это, с одной стороны, затрудняет символьный анализ, а с другой стороны препятствует использованию данного преобразования в синтезе электрических цепей. Основной задачей данной статьи является разработка на основе преобразования переноса источников нового преобразования, обеспечивающего инвариантность к символьному определителю и схемным функциям, что делает возможным его применение в структурном синтезе.

**Преобразование электрических цепей переключением активных элементов.** Необходимым условием инвариантности к символьному определителю является сохранение числа элементов в схеме. Выполнение данного условия становится возможным, если некоторые из вновь образованных источников (кроме одного) окажутся нейтрализованными. Нейтрализация влечет за собой стягивание генераторов напряжения и приемников тока, а также удаление генераторов тока и приемников напряжения. Это достигается применением эквивалентных упрощений из метода схемных определителей [7–11] (табл. 3). В качестве источников и приемников напряжения и тока в табл. 3 могут выступать также и независимые источники и приемники.

Предлагаемые здесь преобразования переноса, при которых сохраняется количество элементов схемы, будем называть преобразованиями переключением активных элементов. Эти преобразования, в отличие от простейших топологических преобразований, также инвариантных количеству элементов и предусматривающих перестановку последовательно соединенных элементов и групп элементов [3], приводят к существенному изменению структуры порождающей схемы при сохранении неизменной ССФ. В результате преобразования переключением источник или приемник будет менять свое положение в порожденной схеме по отношению к его положению в порождающей схеме.

Таблица 3. Эквивалентные упрощения схем в результате нейтрализации элементов

№	Исходное САВ	Эквивалентное САВ
1	Параллельное соединение генератора тока с генератором напряжения	
2	Параллельное соединение приемника напряжения с приемником тока	
3	Последовательное соединение генератора напряжения и генератора тока	
4	Последовательное соединение приемника тока с приемником напряжения	

Необходимым и достаточным условием для проведения эквивалентных преобразований переключением является наличие в схеме хотя бы одной из следующих топологических особенностей: 1) сечение, содержащее, как источник напряжения, так и источник тока; 2) сечение, содержащее как приемник тока, так и приемник напряжения; 3) контур, содержащий как источник напряжения, так и источник тока; 4) контур, содержащий как приемник тока, так и приемник напряжения.

При выполнении первых двух условий на практике бывает целесообразно переключать элементы не через сечение, а через узел. Так, на рис. 2,а и рис. 2,б показаны примеры переноса источника напряжения и приемника тока через узел  $a$ , смежный с ветвью генератора тока или приемника напряжения соответственно (ветвь нейтрализации). При этом узел должен быть расщеплен на два новых узла  $a_1$  и  $a_2$ , таким образом, чтобы ветвь нейтрализации была

инцидентна одному из образованных узлов, а остальные элементы стали инцидентны другому (рис. 2,а,б).

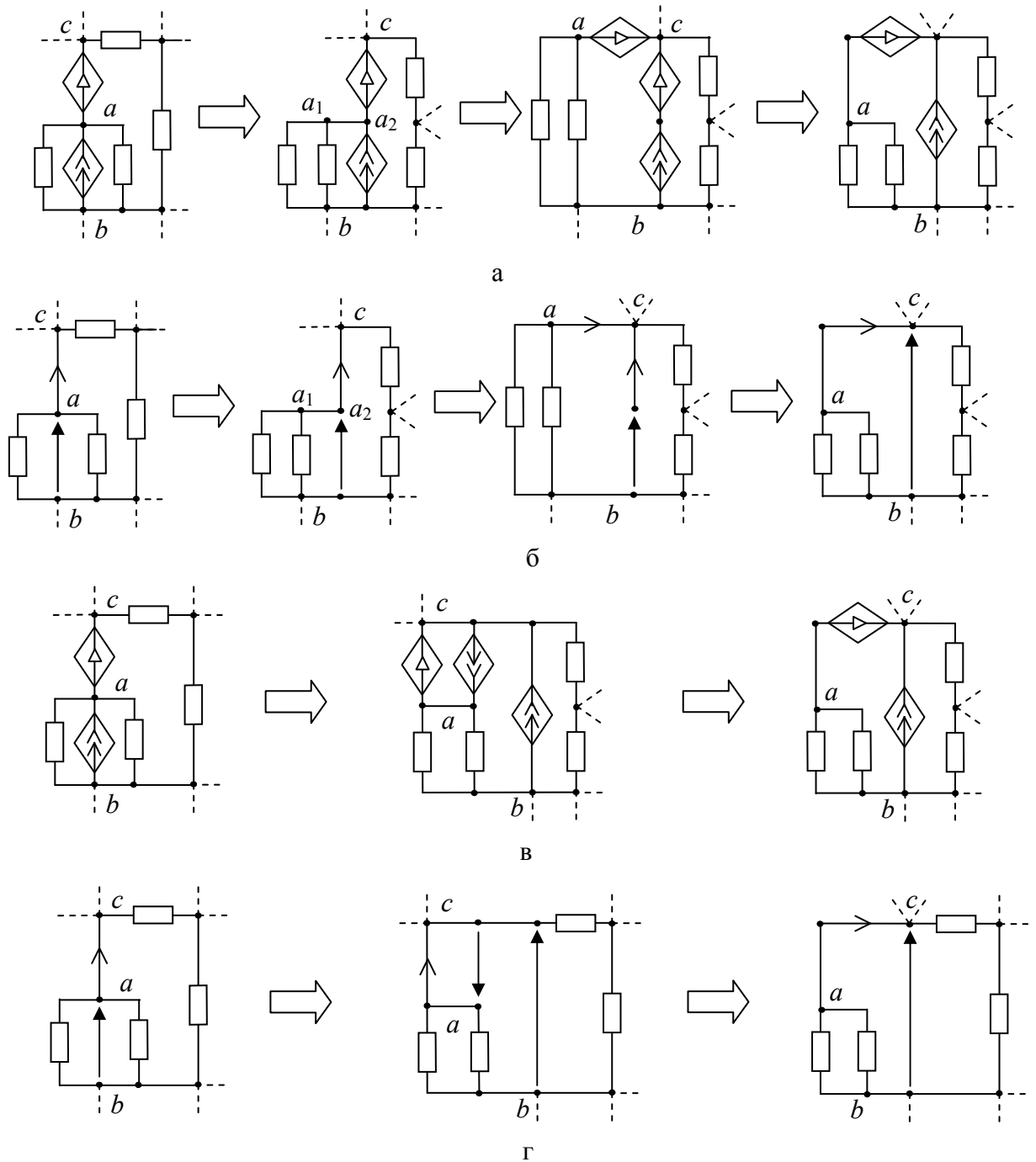


Рис. 2. Переключение ветвей активных элементов через узел (а,б) и по контуру (в,г)

Примеры выполнения третьего и четвертого условия показаны на рис. 2,в,г. Переключение источника тока и приемника напряжения можно осуществить по любому контуру схемы, включающему в себя ветвь нейтрализации, то есть генератор напряжения или приемник тока соответственно. При этом переключаемая ветвь, включенная между узлами  $a$  и

$b$ , должна иметь узел  $a$ , смежный с ветвью нейтрализации. Тогда один из порожденных элементов подключается к узлам  $a$  и  $c$  параллельно ветви нейтрализации, а второй к узлам  $b$  и  $c$  (рис. 2,в,г).

Как видно из рис. 2, при наличии в контуре или сечении как минимум двух разнородных источников или приемников переключение любого из них приводит к одинаковому результату. Если количество разнородных активных элементов одного типа, например, источников тока, превышает количеству элементов другого типа, то есть, генераторов напряжения, то в одном из вариантов переключения источника тока необходимо будет выполнить большее число переносов, чем при переключении генератора напряжения. Для реализации таких эквивалентных преобразований могут потребоваться перестановки элементов и групп элементов.

Очевидно, что переключение активных элементов через узел является дуальным по отношению к переключению через контур. То есть если существует возможность преобразования схемы путем переключения источника напряжения или приемника тока, то для этой схемы будет возможно провести переключение генератора тока или приемника напряжения. Оба типа преобразований приведут к одинаковому результату.

**Структурный синтез электрических цепей на основе преобразования переключением.** На рис. 3,а представлена схема замещения операционного преобразователя [2, с.126], коэффициент передачи по напряжению которой задается, согласно методу схемных определителей, отношением  $\Delta N/\Delta D$

$$\Delta N = pC_1(KU_2 pLB I_1 r_1 R_2 - r_2 R_1 (r_1 + R_2)). \quad (1)$$

$$\Delta D = BI_1 KU_2 r_1 R_2 + (r_1 + R_2)(pC_1(R_1(r_2 + pL)) + R_1 + r_2 + pL). \quad (2)$$

Покажем, как с помощью эквивалентных преобразований переключением ветвей активных элементов можно получить схемы, инвариантные относительно заданной ССФ (1)–(2), не являющиеся при этом изоморфными к исходной структуре на рис. 3,а.



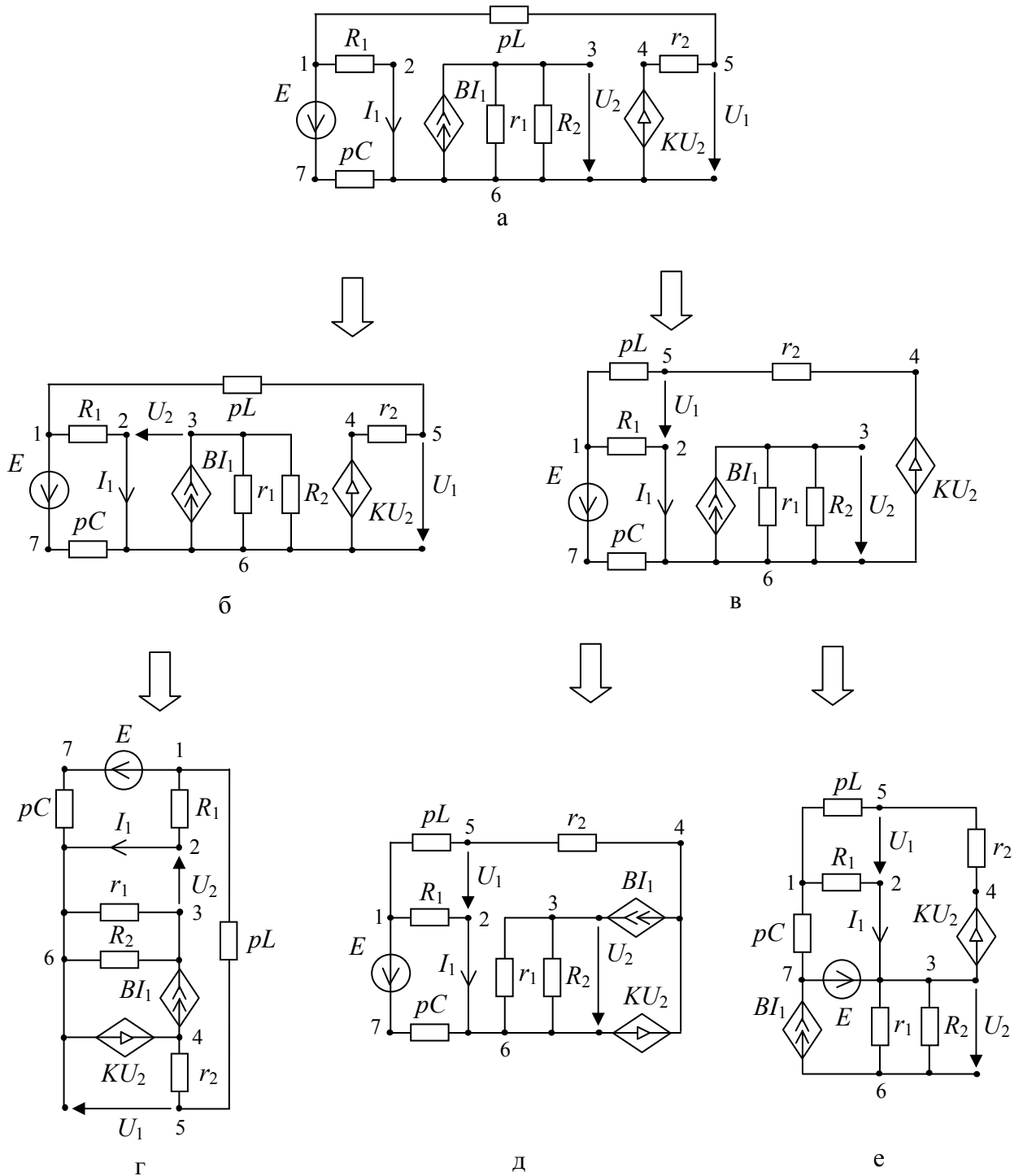


Рис. 3. Преобразование схемы переключением активных элементов

Рассмотрим применение преобразования переключением управляющих ветвей. Можно провести перенос приемника тока  $I_1$  через узел «б». Для этого следует расщепить узел под номером «б», аналогично тому, как показано на рис. 2,б, на два новых: «б'» и «б''». При этом управляющее напряжение  $U_2$  будет подключено к узлу «б'», а элементы  $BI_1$ ,  $r_1$ ,  $R_2$ ,  $pC$ ,  $KU_2$ ,  $U_1$  к узлу «б''». В

результате переноса  $I_1$  через узел «б'» одна из порожденных управляющих ветвей будет включена между узлами «б'» и «б''», а вторая будет нейтрализована за счет последовательного соединения с приемником напряжения  $U_2$  согласно строке 4 табл. 3. В итоге получаем схему на рис. 3,б, схемная функция которой соответствует выражениям (1)–(2).

Такой же результат получается в дуальном случае переключения  $U_2$  по контуру из узлов «2»–«3»–«6». Порождаемые управляющие ветви подключаются к узлам «2»–«3» и «2»–«6» соответственно. Параллельное соединение приемника напряжения  $U_2$  с приемником тока согласно строке 2 табл. 3, приводит к его нейтрализации. Следовательно, переключение приемника  $U_2$  также позволяет получить схему на рис. 3,б.

Существует еще один способ переключения управляющих ветвей для получения эквивалентной схемы. Для этого следует расщепить узел «б» таким образом, чтобы приемник  $U_1$  был подключен к узлу «б'», а элементы  $BI_1$ ,  $r_1$ ,  $R_2$ ,  $pC$ ,  $KU_2$ ,  $U_2$  к узлу «б''». Теперь при переносе приемника  $I_1$  через узел «б'», ветвь управляющего напряжения становится ветвью нейтрализации, что приводит к получению схемы на рис. 3,в. Можно провести переключение  $U_1$  по контуру «2»–«5»–«6». Порождаемые ветви подключаются к «2»–«5» и «2»–«6» соответственно, что также приводит к схеме на рис. 3,в.

Продолжим преобразование полученных схем путем переключения в них управляемых ветвей. Источник тока  $BI_1$  в схеме на рис. 3,б можно перенести по контуру «3»–«4»–«6». При этом один из порожденных генераторов подключается между узлами «3»–«4», а второй генератор будет соединен с узлами «4»–«6» параллельно ветви источника напряжения  $KU_2$ , что приводит к его нейтрализации согласно строке 1 табл. 3. В результате получаем схему на рис. 3,г. Вместо переноса источника тока можно осуществить перенос  $KU_2$  через узел «б», который предварительно необходимо расщепить. Один из порожденных источников подключается между узлами «б'» и «б''», а второй соединяется последовательно с ветвью  $BI_1$ , которая становится согласно строке 3 табл. 3, ветвью нейтрализации, что приводит к получению схемы на рис. 3,г.

Если провести аналогичным образом переключение источника тока по контуру «3»–«4»–«6» в схеме на рис. 3,в, то получается схема, представленная на рис. 3,д, которая имеет ССФ, соответствующую выражениям (1)–(2).

Если в схеме на рис. 3,в переставить последовательно соединенных генератора ЭДС и проводимости  $pC$ , то узел «6» становится общим для элементов  $E$  и  $BI_1$ , а значит, появляется возможность переключения источника тока по контуру «3»–«6»–«7». При этом один из порожденных генераторов нейтрализуется вследствие параллельного соединения с ветвью  $E$  и в итоге схема приобретает вид, как показано на рис. 3,е. Аналогичный результат может быть получен в дуальном случае при переносе генератора ЭДС через узел «6».

Таким образом, преобразование переключением активных элементов позволяет получить полный класс схем эквивалентных по символьной схемной функции, что подтверждается экспериментами с программой структурного синтеза *SymSin*, в которой порождение всех возможных схемных инвариантов осуществляется на основе полного перебора способов подключения элементов [13, 14]. Программа *SymSin* входит в состав системы схемотехнического моделирования *SCAD* (<http://www.levul.org/sm/symbolic.htm>) [3].

В настоящее время предстоит установить, существуют ли какие-то еще способы размножения схем. Учтя их в программе, можно значительно повысить производительность *SymSin*. Сейчас *SymSin* через "все возможные способы" помогает выявлять как известные, так и принципиально новые преобразования для порождения схем, инвариантных к ССФ.

### Выводы

1. Предложены эквивалентные преобразования электрических цепей переносом приемников тока через сечение и приемников напряжения по контуру. Показано, что в результате переноса элементов могут получаться управляемые источники с многомерными генераторами или приемниками.

2. Установлены топологические условия, при которых перенос генераторов или приемников по контурам или сечениям сводится к переключению переносимых элементов, поскольку сохраняется неизменным количество

элементов в схеме. Показано, что преобразование переключением является эффективным способом получения новых схем с тождественными ССФ.

### Литература

1. Теоретические основы электротехники: в 2 т. – Т. 1. Основы теории линейных цепей / П. А. Ионкин, А. И. Даревский, Е. С. Кухаркин и др. – М.: Высшая школа, 1976. – 544 с.
2. Волгин Л. И. Аналоговые операционные преобразователи для измерительных приборов и систем. – М.: Энергоатомиздат, 1983.– 208 с.
3. Волгин Л. И, Королев Ф. А., Филаретов В. В. Схемно-алгебраический анализ и топологические преобразования моделей электронных цепей.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– 354 с.
4. Шакиров М.А. Перенос линейных пассивных элементов в электрической цепи // Изв. вузов. Электромеханика. – 1975. – №5.– С. 447–452.
5. Шакиров М.А. Перенос элементов электрической цепи через 2х2 полюсники // Электричество. – 2007. – №11.– С. 45–53.
6. Курганов С.А., Филаретов В.В. Неявный принцип наложения воздействий в линейных электрических цепях // Электричество.– 2005. – №1. – С. 32–43.
7. Филаретов В. В. Топологический анализ электронных схем методом выделения параметров // Электричество. – 1998. – № 5.– С. 43–52.
8. Королев Ф. А., Филаретов В. В. Сравнение методов получения схемных функций для электрических цепей с управляемыми источниками // Электричество.– 2008.– №5.– С. 42–53.
9. Миланцей Т., Славский Г. Н., Филаретов В. В. Пять формул метода схемных определителей // Схемно-топологические модели активных электрических цепей: Синтез, анализ, диагностика: Тр. междунар. конф. КЛИН–2004. – Ульяновск: УлГТУ, 2004. – Т. 4. – С. 102–113.
10. Filaretov V. V., Korotkov A. S. Generalized parameter extraction method in case of multiple excitation // Proceedings of the 8-th international workshop on

Symbolic Methods and Applications in Circuit Design. – Wroclaw (September 23–24). – 2004. – P. 8–11.

11. Filaretov V., Gorshkov K. Transconductance Realization of Block-diagrams of Electronic Networks // Proc. of International Conference on Signals and Electronic Systems (ICSES'08).– Krakow, Poland.– 2008.– P. 261–264.

12. Пейтон А.Дж., Волш В. Аналоговая электроника на операционных усилителях. – М.: Бином, 1994. – 352 с.

13. Горшков К.С., Токарев Ю.В. Реконструкция полных, цепных и лестничных схем на основе формул схемных определителей // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007. – Ульяновск: УлГТУ, 2007. – Т. 3. – С. 39–48.

14. Горшков К.С., Токарев Ю.В., Филаретов В.В. Генерация электрических схем, инвариантных к характеристическому уравнению // Схемно-алгебраические модели активных электрических цепей Тр. международ. конф. КЛИН–2007.– Ульяновск: УлГТУ, 2007.– Т. 3. – С. 48–52.

**Горшков Константин Сергеевич** – окончил радиотехнический факультет Ульяновского государственного технического университета (УГТУ) по специальности «Проектирование и технология радиоэлектронных средств». Ассистент кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

**Токарев Юрий Владимирович** – студент 5-го курса факультета информационных систем и технологий УГТУ.

**Филаретов Владимир Валентинович** – окончил радиотехнический факультет Ульяновского политехнического института (ныне УГТУ) по специальности «Радиотехника». В 2002 г. защитил докторскую диссертацию «Топологический анализ электрических цепей на основе схемного подхода» в Московском энергетическом институте (техническом университете). Профессор кафедры «Электроснабжение» УГТУ.

Авторы:

К. С. Горшков, Ю.В. Токарев, В. В. Филаретов

Дата: 10.11.2008